



APLICAÇÃO DA LEI DE PASCAL E DA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA EM SISTEMAS HIDRÁULICOS: UM MODELO DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Sávio Ítalo¹; Marcus Enrique¹; Iago Coimbra¹; Samantta¹; Jackson Dias¹; Phamilla Gracielli Sousa Rodrigues¹

¹Universidade Federal Rural da Amazônia (UFRA), Parauapebas, Brasil
(phamilla@ufra.edu.br)

Resumo: O trabalho analisa a aplicação da Lei de Pascal integrada a um plano inclinado por meio de um modelo físico-matemático. O modelo computacional calcula a pressão e a amplificação da força hidráulica, executando um balanço energético para verificar se a energia mecânica é suficiente para deslocar uma carga ao longo de um plano inclinado, superando a gravidade e a dissipação gerada pelo atrito superficial. Os resultados indicam que a modelagem apresenta coerência com as equações adotadas, servindo como uma ferramenta analítica e didática no dimensionamento preliminar para movimentação de cargas em rampas industriais, plataformas elevatórias e áreas de apoio logístico.

Palavras-chave: Lei de Pascal; Sistemas Hidráulicos; Modelo físico-matemático; Balanço de Energia; Atrito.

INTRODUÇÃO

A Mecânica dos Fluidos constitui uma área fundamental da engenharia e está presente desde a água saindo da torneira até os grandes sistemas hidráulicos que movem toneladas de carga nas indústrias. E um dos pilares mais importantes dela é a Lei de Pascal, que afirma que: A pressão aplicada em um fluido em repouso e confinado é transmitida em todos os pontos do fluido e às paredes do recipiente. Esta lei, explica o funcionamento dos elevadores hidráulicos, freios, macacos e prensas hidráulicas (Halliday, Resnick e Walker, 2016; Young, 2016).

Na prática, dentro de uma fábrica ou de um projeto, os sistemas hidráulicos não operam de forma isolada, mas dependem também de outros fenômenos como trabalho mecânico, perdas provocadas por atrito e conservação da energia.

Para a Engenharia de Produção, e áreas correlatas, entender bem essas relações permite realizar um estudo preliminar de sistemas em ambientes industriais e logísticos, como por exemplo, utilizando rampas de elevação e transporte de cargas, onde qualquer variação no ângulo de inclinação, no coeficiente de atrito, ou na força aplicada pode provocar falha.

Pensando nisso, foi proposto o desenvolvimento de um modelo computacional, físico-

matemático, de um sistema hidráulico associado ao movimento de carga em rampa inclinada com um objetivo de verificar se a força amplificada pelo pistão hidráulico é suficiente, na prática, para movimentar uma carga, vencendo as forças de atrito e a altitude na qual será elevado. Este modelo simula o funcionamento de uma plataforma elevatória usada em centros de distribuição, oficinas mecânicas e chãos de fábrica.

MATERIAL E MÉTODOS

A pesquisa foi desenvolvida através da modelagem físico-matemática computacional, com a finalidade de estimar, de forma preliminar, a capacidade de um atuador hidráulico movimentar uma carga numa rampa inclinada com atrito. Como base bibliográfica foram usados os livros didáticos: Hibbeler (2017), Young (2016) e Halliday, Resnick e Walker (2016)

As variáveis de entrada consideradas foram: massa da carga (m), altura vertical da rampa (h), ângulo de inclinação (θ), áreas seccionais dos pistões (A_1 e A_2), força inicial aplicada (F_1) e o coeficiente de atrito dinâmico μ .

Inicialmente calculou-se a pressão transmitida ao fluido do atuador hidrostático, através da Lei de Pascal, por meio da equação:



$$P = \frac{F_1}{A_1} \quad (1)$$

Em seguida, determinou-se a amplificação de força no pistão maior através da igualdade de Pascal:

$$F_2 = P \cdot A_2 \quad (2)$$

$$F_2 = \frac{F_1}{A_1} A_2 \quad (3)$$

Para fins de simplificação, foi considerado que o atuador hidráulico é posto paralelamente ao plano inclinado, de modo que a força de saída (F_2) é aplicada na direção do deslocamento da carga. Caso a força amplificada pelo pistão, e útil para movimentar a carga, esteja inclinada em um ângulo β entre o eixo do pistão e a direção do plano inclinado, a força útil passaria a ser dada por $F_{\text{útil}} = F_2 \cos(\beta)$. Considerando o pistão paralelo ao plano inclinado, a força útil passa a ser puramente F_2 .

A distância real percorrida pela carga na rampa inclinada, foi calculada pela relação trigonométrica entre a altura da rampa (h) e o ângulo de inclinação da rampa (θ) dada por:

$$d = \frac{h}{\sin(\theta)} \quad (4)$$

Para que a carga realize esse percurso, o curso do pistão deve ser suficiente, sendo $x_{\text{pistão}} \geq d$.

Dentre as forças contrárias ao movimento, temos a componente da força peso paralela ao plano inclinado ($F_{p,x}$):

$$F_{p,x} = F_p \sin\theta \quad (5)$$

$$F_{p,x} = mg \sin\theta \quad (6)$$

e a força de atrito (F_{at}) dada por:

$$F_{at} = \mu mg \cdot \cos(\theta) \quad (7)$$

Em que $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, é a aceleração da gravidade

Sendo assim, a força mínima necessária para mover a carga ao longo da rampa é a soma de ambas forças de resistências:

$$F_{res} = mg \sin\theta + \mu mg \cos\theta \quad (8)$$

Esta deve ser a força mínima útil de saída do pistão (para que $F_2 \geq F_{res}$). Logo, a força do pistão deve ser maior ou igual esta força de resistência sobre o bloco.

No caso em que o pistão atue apenas como um impulso inicial, e a carga, após isso, move-se livremente, por inércia, desacelerando com a ação da gravidade e atrito, é necessário verificar se o pistão fornece energia suficiente durante o trecho em que atua.

Se o pistão impulsiona a carga apenas por um curso efetivo $x_{\text{pistão}}(m)$ menor que d , o trabalho hidráulico do pistão é:

$$W_{\text{pistão}} = F_2 x_{\text{pistão}} \quad (9)$$

A condição energética para que a carga atinja uma altura h , seria:

$$F_2 x_2 \geq F_{res} d \quad (10)$$

Ou seja:

$$F_2 x_2 \geq mgh + F_{at} d \quad (11)$$

Desprezando perdas adicionais, ou no contato, durante o período em que o pistão de força F_2 ainda está em contato com a carga num curso x_2 , parte da energia do trabalho do pistão é “gasto” com a ação das forças de resistência ao movimento (força peso força atrito) e o restante se torna energia cinética (unidade em Joules, no SI), de forma que:

$$E_c = F_2 x_2 - F_{res} x_2 \quad (12)$$

Depois que a carga perde contato com o pistão a Energia cinética deve ser suficiente para vencer a ação da força peso e da força de atrito no trecho restante, logo:

$$E_c \geq F_{res}(d - x_2) \quad (13)$$

A equação 12 e 13, juntas, equivale à equação 10. Assim, a força mínima necessária no pistão maior, quando o pistão empurra por um pequeno trecho x_2 e depois a carga segue livremente, é:

$$F_{2,min} = \frac{F_{res} d}{x_2} \quad (14)$$

A equação 14 mostra que quanto menor o curso do pistão, maior a força necessária para mover a carga por uma distância d . E pela equação (4), quanto menor o ângulo de inclinação da rampa para que a carga atinja uma determinada altitude h fixa, maior será a distância d percorrida pela carga. Assim também, quanto maior a força de resistência, maior força útil no pistão hidráulico será necessária. Entretanto, como a componente da força peso paralela ao plano depende de $mg \sin\theta$, a exigência de maior ou menor força e energia deve ser analisada sempre em conjunto com o atrito, o comprimento do percurso e o curso efetivo do pistão.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi computada a pressão de 10.000 Pa e determinou a força de saída resultante no segundo pistão equivalente a 500N demonstrando um ganho mecânico estável de 5 vezes em relação ao esforço inserido.

A partir do comprimento real da rampa calculado pelo sistema em 2,0m ($d = \frac{1}{\sin(30^\circ)}$), a rotina determinou se a energia fornecida pelo pistão seria suficiente para elevar a carga na altura de 1 m e distancia de 2,0



m. Inicialmente foi calculado o trabalho fornecido pelo pistão de 100J (pela equação 9) considerando que o pistão empurra a carga por um pequeno curso $x_2 = 0,2$ m

Porém o trecho de contato (entre o pistão e a carga) já consome parte desta energia, dependente das forças resistências. Logo, vamos calcular inicialmente as forças de resistência, pela equação 8, ao longo dos 2 m:

$$F_{res} = (98 + 33,95) = (131,95) N$$

Deste total de 131,95 N, sendo 98 N correspondente a força peso e 33,95 N correspondente a força de atrito.

Pela equação 12, a energia cinética disponível para movimentação da carga é devido a total de 100 J, menos a consumida no trecho de contato de 0,2 m do pistão com a carga (de 26,39 J):

$$E_c = 100 J - (131,95(0,2)) = 100 - 26,39 = 73,61 J$$

Esse montante foi comparado com a energia necessária para vencer as forças de resistências e deslocar a carga ao longo do percurso livre de 1,8 metros ($d - x_2$), pela equação 13:

$$F_{res} (d - x_2) = (98 + 33,95)1,8 = (131,95)1,8 = 237,51 J$$

Deste total da energia necessária para mover a carga no percurso livre, 176,4 J é devido a ação da componente da força peso, e está somada à energia consumida pelo atrito dinâmico ao longo da superfície percorrida de 61,11 J. Logo, a energia disponível de 73,61 J não seria suficiente para deslocar a carga no curso livre de 1,8 m ao longo da rampa.

De acordo com Pelissari et al. (2014), a incorporação de rotinas lógicas automatizadas otimiza o estudo preditivo de forças e minimiza falhas de dimensionamento de projetos mecânicos reais. Contudo, como limitação deste estudo, destaca-se ser um modelo simplificado e preliminar, idealizado, com ausência de validação experimental dos resultados. Parte da energia pode ser perdida em deformações, atrito interno, impacto, aquecimento, vibração, folgas mecânicas ou perdas hidráulicas. Além disso, o modelo considera que o pistão hidráulico atua paralelo ao plano inclinado e que a força atua na direção do deslocamento da carga, e faz-se necessário avaliações de perdas associadas à inclinação do pistão. Logo, não substitui análises experimentais em sistemas reais, porém serve como ferramenta de análise preliminar.

CONCLUSÃO

Foi possível, por meio de modelagem físico-matemática, analisar preliminarmente a possibilidade de um pistão hidráulico, movimentar uma carga em um plano inclinado com atrito. A análise permitiu consolidar conceitos básicos em mecânica, e

hidráulica aplicada à prática de engenharia de produção e afins. Contudo, como limitação, o estudo necessita de comparativo em sistemas reais. Ele se mostrou um instrumento analítico consistente, que entrega parâmetros precisos e confiáveis para quem precisa estudar ou dimensionar dispositivos que a gente vê todo dia na engenharia moderna, desde os elevadores hidráulicos usados em centros logísticos, passando pelas prensas industriais que moldam peças pesadíssimas, até os sistemas de freio que garantem a segurança dos veículos nas estradas.

No fim, o que a gente valida aqui é que a simulação computacional não é só um exercício teórico bonito: ela é uma aliada prática, capaz de antecipar comportamentos, reduzir incertezas e dar mais segurança na hora de projetar soluções reais."

REFERÊNCIAS

- HALLIDAY, D; RESNICK, R. & WALKER, J. 2016. **Fundamentos de Física - Mecânica**, 10ª ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, v.1, 2016.
- HIBBELER, R. C. **Estática: Mecânica para Engenharia**. 14. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2017.
- PELISSARI, F. et al. Desenvolvimento de algoritmos aplicados ao ensino de engenharia. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 7, n. 2, p. 45-58, 2014.