

ANÁLISE TÉRMICA BIDIMENSIONAL DE UM MICROPROCESSADOR SUBMETIDO A UM HOTSPOT GAUSSIANO PERIÓDICO DE CURTA DURAÇÃO

Felipe Dos Santos Rodrigues¹, Cosmo Damião Santiago², Gylles Ricardo Ströher³

¹Universidade Tecnológica Federal do Paraná — UTFPR, Campus Apucarana, Apucarana, Brasil (feliperodrigues.2004@alunos.utfpr.edu.br)

²Universidade Tecnológica Federal do Paraná — UTFPR, Campus Apucarana, Apucarana, Brasil (cosmo@utfpr.edu.br)

³Universidade Tecnológica Federal do Paraná — UTFPR, Campus Apucarana, Apucarana, Brasil (gylles@utfpr.edu.br)

Resumo: Em microprocessadores, a alta densidade de integração pode intensificar o aquecimento localizado, afetando desempenho e confiabilidade. Este estudo analisa a condução térmica transitória em um microprocessador 2D de silício com *hotspot* gaussiano periódico. As equações de Laplace e Poisson são usadas para verificação do código. A equação governante é discretizada por Diferenças Finitas. Os resultados mostraram acúmulo de calor no núcleo e inércia nas bordas, confirmando a estabilidade numérica.

Palavras-chave: Diferenças Finitas; Euler Implícito; Resposta Térmica Difusiva; Gauss-Seidel; Regime Transitório.

INTRODUÇÃO

A busca contínua por computadores mais rápidos e eficientes tem impulsionado o desenvolvimento de processadores com densidades de integração cada vez maiores. Com a fabricação em escala nanométrica, o número de transistores em um único chip cresceu de forma expressiva. Embora esse avanço melhore o desempenho computacional, ele também gera uma elevada quantidade de calor (via efeito Joule) em áreas muito reduzidas, elevando a densidade de potência do componente a níveis críticos (Pop, 2010).

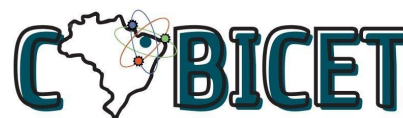
Nos processadores atuais com vários núcleos (multicore), a carga de trabalho não é distribuída de forma igual por todo o chip. Algumas tarefas exigem mais de blocos funcionais específicos, concentrando a corrente elétrica e criando pontos de calor intenso, conhecidos como *hotspots* (Zhang et al., 2023). Ao contrário de um aquecimento uniforme, esses pontos geram grandes diferenças de temperatura no chip, o que dificulta o resfriamento eficiente pelas técnicas tradicionais (Tikadar e Kumar, 2023).

Se esses *hotspots* durarem muito tempo, podem prejudicar seriamente o processador. O calor excessivo diminui a velocidade do chip, piora o seu desempenho e aumenta correntes de fuga, criando um

ciclo em que o aumento de temperatura gera ainda mais dissipação de energia. Com o tempo, essas altas temperaturas aceleram o desgaste físico das peças, diminuindo a vida útil e a confiabilidade dos componentes (Skadron et al., 2003). Dessa forma, o gerenciamento térmico tornou-se uma etapa fundamental no projeto de processadores e arquiteturas computacionais.

O comportamento térmico de um microprocessador depende de fatores como o formato da peça, o material utilizado (como o silício), o local onde o calor é gerado e as formas de resfriamento. Como a temperatura varia dependendo do espaço e do tempo, usamos Equações Diferenciais Parciais (EDPs) para calcular essas variações. Neste caso, o modelo utilizado é a equação parabólica de condução de calor transitória, que considera a geração de energia dentro do volume do material (Incropera et al., 2008).

Em situações físicas idealizadas, EDPs parabólicas podem ser solucionadas por métodos analíticos clássicos, como a separação de variáveis. No entanto, em cenários realistas de engenharia, a obtenção de soluções fechadas esbarra em limitações matemáticas. A presença de fontes de calor que operam de forma intermitente, combinadas com geometrias multidimensionais e condições de contorno mistas (como faces isoladas adjacentes a



faces em convecção), torna a abordagem analítica muito difícil. Consequentemente, torna-se essencial recorrer a aproximações baseadas em métodos numéricos (Farlow, 1993).

Para resolver problemas de transferência de calor, o Método das Diferenças Finitas (MDF) é amplamente utilizado. Ele se destaca por ser fácil de programar, ter um significado físico claro e funcionar bem em domínios retangulares divididos em malhas uniformes (Maliska, 2004; Cuminato e Meneguette Jr, 2013). O MDF basicamente transforma o problema diferencial em um sistema de equações lineares mais simples de se calcular.

Contudo, simular as mudanças rápidas de temperatura exige cuidado para que o cálculo matemático não perca a estabilidade. Para evitar problemas com o tamanho do passo de tempo, é mais vantajoso usar métodos implícitos, como o método de Euler regressivo. Tais esquemas matemáticos garantem a estabilidade incondicional da solução iterativa, suportando flutuações rápidas impostas pelo chaveamento de energia (Patankar, 1980; LeVeque, 2007).

Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo principal simular computacionalmente a distribuição de temperatura transitória em um microprocessador bidimensional submetido a um *hotspot* gaussiano intermitente.

MATERIAL E MÉTODOS

Como passo metodológico estruturante, o código computacional foi verificado em duas etapas: primeiro em regime estacionário, com comparação a soluções analíticas manufaturadas; em seguida, no regime transitório, com análise das oscilações de temperatura em resposta ao chaveamento periódico e ao atraso térmico imposto pelas fronteiras do dispositivo.

Modelo Matemático: As Equações Diferenciais Parciais (EDPs) lineares de segunda ordem constituem a base matemática da modelagem. Em problemas bidimensionais, a equação de Laplace e a equação de Poisson enquadram-se na categoria das equações elípticas, características de problemas de equilíbrio ou regime estacionário. As formas canônicas adotadas para as etapas de calibração espacial do código são:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{Q}{k}, \quad (2)$$

onde T é a temperatura, x e y são as coordenadas espaciais, Q é a taxa de geração volumétrica de calor e k é a condutividade térmica do material isotrópico.

Para verificar a existência de eventuais erros de programação e quantificar a acurácia do esquema numérico em regime permanente da equação de Poisson, adotou-se o Método das Soluções Manufaturadas (Salari e Knupp, 2000), propondo-se a seguinte função térmica analítica exata:

$$T_{ex}(x, y) = \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{L_y}\right), \quad (3)$$

onde T_{ex} é a temperatura exata, x e y são as coordenadas nodais e L_x e L_y representam as dimensões do domínio em cada eixo.

A substituição das derivadas da função analítica na equação governante permite extrair com exatidão o termo fonte necessário para forçar o campo de temperaturas a assumir o perfil imposto:

$$Q_{ex}(x, y) = k \left[\left(\frac{\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{L_y} \right)^2 \right] \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{L_y}\right), \quad (4)$$

onde Q_{ex} é o termo-fonte analítico extraído e k é a condutividade térmica.

Modelo Matemático (Estudo de Caso): Para o nosso estudo de caso, que exige a análise da evolução da temperatura no tempo, emprega-se a equação da condução de calor transitória, classificada como uma EDP parabólica. A formulação bidimensional com geração volumétrica interna é expressa por (Incropera et al., 2008):

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + Q(x, y, t), \quad (5)$$

onde ρ é a massa específica do material, c_p é o calor específico, k é a condutividade térmica isotrópica e T é a temperatura. O termo $Q(x, y, t)$ reflete a densidade de potência térmica.

Para capturar com fidelidade a física da distribuição de calor ao redor de núcleos lógicos em atividade, adotou-se o *hotspot* como uma fonte gaussiana espacialmente concentrada, modulada no tempo por uma função periódica $S(t) \in \{0, 1\}$:

$$Q(x, y, t) = Q_o \exp\left(-\frac{(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2}{2\sigma^2}\right) S(t), \quad (6)$$

onde Q_o é a intensidade máxima de geração, (x_o, y_o) são as coordenadas centrais do domínio, σ é o desvio padrão de decaimento radial da fonte e $S(t)$ representa o ciclo de trabalho do processamento ativo.

As restrições impostas nos limiares físicos da malha buscam abstrair o encapsulamento do microprocessador e seu pacote de resfriamento. A síntese dessas formulações matemáticas e de contorno (Dirichlet, Neumann e Robin) encontra-se disposta na Tabela 1.

Tabela 1. Condições de contorno adotadas na simulação.

Região do domínio	Tipo de condição	Interpretação física
Base, $y = 0$	Dirichlet	Contato com substrato resfriado, $T = 27^\circ\text{C}$
Laterais, $x = 0$ e $x = L_x$	Neumann	Bordas termicamente isoladas, $\partial T / \partial x = 0$
Topo, $y = L_y$	Robin	Troca convectiva com o ambiente

O esquema geométrico do domínio bidimensional, ilustrando a localização central do *hotspot* gaussiano e a distribuição espacial das restrições de fronteira, é apresentado na Figura 1.

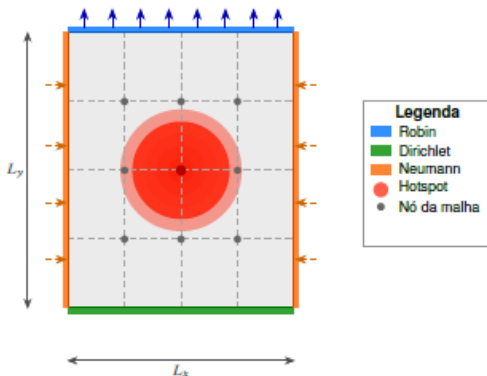


Figura 1. Domínio computacional com indicação do *hotspot* e das condições de contorno adotadas.

Modelo Numérico: A conversão do domínio contínuo para o domínio numérico discreto foi realizada aplicando-se o Método das Diferenças Finitas. O domínio foi subdividido em uma malha estruturada contendo $N_x \times N_y$ nós, garantindo uma distância constante inter-nodal $h = \Delta x = \Delta y$. O tamanho dos elementos da malha, ou seja, a distância entre dois nós consecutivos, é definido por $h = \frac{L_x}{N_x - 1}$ e $h = \frac{L_y}{N_y - 1}$. Qualquer ponto da malha computacional pode ser mapeado pelas coordenadas discretas $(x_i, y_j) = ((i - 1)h, (j - 1)h)$, em que $i = 1, \dots, N_x$ e $j = 1, \dots, N_y$.

A aproximação numérica para o operador Laplaciano bidimensional ($\nabla^2 T$), que correlaciona o nó central

aos seus quatro vizinhos ortogonais diretos através do estêncil discreto de cinco pontos, é expressa por:

$$\nabla^2 T \approx \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{h^2}, \quad (7)$$

onde $T_{i,j}$ é a temperatura do nó central, $T_{i\pm 1,j}$ e $T_{i,j\pm 1}$ são as temperaturas dos vizinhos ortogonais e h é o tamanho do espaçamento da malha. Esta substituição algébrica introduz um erro de truncamento de ordem $O(h^2)$.

Para a integração temporal, adotou-se o método de Euler totalmente implícito, garantindo estabilidade incondicional diante da função chaveada $S(t)$ (Patankar, 1980). Substituindo a aproximação espacial da Eq. (7) na formulação transitória, obtém-se:

$$\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = \alpha \nabla^2 T_{i,j}^{n+1} + \frac{Q_{i,j}^{n+1}}{\rho c_p}, \quad (8)$$

onde n e $n + 1$ referem-se aos instantes de tempo atual e futuro, Δt é o passo de tempo, $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ é a difusividade térmica e ρc_p é a capacidade térmica volumétrica.

O rearranjo algébrico para todos os nós internos configura um sistema linear de equações da forma global $Au = b$. A solução foi obtida pelo método de Gauss-Seidel (Burden e Faires, 2003). A equação de atualização algébrica formatada para o nó central (P), dependente dos vizinhos leste (E), oeste (W), norte (N) e sul (S), é definida iterativamente para o passo k como:

$$T_{i,j}^{(k+1)} = \frac{aE T_{i+1,j}^{(k)} + aW T_{i-1,j}^{(k+1)} + aN T_{i,j+1}^{(k)} + aS T_{i,j-1}^{(k+1)} + bP}{aP}, \quad (9)$$

onde os coeficientes são dados por:

$$aE = aW = aN = aS = \frac{\alpha}{h^2}, \quad (10)$$

$$aP = \frac{1}{\Delta t} + 4\left(\frac{\alpha}{h^2}\right), \quad (11)$$

$$bP = \frac{T_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{Q_{i,j}^{n+1}}{\rho c_p}. \quad (12)$$

O termo independente bP armazena a memória histórica do regime transitório e a taxa de geração volumétrica instantânea calculada para o nó central $P(i, j)$, onde $T_{i,j}^n$ é o valor da temperatura resolvido no passo temporal anterior e $Q_{i,j}^{n+1}$ representa a injeção instantânea de energia.

Observa-se na formulação de iteração a distinção do método de Gauss-Seidel que faz o aproveitamento imediato dos valores recém-calculados. Ao processar



o nó central de índice (i,j), a equação já incorpora os resultados obtidos na varredura corrente para os vizinhos oeste e sul, indicados pelo índice da iteração atual ($k+1$). Para os vizinhos leste e norte, que ainda não foram processados na mesma varredura, recorre-se aos dados da iteração anterior (k). Este procedimento acelera significativamente a taxa de convergência do algoritmo em relação a métodos simultâneos, como o de Jacobi, e otimiza o uso da memória computacional.

Matematicamente, a aplicação da condição de contorno convectiva de Robin na fronteira superior ($y = L_y$, onde $j = N_y$) exige a aproximação da derivada primeira espacial por diferenças centrais. Para evitar a perda de ordem de precisão na borda, introduz-se a técnica de um nó fictício exterior ($j = N_y + 1$) (Özişik et al., 2017), resultando na seguinte formulação discreta para o contorno:

$$-k \frac{T_{i,N_y+1} - T_{i,N_y-1}}{2\Delta y} = h_c (T_{i,N_y} - T_\infty), \quad (13)$$

onde T_{i,N_y+1} é a temperatura virtual no nó fictício, Δy é a malha vertical, h_c é o coeficiente convectivo e T_∞ é a temperatura ambiente.

Para garantir a convergência do método em cada passo de tempo, estabeleceu-se a tolerância de $\varepsilon = 10^{-8}$. Para a etapa estacionária, adotou-se o critério do desvio máximo absoluto Eq. (14); para a simulação transitória principal, implementou-se o resíduo RMS relativo Eq. (15):

$$\varepsilon_{\max}^{(k)} = \max_{ij} |T_{ij}^{(k+1)} - T_{ij}^{(k)}|, \quad (14)$$

$$\varepsilon_{RMS}^{(k)} = \frac{R_{RMS}^{(k)}}{R_{RMS}^{(1)}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} (T_{ij}^{(k+1)} - T_{ij}^{(k)})^2}}{R_{RMS}^{(1)}}, \quad (15)$$

onde $\varepsilon_{\max}^{(k)}$ exprime a máxima variação nodular, $\varepsilon_{RMS}^{(k)}$ é o resíduo RMS global normalizado da iteração atual, e $R_{RMS}^{(1)}$ representa a raiz do erro quadrático médio em campo.

Para realizar as simulações, foi necessário definir os valores físicos e operacionais que melhor representam o funcionamento real do componente. As propriedades térmicas do silício e o valor da convecção que simula um cenário de resfriamento por ar em convecção natural foram retirados de referências clássicas da área (Incropera et al., 2008). Já as medidas do chip, a intensidade do calor gerado pelo *hotspot* e o período de chaveamento da fonte foram baseados em processadores comerciais

modernos (Tikadar e Kumar, 2023; Zhang et al., 2023).

Além disso, a escolha de usar uma malha de 100x100 nós e um passo temporal de 1 milissegundo foram fundamentadas na necessidade de capturar com precisão as rápidas flutuações térmicas originadas pelo chaveamento da fonte a cada 50 ms. Essa configuração garante uma resolução espacial refinada o suficiente para manter o erro de truncamento na ordem de $O(h^2)$, ao mesmo tempo em que a escolha do método implícito assegura a estabilidade da solução. Dessa forma, mantém-se o custo computacional e o tempo de processamento dentro de limites viáveis para o longo horizonte de simulação.

A Tabela 2 a seguir resume todos os parâmetros físicos e computacionais adotados no presente estudo.

Tabela 2. Parâmetros físicos e computacionais da simulação do microprocessador.

Parâmetro	Descrição	Valor
$L_x = L_y$	Dimensões da amostra	20 mm
$N_x = N_y$	Número de nós por direção	100
k	Condutividade térmica do silício	150 W/(m·K)
ρ	Massa específica do silício	2330 kg/m ³
c_p	Calor específico do silício	700 J/(kg·K)
Q_0	Intensidade de pico do <i>hotspot</i>	1 x 10 ⁸ W/m ³
(x_0, y_0)	Centro geométrico do <i>hotspot</i>	(10 mm, 10 mm)
σ	Desvio padrão espacial	2 mm
$T_0 = T_\infty$	Temperatura inicial e ambiente	27 °C
h_c	Coefficiente de transferência de calor por convecção	10 W/(m ² ·K)
Δt	Passo de tempo	1 ms
$t_{\max}$	Tempo total de simulação	1 s
T_{ciclo}	Período de chaveamento da fonte	50 ms

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a resolução do modelo matemático, o código computacional foi inteiramente desenvolvido e executado em linguagem Fortran com aritmética de dupla precisão. A análise gráfica e o pós-processamento dos resultados obtidos foram realizados em ambiente MATLAB.

Verificação Numérica: A verificação da implementação computacional, bem como da metodologia numérica de solução aplicada, foi realizada por meio da comparação da solução numérica com soluções analíticas disponíveis na literatura. Iniciou-se a verificação com os casos em regime permanente, equações de Laplace e Poisson. Para o caso transitório com o hotspot gaussiano intermitente, não há solução analítica fechada disponível na literatura devido ao acoplamento não linear entre a geração de energia e as condições de contorno mistas. Dessa forma, a consistência da solução transitória foi avaliada por meio do monitoramento da convergência do resíduo RMS a cada passo de tempo (Eq. 15) e da análise qualitativa do comportamento físico esperado do sistema.

Para a verificação da equação de Laplace, o domínio foi discretizado em uma malha de 100x100 nós. As condições de contorno de Dirichlet aplicadas foram 100 °C no contorno superior e 0 °C nos demais contornos. Na Figura 2, observa-se que a distribuição de temperatura no interior do domínio depende unicamente das condições de contorno, comportamento característico da equação de Laplace. A transição observada no gradiente ocorre porque, no método numérico, a temperatura em um nó interno corresponde à média aritmética de seus vizinhos mais próximos, convergindo para os valores impostos nas fronteiras.

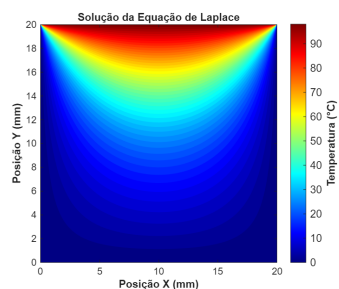


Figura 2. Distribuição de temperatura em regime estacionário (Equação de Laplace)

A Figura 3 apresenta a distribuição do erro absoluto na região para o caso da equação de Laplace. É possível observar que os maiores valores de erro estão localizados de forma simétrica nos cantos superiores. Este comportamento é o esperado devido ao encontro das diferentes condições de contorno. Nota-se que o erro máximo fica na ordem de 10^{-4} °C, o que demonstra que a malha utilizada e o método de

diferenças finitas aplicados reproduzem bem as características do problema.

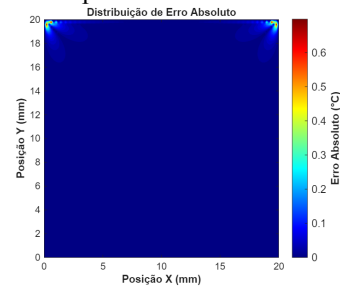


Figura 3. Distribuição espacial do erro absoluto (Equação de Laplace).

Para a verificação do caso com a Equação de Poisson, o domínio foi discretizado em uma malha de 201x201 nós. As condições de contorno de Dirichlet foram impostas utilizando solução analítica, previamente definida pela Eq. (3). O campo de temperaturas resultante, exibido na Figura 4 após a convergência do método de Gauss-Seidel, corrobora com a topologia esperada com a introdução da referida fonte volumétrica.

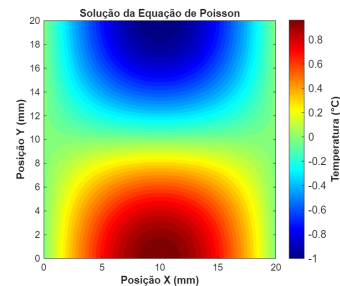


Figura 4. Distribuição de temperatura com geração volumétrica interna (Equação de Poisson).

A Figura 5 ilustra a distribuição do erro absoluto para o caso da equação de Poisson, a partir da comparação com a solução analítica. Diferente do caso anterior, observa-se que o maior erro se concentra no centro do domínio, acompanhando o perfil da fonte volumétrica de calor. O valor máximo do erro atinge a ordem de 4×10^{-5} °C. Esses resultados mostram boa concordância com a solução exata, confirmando a consistência do código computacional implementado para a etapa transitória.

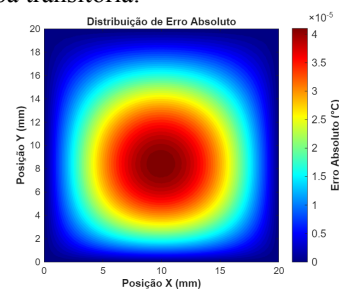


Figura 5. Distribuição espacial do erro absoluto (Equação de Poisson).

A Figura 6 apresenta o gráfico do resíduo da equação de Poisson. Observa-se um decaimento rápido inicial seguido de um regime linear característico, atingindo a tolerância de 10^{-8} em aproximadamente 25 mil iterações.

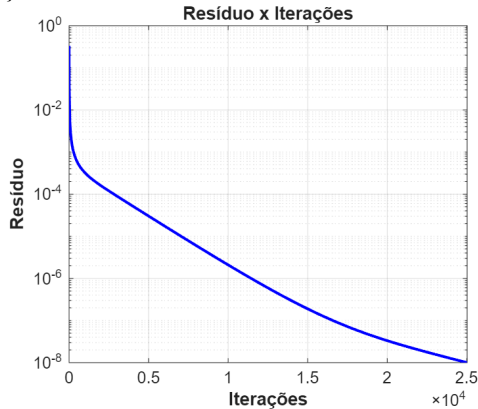


Figura 6. Decaimento do resíduo numérico em função do número de iterações.

Para avaliar a precisão do código numérico, a Figura 7 apresenta a variação da temperatura medida na linha central do domínio ($x = 10$ mm) durante o caso de Poisson. O gráfico mostra que a curva calculada pelo modelo numérico (linha tracejada) se sobrepõe à curva da solução exata (linha contínua). A análise quantitativa revelou um erro máximo de $4,18 \times 10^{-5}$ em relação à solução analítica, validando o método implementado para o regime permanente.

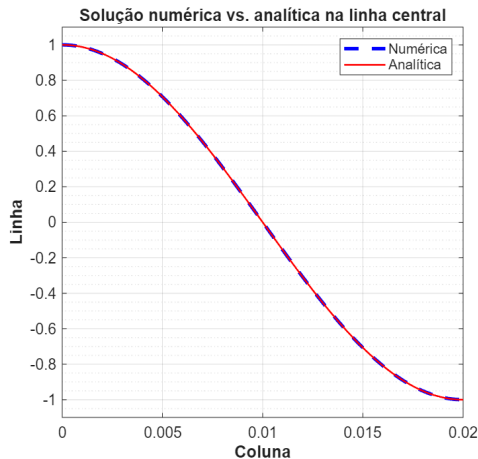


Figura 7. Comparação entre as soluções numérica e analítica na linha central do domínio.

Simulação Transitória do Microprocessador com Hotspot: Com o código numérico verificado, iniciou-se a simulação transitória do microprocessador de silício. A condição inicial do sistema foi assumida como isotérmica a 27°C , e as condições de contorno mistas (Dirichlet, Neumann e Robin) foram aplicadas às fronteiras conforme definido no modelo matemático. A integração no

tempo foi realizada utilizando o método de Euler implícito, aplicando o comportamento periódico do hotspot gaussiano (50 ms) ao longo de 1 segundo de simulação.

As Figuras 8 e 9 apresentam a distribuição térmica final no dispositivo. Observa-se que, apesar de a geração de calor ser centrada e simétrica ($\sigma = 2$ mm), a distribuição de temperatura obtida não foi simétrica, como consequência da aplicação das diferentes condições de contorno. A base inferior apresenta elevada dissipação térmica devido à imposição da condição de Dirichlet resfriada. Em contrapartida, a troca de calor por convecção imposta no topo (Robin), somada ao isolamento térmico das laterais (Neumann), restringe a perda de energia nessas direções, justificando a assimetria térmica e o alongamento do perfil de temperatura na porção superior do silício.

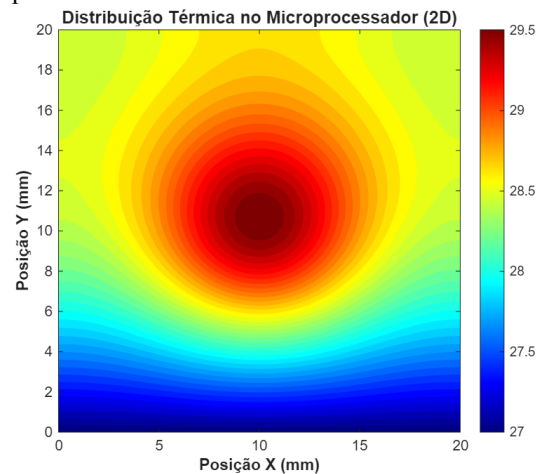


Figura 8. Distribuição espacial de temperatura no instante $t = 1$ s.

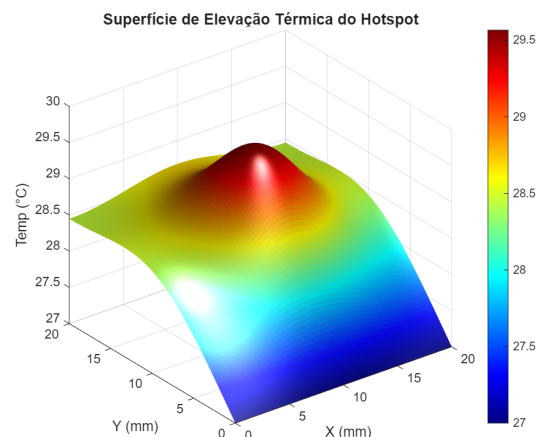


Figura 9. Superfície termográfica 3D da distribuição de temperatura no instante $t = 1$ s.

A Figura 10 apresenta os perfis espaciais de temperatura nas direções horizontal (x) e vertical (y). No perfil horizontal, avaliado na linha central ($y = 10$

mm), a curva apresenta inclinação nula nas posições $x = 0$ e $x = 20$ mm, o que reflete o isolamento térmico (Neumann) imposto nas bordas laterais. A curva referente à base ($y = 0$ mm) permanece constante em 27°C . No perfil vertical, analisado na coluna central ($x = 10$ mm), nota-se que a temperatura aumenta a partir da base, atinge seu valor máximo na região do hotspot (próximo a $y = 10$ mm) e, em seguida, apresenta uma queda em direção à borda superior ($y = 20$ mm) em função da perda de calor por convecção (Robin).

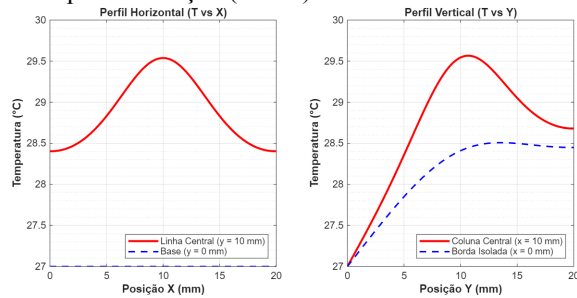


Figura 10. Perfis espaciais de temperatura nas coordenadas central e de contorno ao final da simulação.

A natureza transitória das fontes intermitentes é um fator relevante no projeto térmico do componente. A Figura 11 apresenta a evolução temporal da temperatura no ponto quente. Observa-se que o dispositivo não atinge o equilíbrio estacionário ao longo do intervalo simulado. Em vez disso, ocorrem pequenas oscilações térmicas associadas ao sinal da lógica interna de geração (S(t) em estado liga/desliga, indicadas pelas faixas cinzas). Enquanto o núcleo recebe uma taxa elevada de geração de calor, a inércia térmica do material impede uma queda abrupta da temperatura quando o processador entra em estado de repouso. Esse comportamento resulta em um acúmulo de energia térmica, que eleva gradualmente as temperaturas máximas de operação ao longo do período de atividade.

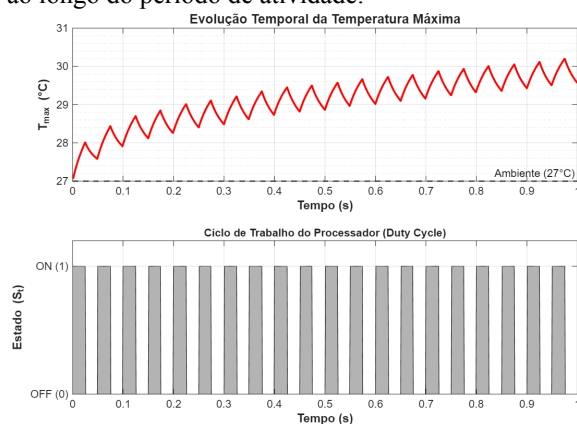


Figura 11. Evolução transitória da temperatura máxima e o ciclo de trabalho (Duty Cycle) do processador.

Esse acúmulo de energia não ocorre simultaneamente em todo o domínio bidimensional. A Figura 12 apresenta a evolução da temperatura em três nós específicos, distribuídos do centro ($x = 10$ mm) em direção à borda ($x = 0$ mm). Observa-se o amortecimento das oscilações térmicas ao longo da placa. Nas regiões periféricas, as flutuações de temperatura geradas no núcleo têm sua amplitude reduzida e apresentam defasagem temporal. Esse amortecimento espacial ocorre porque a resistência térmica do silício impede que as variações rápidas de temperatura no centro se propaguem integralmente até as bordas. Este comportamento é o esperado na resposta térmica de materiais submetidos a perturbações intermitentes.

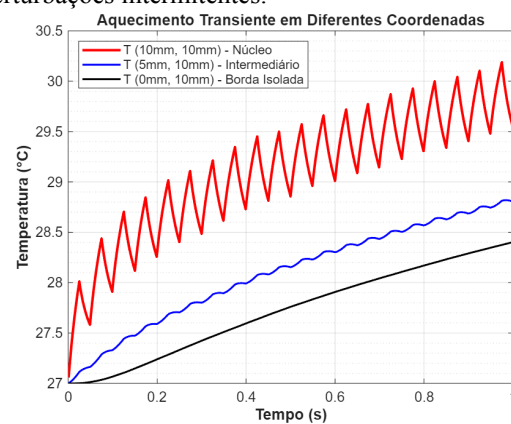


Figura 12. Evolução temporal da temperatura em diferentes coordenadas do domínio computacional.

Os resultados obtidos refletem o comportamento esperado para o gerenciamento térmico de semicondutores e são qualitativamente semelhantes aos perfis térmicos e de acúmulo de calor em processadores multicore demonstrados por Zhang et al. (2023).

CONCLUSÃO

No presente trabalho, desenvolveu-se um código computacional para simular o aquecimento transitório em um microprocessador 2D. O modelo matemático foi discretizado utilizando o Método das Diferenças Finitas e o sistema de equações algébricas resultante foi resolvido por meio do método de Gauss-Seidel. As simulações executadas demonstraram viabilidade e comportamento numérico consistente diante da complexidade da transferência de calor intermitente. A simulação capturou a evolução espacial da temperatura e evidenciou a assimetria térmica resultante das diferentes condições de contorno impostas (convecção no topo e contato resfriado na base). Verificou-se que a inércia térmica do silício favorece o acúmulo de energia sob pulsos de curta duração, resultando em picos de temperatura e defasagens ao longo da placa, o que pode dificultar a interpretação de dados obtidos por sensores lógicos periféricos.



AGRADECIMENTOS

Agradeço aos orientadores Prof. Dr. Cosmo Damiano Santiago e Prof. Dr. Gylles Ricardo Ströher pelo amplo suporte em todas as etapas de estudo teórico e implementação técnica. Agradeço igualmente à Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Apucarana, pela infraestrutura acadêmica essencial à realização deste projeto.

REFERÊNCIAS

- Burden, R. L.; Faires, J. D. Numerical Analysis. 7. ed. Thomson Brooks/Cole, Belmont, 2003.
- Cuminato, J. A.; Meneguette Jr, M. Discretização de Equações Diferenciais Parciais: Técnicas de Diferenças Finitas. SBM, Rio de Janeiro, 2013.
- Farlow, S. J. Partial Differential Equations for Scientists and Engineers. Dover Publications, New York, 1993.
- Incropera, F. P.; DeWitt, D. P.; Bergman, T. L.; Lavine, A. S. Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa. 6. ed. LTC, Rio de Janeiro, 2008.
- LeVeque, R. J. Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations. SIAM, Philadelphia, 2007.
- Maliska, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. 2. ed. LTC, Rio de Janeiro, 2004.
- Özişik, M. N.; Orlande, H. R. B.; Colaço, M. J.; Cotta, R. M. Finite Difference Methods in Heat Transfer. 2. ed. CRC Press, Boca Raton, 2017.
- Patankar, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing, Washington, 1980.
- Pop, E. Energy dissipation and transport in nanoscale devices. Nano Research, v. 3, p. 147-169, 2010.
- Salari, K.; Knupp, P. Code Verification by the Method of Manufactured Solutions. Sandia National Laboratories, Albuquerque, 2000.
- Skadron, K.; Stan, M. R.; Huang, W.; Velusamy, S.; Sankaranarayanan, K.; Tarjan, D. Temperature-aware microarchitecture. ACM SIGARCH Computer Architecture News, v. 31, p. 2-13, 2003.
- Tikadar, A.; Kumar, S. Machine learning approach to predict heat transfer and fluid flow characteristics of integrated pin fin-metal foam heat sink. Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, v. 84, p. 1-26, 2023.
- Zhang, J.; Sadiqbatcha, S.; Tan, S. X.-D. Hot-Trim: Thermal and Reliability Management for Commercial Multi-Core Processors Considering Workload Dependent Hot Spots. IEEE

Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, v. 42, p. 2290-2302, 2023.