

# ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO DIÂMETRO DE PARTÍCULA NA EFETIVIDADE DE UM RECUPERADOR DE CALOR DE LEITO FLUIDIZADO BORBULHANTE

C. B. A. Junior<sup>1</sup>, J. J. R. Behainne<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, Brasil  
(carlosayruth@gmail.com)

Este trabalho avalia a influência do diâmetro de partícula (200-400 µm) na efetividade de um recuperador de calor de leito fluidizado borbulhante para aquecimento de ar, comparando os modelos de Molerus original e modificado (Thanheiser) para o coeficiente convectivo do leito. Um algoritmo em Python simulou a hidrodinâmica e a troca térmica pelo método  $\epsilon$ -NUT. Os resultados mostram efetividade quase constante, pois a convecção interna nos tubos domina a resistência térmica total.

*Palavras-chave:* Fluidização; Trocador de calor; Python; Análise de sensibilidade.

## INTRODUÇÃO

A busca por eficiência energética em processos industriais tem ganhado destaque crescente, uma vez que grande parte da energia térmica gerada em processos de combustão é desperdiçada na forma de gases de exaustão quentes, exigindo da engenharia atual o desenvolvimento de processos industriais cada vez mais responsáveis e eficientes (Cremasco, 2015).

Para mitigar essas perdas, utilizam-se os recuperadores de calor, que são equipamentos cuja eficiência está intrinsecamente atrelada às propriedades de transporte e às condições operacionais dos fluidos envolvidos. A taxa de transferência de calor nesses equipamentos pode ser descrita classicamente pela Equação 1. Dois parâmetros podem ser ajustados para melhorar a troca térmica, sendo eles a área superficial de troca térmica ( $A_s$ ) ou o coeficiente global de troca térmica ( $U$ ) (Çengel e Ghajar, 2012).

$$q = U \cdot A_s \cdot \Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_{lm}}{R_t} \quad (1)$$

É nesse último parâmetro que os leitos fluidizados apresentam importante contribuição. Esses sistemas possuem propriedades hidrodinâmicas únicas que resultam em coeficientes de transporte térmico extremamente elevados, decorrentes da intensa mistura promovida entre a fase sólida e a fase gasosa (Kunii e Levenspiel, 1991). Enquanto gases em convecção forçada convencional exibem coeficientes de transferência baixos, o coeficiente convectivo externo de um leito fluidizado borbulhante pode atingir valores entre 300 e 600 W/m<sup>2</sup> · K (Kunii e Levenspiel, 1991).

Contudo, o comportamento hidrodinâmico, e consequentemente térmico, desses leitos é fortemente sensível às características físicas do material particulado utilizado (Basu, 2006). Alterações nas propriedades físicas das partículas modificam o regime de fluidização e, consequentemente, alteram a resistência térmica global do sistema. Diante disso, este trabalho de pesquisa tem por objetivo analisar a influência que o diâmetro das partículas de areia ocasiona na efetividade e na troca de calor total de um recuperador de calor de leito fluidizado borbulhante para aquecimento de ar, identificando os limites operacionais e os gargalos térmicos do equipamento projetado.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Algoritmo em Python

Para a obtenção dos dados de simulação, foi desenvolvido um algoritmo na linguagem de programação Python, utilizando bibliotecas específicas para a obtenção automatizada de propriedades termofísicas, como a biblioteca CoolProp (CoolProp, 2026), e para a resolução numérica do fator de atrito a partir de sua equação transcendental, como a biblioteca SciPy (SciPy, 2026).

A lógica do algoritmo implementado seguiu o fluxograma apresentado na Figura 1. Inicialmente, são calculados os parâmetros independentes do diâmetro de partícula e do modelo de coeficiente convectivo do leito fluidizado, como a geometria do trocador de calor e as características do escoamento interno aos tubos. Em seguida, o programa executa rotinas iterativas para o cálculo das grandezas que

dependem diretamente ou indiretamente dessas variáveis.

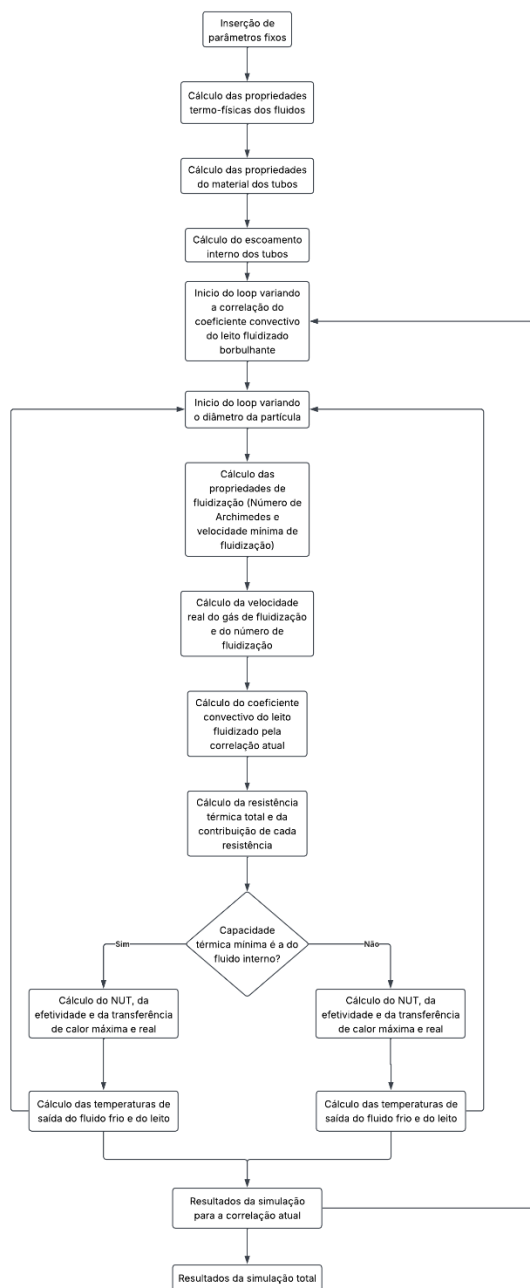


Figura 1. Fluxograma do algoritmo.

### Geometria e Condições Operacionais

O trocador de calor de leito fluidizado foi modelado utilizando aço inox 304 como material de construção. O banco de tubos é composto por 9 tubos horizontais dispostos de forma alternada, com passes simétricos de 0.025 metros, e que atravessam o leito em um único passe. As dimensões relevantes à construção do trocador de calor estão demonstradas na Tabela 1.

Tabela 1. Dados do trocador de calor.

| Propriedade                           | Valor    |
|---------------------------------------|----------|
| Espessura dos tubos [m]               | 2,24E-3  |
| Diâmetro externo dos tubos [m]        | 1,372E-2 |
| Número de tubos [-]                   | 9        |
| Comprimento do leito [m]              | 0,3      |
| Largura do leito [m]                  | 0,15     |
| Passe longitudinal entre os tubos [m] | 0,025    |
| Passe transversal entre os tubos [m]  | 0,025    |
| Rugosidade dos tubos [m]              | 1E-6     |

Para o leito fluidizado foi escolhido a utilização de areia como partículas devido à sua facilidade de fluidização (Kunii e Levenspiel, 1991), sendo do grupo B de Geldart, e à vasta gama de informação experimental disponível na literatura. Os valores das propriedades da areia bem como de propriedades relacionadas ao leito fluidizado estão dispostos na Tabela 2. O intervalo de diâmetro da partícula utilizado para a pesquisa foi definido entre 200 e 400  $\mu\text{m}$ .

Tabela 2. Dados das partículas e do leito fluidizado.

| Propriedade                                                      | Valor |
|------------------------------------------------------------------|-------|
| Densidade da Areia [ $\text{kg/m}^3$ ]                           | 2650  |
| Condutividade térmica [ $\text{W/m}^*\text{K}$ ]                 | 1,2   |
| Calor específico à pressão constante [ $\text{J/kg}^*\text{K}$ ] | 830   |
| Porosidade do leito em condição de mínima fluidização [-]        | 0,47  |

Para as condições operacionais foi definido valores que garantissem o regime de fluidização borbulhante no leito, a turbulência nos tubos internos do trocador de calor, a validade das equações utilizadas bem como valores em que a parcela da transferência de calor por radiação no sistema não se tornasse relevante. Essas informações estão dispostas na Tabela 3.

O cálculo do Nusselt dos tubos internos foi feito utilizando a equação de Gnielinski para calcular o Nusselt interno no tubo e a equação de Colebrook-White para resolver o fator de atrito, demonstrados na equação 2 e 3 respectivamente (Incropera, 2012). No algoritmo foi adicionado restrições para que o intervalo de validade da equação de Gnielinski fosse respeitado ( $0,5 \leq Pr \leq 2000$  e  $3000 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$ ).

$$Nu = \frac{(f_a/8) \cdot (Re - 1000) \cdot Pr}{1 + 12,7 \cdot (f_a/8)^{1/2} \cdot (Pr^{2/3} - 1)} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_a}} = -2 \cdot \log_{10} \left( \frac{\epsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f_a}} \right) \quad (3)$$

**Tabela 3.** Dados operacionais.

| Propriedade                                      | Valor  |
|--------------------------------------------------|--------|
| Velocidade do gás de fluidização [m/s]           | 0,15   |
| Vazão mássica do ar interno [kg/s]               | 0,01   |
| Temperatura de entrada do ar interno [K]         | 298,15 |
| Temperatura de entrada do gás de fluidização [K] | 673,15 |
| Pressão de operação [Pa]                         | 101325 |

#### Hidrodinâmica do Leito

A velocidade de mínima fluidização foi calculada utilizando a correlação de Wen e Yu, expressa na Equação 4 (Grace, 2020). Já o número de Archimedes, importante parâmetro que evidencia a razão entre a força de empuxo e a força viscosa experienciada pelo sistema, foi calculado utilizando a Equação 5 (Kunii e Levenspiel, 1991). As propriedades termo físicas desses dois parâmetros são avaliados a partir da temperatura do gás de fluidização.

$$U_{mf} = \frac{(\sqrt{33,7^2 + 0,0408 \cdot Ar} - 33,7) \cdot \mu_g}{(\rho_g \cdot d_p)} \quad (4)$$

$$Ar = \frac{\rho_g \cdot g \cdot d_p^3}{\mu_g^2} \cdot (\rho_s - \rho_g) \quad (5)$$

#### Dimensionamento térmico ( $\epsilon$ -NUT)

Para a resolução da simulação foi utilizado o método da efetividade, em que se deve calcular o número de transferência de unidades (NUT) a efetividade do trocador de calor. O NUT é calculado através da Equação 6, em que a resistência total do sistema é calculada pela Equação 7 (Incropera, 2012).

$$NUT = \frac{1}{R_t \cdot C_{min}} \quad (6)$$

$$R_t = \frac{1}{h_q \cdot A_q} + \frac{\ln(d_e/d_i)}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot L \cdot N_t} + \frac{1}{h_f \cdot A_f} \quad (7)$$

É necessário também calcular a efetividade do trocador de calor. Segundo Suo (1976), as equações para se calcular essa efetividade em um trocador de calor de leito fluidizado borbulhante, que seja suficientemente alto na composição de partículas, é dado pela Equação 8, caso a capacidade térmica mínima seja a do leito fluidizado, ou pela Equação 9, se a capacidade térmica mínima for a do fluido dos tubos internos.

$$\epsilon = \frac{1}{1 + (C_{min}/C_{max}) \cdot (1/(1 - e^{-NUT \cdot (C_{min}/C_{max})}))} \quad (8)$$

$$\epsilon = \frac{1}{(C_{min}/C_{max}) + (1/(1 - e^{-NUT}))} \quad (9)$$

Por fim foi calculado a transferência de calor total utilizando a Equação 10, sendo que a transferência de calor máxima que um trocador de calor pode obter, quando se tem uma área infinita de troca térmica, é calculado pela Equação 11 (Incropera, 2012).

$$q = \epsilon \cdot q_{max} \quad (10)$$

$$q_{max} = C_{min} \cdot (T_{q,e} - T_{f,e}) \quad (11)$$

#### Modelos de transferência de calor em leitos fluidizados borbulhantes

É usualmente aceito que o cálculo do coeficiente convectivo do leito é a soma de alguns mecanismos de transferência de calor, sendo eles o Nusselt de convecção da partícula, o Nusselt de convecção do gás e o Nusselt de radiação, conforme demonstrado pela Equação 12 (Thanheiser, 2026).

$$Nu = Nu_{pc} + Nu_{gc} + Nu_r \quad (12)$$

A parcela relacionada à radiação é relevante apenas para partículas grandes (500  $\mu$ m) com temperaturas maiores que 1050 K (Thanheiser, 2026).

A parcela relacionada à convecção da partícula é objeto de estudo até os dias atuais, onde diferentes modelos e abordagens mecanísticas foram desenvolvidos a partir de dados experimentais com características únicas. Alguns desses modelos utilizam da hipótese de que o mecanismo de transferência de calor é influenciado principalmente pela espessura do filme de gás que envolve as partículas, tratando o fenômeno de forma a analisar as partículas individualmente, essa abordagem é chamada de modelo de partícula única.

A equação desenvolvida por Molerus surgiu com a base fundamentada nessa abordagem, onde o autor definiu grupos adimensionais, suportado por uma variedade de dados experimentais, e ajuste os dados a esses grupos adimensionais, resolvendo tanto a parcela de convecção da partícula quanto a parcela de convecção do gás (Chen, 2003). Apesar disso, de acordo com Thanheiser (2026), uma limitação dessa correlação é que foi analisado os resultados de experimentos com a transferência de calor em um único tubo (superfície), não levando em conta a influência que o diâmetro desse tubo e o empacotamento de um banco de tubos teria no cálculo do coeficiente convectivo total do leito fluidizado. Para corrigir essa limitação o autor propôs a adição de mais dois grupos adimensionais e o rearranjo da equação original (Equação 14) na equação modificada (Equação 15) (Thanheiser,

2026). Esses grupos adimensionais estão dispostos na tabela 4.

$$l_{lam} = \left( \frac{\mu_g}{(\rho_s - \rho_g) \sqrt{g}} \right)^{2/3} \quad (13)$$

Essas equações utilizam o comprimento característico laminar, que foi calculado pela equação 13 (Thanheiser, 2026).

**Tabela 4.** Grupos  $\pi_s$  para equação de Molerus (Thanheiser, 2026 adaptado)

| Descrições                                         | Grupos $\pi_s$                                              | Descrições                                    | Grupos $\pi_s$                                                 |
|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| Número de Nusselt                                  | $\pi_1 = \frac{hl_{lam}}{k_g}$                              | Velocidade mínima de fluidização adimensional | $\pi_6 = \left( \frac{\rho_p c_p}{k_g g} \right)^{1/3} U_{mf}$ |
| Resistência de transporte da partícula             | $\pi_2 = \frac{k_g}{2c_p \mu_g}$                            | Fração volumétrica de partículas              | $\pi_7 = 1 - \varepsilon_{mf}$                                 |
| Número de Prandtl                                  | $\pi_3 = \frac{c_p \mu_g}{k_g}$                             | Tempo de contato relativo                     | $\pi_8 = \frac{d_t}{l_{lam}}$                                  |
| Inverso do peso relativo da partícula menos empuxo | $\pi_4 = \frac{\rho_g}{\rho_p - \rho_g}$                    | Densidade de empacotamento do banco de tubos  | $\pi_9 = \frac{d_t}{p_h}$                                      |
| Velocidade em excesso de fluidização adimensional  | $\pi_5 = \left( \frac{\rho_p c_p}{k_g g} \right)^{1/3} U_e$ |                                               |                                                                |

$$\pi_1 = P_1 \cdot \frac{\pi_7}{1 + \pi_2 \cdot (1 + P_2 \cdot \pi_7^2 \cdot \pi_4^{1/2} \cdot \pi_5 \cdot \pi_6)} \cdot (1 + P_3 \cdot (\pi_6 / \pi_5)^{1/3} \cdot \pi_5^{-1})^{-1} + G_1 \cdot (\pi_3 \cdot \pi_4)^{1/3} (1 + G_2 \cdot \pi_6 / \pi_5)^{-1} \quad (14)$$

**Tabela 5.** Constantes da equação de Molerus original (Thanheiser, 2026).

| Constante | Valor |
|-----------|-------|
| $P_1$     | 0,125 |
| $P_2$     | 0,28  |
| $P_3$     | 33,3  |
| $G_1$     | 0,165 |
| $G_2$     | 0,05  |

$$\pi_1 = P_1 \cdot \frac{\pi_7}{1 + \pi_2 \cdot (1 + P_2 \cdot \pi_7^2 \cdot \pi_4^{1/2} \cdot \pi_5 \cdot \pi_6) (1 - \exp(-P_4 \cdot \pi_8))} \cdot (1 + P_3 \cdot (\pi_6 / \pi_5)^{1/3} \cdot \pi_5^{-1} \cdot (1 - \pi_9)^{P_5})^{-1} + G_1 \cdot (\pi_3 \cdot \pi_4)^{1/3} (1 + G_2 \cdot \pi_6 / \pi_5)^{-1} \quad (15)$$

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Número de fluidização

Primeiramente, foi avaliado se o valor de velocidade escolhido para o gás de fluidização garantiria o regime borbulhante em toda a faixa de diâmetro de partícula proposta para esta pesquisa. Conforme

demonstrado na Figura 2, o número de fluidização variou entre aproximadamente 2 e 8 ao longo do intervalo de diâmetro estudado, o que garante o regime de fluidização borbulhante segundo Kunii e Levenspiel (1991).

Número de Fluidização vs. Diâmetro da Partícula

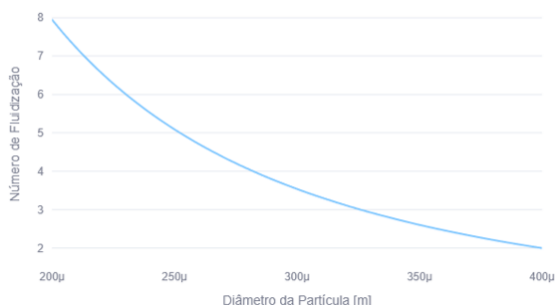


Figura 2. Número de fluidização.

Tabela 6. Constantes da equação de Molerus Modificada (Thanheiser, 2026).

| Constante      | Valor   |
|----------------|---------|
| P <sub>1</sub> | 0,0691  |
| P <sub>2</sub> | 0,28    |
| P <sub>3</sub> | 18,9085 |
| P <sub>4</sub> | 6,45E-5 |
| P <sub>5</sub> | -1,1523 |
| G <sub>1</sub> | 0,165   |
| G <sub>2</sub> | 0,05    |

#### Coeficiente convectivo do leito fluidizado

As predições do coeficiente convectivo do leito fluidizado utilizando tanto a equação de Molerus original quanto a equação modificada de Thanheiser apresentaram comportamento decrescente em relação ao aumento do diâmetro da partícula (Figura 3), o que está em conformidade com a discussão apresentada por Basu (2006) para partículas do grupo B de Geldart, segundo a qual o aumento do diâmetro da partícula influencia negativamente o coeficiente convectivo do leito, pois reduz o valor do coeficiente de convecção de partícula.

O intervalo de valores obtidos para o coeficiente convectivo pela equação de Molerus ficou entre  $538 - 335 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ , ao passo que, para a equação de Thanheiser, o intervalo ficou entre  $432 - 277 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ .

Essa diferença está em conformidade com o esperado, uma vez que a presença do banco de tubos no leito introduz obstáculos ao movimento das bolhas, aumentando a resistência à mistura completa das partículas e, consequentemente, reduzindo o coeficiente convectivo previsto pelo modelo modificado em relação ao modelo original (Thanheiser, 2026).

Coeficiente Convectivo do Leito Fluidizado vs. Diâmetro da Partícula

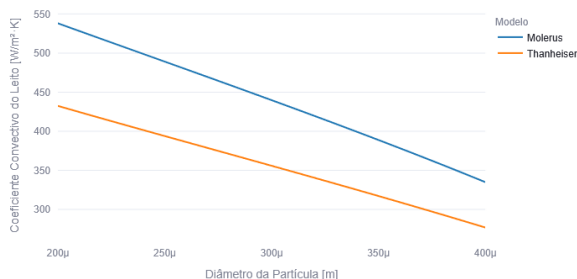


Figura 3. Coeficiente convectivo do leito fluidizado.

#### Efetividade e transferência de calor

A partir da simulação, é possível notar o decréscimo da transferência de calor total (Figura 4) e da efetividade (Figura 5) com o aumento do diâmetro da partícula para os dois modelos de coeficiente convectivo do leito fluidizado. Esse comportamento já era esperado, em função da redução do coeficiente convectivo do leito discutida anteriormente. Além disso, o fato de os valores desses parâmetros no modelo de Thanheiser permanecerem sempre abaixo dos valores do modelo de Molerus é explicado pela presença do banco de tubos, cujos obstáculos à hidrodinâmica do sistema fluidizado interferem nos valores finais.

Transferência de Calor Total vs. Diâmetro da Partícula

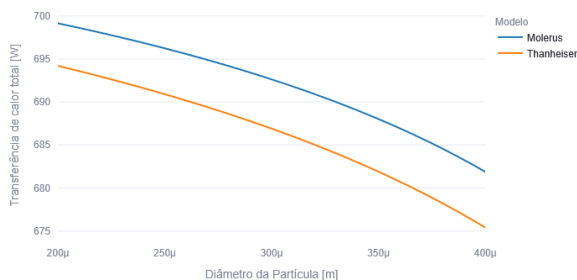


Figura 4. Transferência de calor total.

Efetividade vs. Diâmetro da Partícula

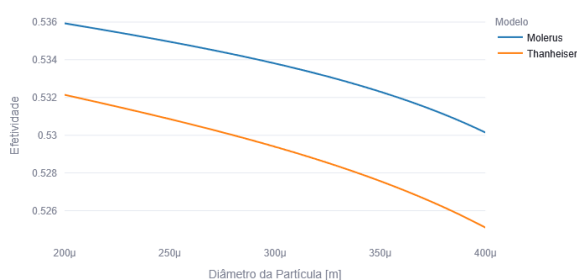


Figura 5. Efetividade do trocador de calor.

Ademais, os valores absolutos de efetividade evidenciam a pouca influência que o diâmetro da partícula exerce sobre o panorama geral do sistema. Esse comportamento é explicado pelo conceito de resistência térmica dominante: quando uma das resistências do sistema apresenta valor consideravelmente superior às demais, ela passa a limitar a troca térmica global, tornando a efetividade pouco sensível a variações nas resistências de menor magnitude (Incropera, 2012).

Para validar essa afirmação, foi avaliada a porcentagem de contribuição de cada resistência térmica em relação à resistência total do sistema. Nota-se que, apesar de o coeficiente convectivo do leito fluidizado apresentar valores absolutos elevados, o coeficiente convectivo do ar nos tubos internos é o que efetivamente limita o desempenho do sistema (Figura 6), corroborando o projeto original do equipamento descrito por Bezerra, Behainne e Bezerra Filho (2024).

Contribuições das Resistências Térmicas em função do diâmetro da Partícula

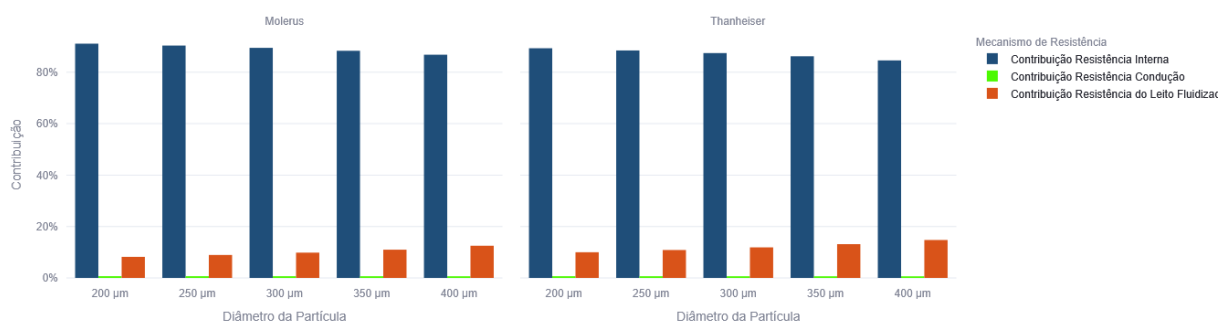


Figura 6. Contribuição de cada resistência térmica.

## CONCLUSÃO

Este trabalho avaliou a influência do diâmetro de partícula sobre a efetividade e a transferência de calor total de um recuperador de calor de leito fluidizado borbulhante, comparando o modelo de Molerus original e o modelo modificado de Thanheiser para o coeficiente convectivo do leito.

Conclui-se que, apesar da diferença entre os dois modelos quanto à magnitude do coeficiente convectivo externo, essa diferença não se traduz em impacto relevante sobre o desempenho global do equipamento. Isso ocorre porque a resistência térmica de convecção interna nos tubos é a resistência dominante do sistema, limitando a troca de calor global e tornando a efetividade do trocador praticamente insensível tanto ao diâmetro de partícula quanto à escolha do modelo de coeficiente convectivo do leito.

Esse achado tem implicação prática relevante para o projeto e a otimização do equipamento: esforços voltados exclusivamente à melhoria do coeficiente convectivo do leito fluidizado, por exemplo via seleção do diâmetro de partícula, têm impacto limitado na efetividade global do trocador, a menos que sejam acompanhados de melhorias na convecção interna dos tubos, como aumento da vazão ou velocidade do fluido interno, ou alteração de sua geometria.

## REFERÊNCIAS

- BASU, P. **Combustion and gasification in fluidized beds**. Boca Raton: CRC Press, 2006.
- BEZERRA, D. M. L.; BEHAINNE, J. J. R.; BEZERRA FILHO, D. Projeto de recuperador de calor de leito fluidizado borbulhante para aquecimento de ar. In: **CONEMI**, 24.. 2024, Manaus. Anais [...] Manaus: Even3, 2024. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/conemi24/901087>. Acesso em: 30 abr. 2026.
- ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Transferência de calor e massa: uma abordagem prática**. 4. ed. Porto Alegre: AMGH, 2012.
- CHEN, John C. Heat transfer. In: YANG, Wen-Ching (Ed.). **Handbook of Fluidization and Fluid-Particle Systems**. New York: Marcel Dekker, 2003. cap. 10.
- COOLPROP. **CoolProp: Open-source thermodynamic and transport properties library**. Versão [7.2.0]. Disponível em: <http://www.coolprop.org/>. Acesso em: 15 mai. 2026.
- CREMASCO, M. A. **Vale a pena estudar Engenharia Química**. 3. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2015. ISBN 9788521208167.
- GRACE, J. R. Properties, minimum fluidization, and geldart groups. In: GRACE, J. R.; BI, X.; ELLIS, N. (Ed.). **Essentials of Fluidization Technology**. Weinheim: Wiley-VCH 2020. cap. 2, p. 10–31. ISBN 9783527340644.
- INCROPERA, T. L. et al. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.
- KUNII, D.; LEVENSPIEL, O. **Fluidization Engineering**. 2. ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 1991.

---

SCIPY. **SciPy Reference Guide**: Release [1.15.2].  
Disponível em: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/>. Acesso em: 15 mai. 2026.

SUO, M. Calculational Methods for Performance of Heat Exchangers Enhanced with Fluidized Beds. **Letters in Heat and Mass Transfer**, Pergamon Press v. 3,, p. 555–564, 1976.

THANHEISER, Stefan. Molerus and Wirth's heat transfer model for bubbling fluidized beds: Proposal for an extended model including immersed tube banks and particle cross-flow. **Powder Technology**, v. 468, p. 121670, 2026.