

UTILIZAÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS PARA ANÁLISE DE FALHAS EM UMA VIGA FLEXÍVEL

Cesar Aguilera Comino¹, Fernando José Antonio², Edson Hideki Koroishi³

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná, PPGEM-CP/PG
Cornélio Procópio, PR, Brasil. (cesaraguileracomino@gmail.com;
cesaraguileracomino@alunos.utfpr.edu.br).

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio,
PR, Brasil.

³ Universidade Tecnológica Federal do Paraná, PPGEM-CP/PG
Cornélio Procópio, PR, Brasil.

Resumo: Este trabalho investigou o comportamento vibratório de uma viga flexível na condição engastada-livre, modelada pela teoria de Euler-Bernoulli e pelo Método dos Elementos Finitos. As falhas foram representadas pela variação de massas em pontos específicos da estrutura. Para avaliar essas mudanças, foram aplicadas técnicas de séries temporais, destacando-se a análise de cauda, a avaliação dos picos máximos e seus vizinhos, e análise de regressão linear para determinação dos tempos característicos. Os resultados mostraram que o incremento de massa não provocou aumento significativo das amplitudes de resposta, mas alterou a densidade espectral e o nível de ruído do sistema.

Palavras-chave: Viga Flexível; Falhas; Séries Temporais; Método dos Elementos Finitos.

INTRODUÇÃO

As vibrações mecânicas podem causar danos, fadiga estrutural e falhas em máquinas e equipamentos, comprometendo seu desempenho e vida útil (THOMSON, 1978). Nesse contexto, o estudo de vigas é de grande relevância na engenharia, devido à sua ampla aplicação em estruturas e equipamentos submetidos a esforços de flexão, cisalhamento, torção e cargas axiais, contribuindo para a estabilidade e distribuição de cargas (AL RJOUB, 2019). Além das dimensões geométricas, os diferentes perfis das vigas influenciam

diretamente sua resistência mecânica e adequação às diversas aplicações (PAVAN *et al.*, 2015). Pesquisas recentes abordam diferentes aspectos do comportamento de vigas, incluindo reforços estruturais (LOFTY *et al.*, 2023). O estudo experimental de modos de vibração em vigas bi-engastada através da aplicação das equações de Euler-Bernoulli (HOFFMANN *et al.*, 2024). Também utilizando-se a teoria de Euler-Bernoulli, o estudo de frequências naturais em vigas sob fundação elástica e condições de contorno não clássicas para avaliar estruturas no solo (PETERMANN *et al.*, 2023).

Paralelamente, as séries temporais têm se destacado como ferramenta para análise, tema amplamente explorado na literatura científica, com mais de 200 mil publicações registradas na Web of Science desde 2002 (ROJAS *et al.*, 2017). Entre as aplicações recentes, destacam-se a previsão e classificação de condições de rolamentos (WANG *et al.*, 2022), e o monitoramento da saúde estrutural (SHM) para identificação experimental de parâmetros modais em estruturas de aço (AHMED *et al.*, 2020).

Séries temporais consistem em observações organizadas ao longo do tempo, utilizadas para descrever comportamentos, identificar padrões e periodicidades, compreender os mecanismos geradores dos dados e realizar previsões de valores futuros (MORETTIN *et al.*, 2018).

Neste trabalho, foram analisados dados numéricos validados por simulações em uma viga esbelta de aço inoxidável engastada-livre por meio de técnicas de séries temporais, permitindo avaliar o comportamento dinâmico da estrutura sob diferentes condições de excitação sob a adição de massa, bem como sua aplicação na análise de falhas.

MATERIAL E MÉTODOS

A bancada utilizada nas simulações foi desenvolvida no laboratório da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Cornélio Procopio (SANTOS, 2018).

Conforme ilustrado na Figura 1, tem-se a imagem e o modelo da viga discretizada com massa concentrada e está engastada no nó 1, fixada a uma estrutura de alumínio. A excitação por impacto é aplicada no nó 7, enquanto a resposta vibratória é medida no nó 21 por meio de um acelerômetro.

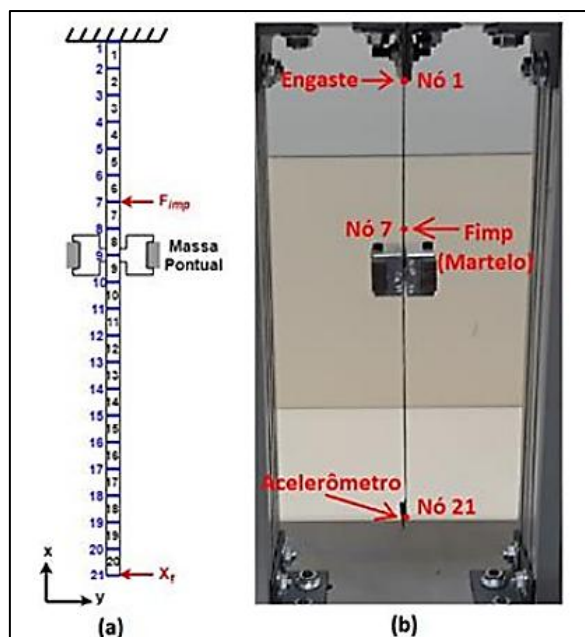


Figura 1 – Protótipo da viga, (a) ilustração gráfica, (b) viga flexível.
 Fonte: Santos (2018).

A viga analisada possui comprimento de 300 mm, largura de 26,50 mm, espessura de 1,00 mm, área de seção transversal de 26,50 mm², massa de 50 g e momento de inércia de área de 2,2083 mm⁴. O modelo foi discretizado em 20 elementos de 15 mm cada, e a massa do par de atuadores é de 264,07 g. Os parâmetros da viga foram identificados por Santos (2018) e são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros identificados da curva selecionada

PARÂMETROS			
$E(Pa)$	$\rho(kg/m^3)$	$\alpha(1/s)$	$\beta(s)$
1,2086X10 ¹¹	5,6292X10 ³	0,9984	6,0799X10 ⁻⁵

Fonte: Santos (2018).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram realizadas 20 simulações em MATLAB® para análise e ajuste das caudas. Destas, foram selecionadas 20 amostras, correspondentes a massas adicionais de 1 g a 191 g, com incrementos de $\Delta m = 10$ g, sendo avaliados os módulos dos desvios em escala logarítmica.

Esta análise tem como objetivo, identificar os picos máximos relativos da vibração gerada nas simulações, avaliando o comportamento dinâmico da viga. Espera-se que os incrementos de massa, provoquem alterações no amortecimento das curvas, evidenciando mudanças relevantes no sistema. Como exemplo, a Figura 2 (a) apresenta a análise correspondente ao incremento de 1 g.

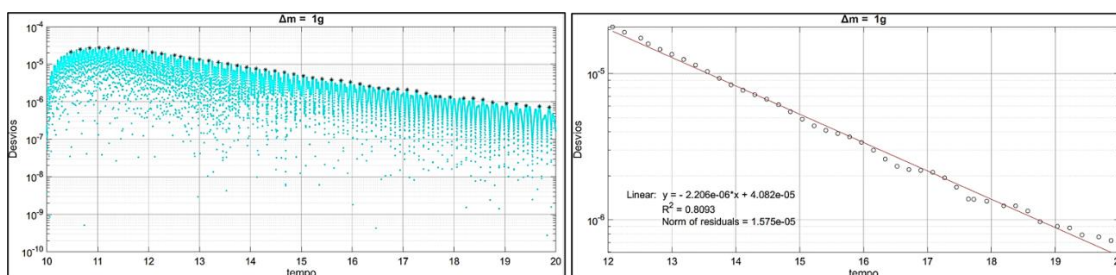


Figura 2 — Gráficos $\Delta m = 1$ g, de análises de caudas (a), de dispersão (b).
Fonte: Autor utilizando MATLAB, 2025.

Complementando a análise de cauda, foi aplicada a análise de regressão linear para avaliar a dispersão dos dados e determinar o tempo característico do sistema. Utilizaram-se as mesmas regiões da análise de cauda, com ajuste no intervalo entre 12 s e 20 s. Para o caso de $\Delta m = 1$ g ilustrado na Figura 2 (b), obteve-se $\alpha = 40,82 \times 10^{-6}$ m (intercepto), $\beta = 2,206 \times 10^{-6}$ s (inclinação da reta), norma dos resíduos de $15,75 \times 10^{-6}$ m e coeficiente de determinação $R^2 = 0,81$, indicando que 81% da variabilidade dos dados é explicada pelo modelo linear. Para facilitar a análise dos resultados, os gráficos das análises de cauda e de regressão linear das 20 amostras foram agrupados e avaliados conjuntamente na Tabela 2, que apresenta os coeficientes α e β , a norma dos resíduos $\|r\|$ e o coeficiente de determinação R^2 , possibilitando o cálculo dos tempos característicos do sistema pela relação $\tau = 1/\beta$.

Tabela 2 - Cálculo dos tempos característicos τ

PARÂMETROS						
Massa (g)	β E^{-6} (s)	$\tau = 1/\beta$ (s)	$\tau = 1/\beta$ (h)	α E^{-6} (m)	R^2 (%)	Norma dos Resíduos E^{-6} (m)
1	2,206	453309,16	125,92	40,820	80,93	15,750
11	23,230	43047,78	11,96	429,800	78,61	175,500
21	40,300	24813,90	6,89	745,700	76,16	323,700
31	49,930	20028,04	5,56	925,100	72,76	441,900
41	53,210	18793,46	5,22	1003,000	75,38	447,100
51	58,120	17205,78	4,78	1105,000	84,25	362,300
61	62,310	16048,79	4,46	1197,000	91,09	281,600
71	70,460	14192,45	3,94	1353,000	90,85	325,100
81	84,380	11851,15	3,29	1610,000	89,69	412,600
91	95,900	10427,53	2,90	1825,000	88,58	513,100
101	105,400	9487,67	2,64	1992,000	85,90	630,800
111	116,300	8598,45	2,39	2199,000	88,03	607,500
121	122,000	8196,72	2,28	2307,000	90,21	582,900
131	125,900	7942,81	2,21	2375,000	90,14	613,100
141	135,900	7358,35	2,04	2560,000	90,88	632,200
151	149,500	6688,96	1,86	2803,000	90,36	714,500
161	161,000	6211,18	1,73	3001,000	88,30	843,400
171	167,000	5988,02	1,66	3097,000	85,43	972,600
181	170,900	5851,38	1,63	3167,000	87,11	988,200
191	173,700	5757,05	1,60	3225,000	86,37	1046,000

Fonte: Autoria própria (2026).

Os resultados indicaram que o aumento da massa adicionada ao sistema, reduz o tempo característico, evidenciado pelo aumento da inclinação das curvas de decaimento. Esse comportamento sugere maior dissipação da energia vibratória, fazendo com que o sistema atinja o equilíbrio em menor tempo, conforme ilustrado na Figura 4.

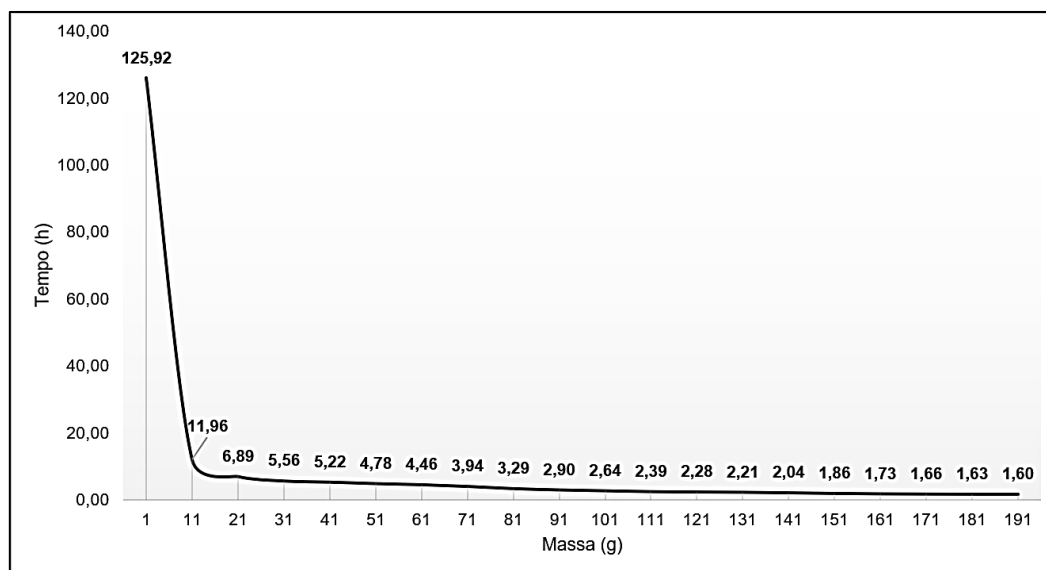


Figura 4 — Gráfico do comportamento do tempo característico.
Fonte: Autor utilizando Excel, 2026.

Os resultados da Tabela 2 evidenciam o aumento da norma dos resíduos com o incremento das massas, indicando maior dispersão dos dados em relação à reta de regressão linear. Esse comportamento confirma resultados observados em análises anteriores, nas quais o aumento da densidade espectral revelou a presença de maiores distúrbios no sistema decorrentes da adição de massa. Outra análise realizada nesta seção, foi observar o comportamento dos coeficientes α e β respectivamente, a partir do incremento de massas de 1 g a 200 g.

Os resultados apresentados pela Figuras 5, demonstraram que os coeficientes α e β apresentaram comportamentos distintos à medida que a massa foi incrementada, com mudanças mais evidentes a partir de 60 g. O coeficiente α exibiu variações não lineares ao longo da análise, indicando alterações nos desvios e deslocamentos vibratórios do sistema, o impacto da adição de massa está diretamente relacionado a menores desvios. Já o coeficiente β apresentou tendência geral de crescimento, especialmente após 60 g, evidenciando aumento do amortecimento e redução do tempo necessário para a estabilização da viga, o impacto da adição de massas está diretamente relacionado ao tempo de estabilidade no sistema.

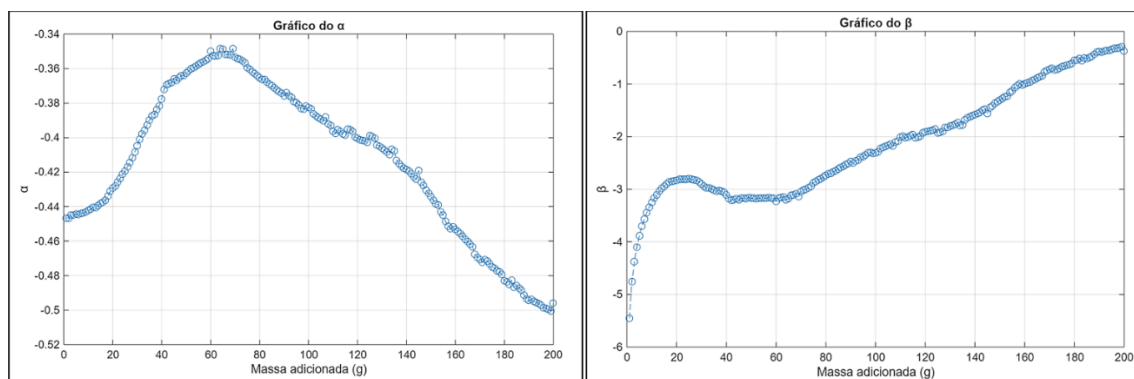


Figura 5 — Gráfico do comportamento dos coeficiente α e β para massa de $\Delta m = 1\text{ g}$ a 200 g .
Fonte: Autor utilizando MATLAB, 2025.

CONCLUSÃO

A análise dos resultados mostrou que o aumento da massa não provocou variações significativas nas amplitudes de vibração, porém elevou a densidade espectral, indicando maior presença de ruído e perturbações no sistema. A análise de cauda e análise de regressão linear, evidenciou a redução dos tempos característicos com o incremento de massa, demonstrando maior amortecimento e estabilização rápida do sistema após a excitação. Observou-se também o aumento da norma dos resíduos, associado à maior dispersão dos dados e à proximidade de condições de falha. Os coeficientes α e β apresentaram tendência divergentes, indicando alterações nos desvios do sistema e influência direta da massa no amortecimento. De forma geral, os resultados através de análise de séries temporais, confirmam que a adição de massa modifica a resposta dinâmica da viga, promovendo menor deslocamento vibratório e maior rapidez na estabilização do sistema.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação Araucária pelo suporte financeiro para a realização do trabalho.

REFERÊNCIAS

- AHMED, Habib *et al.*. Review of non-destructive civil infrastructure evaluation for bridges: State-of-the-art robotic platforms, sensors and algorithms. *Sensors*, v. 20, n. 14, p. 3954, 2020.
- AL RJOUN, Yousef S.; HAMAD, Azhar G. Free Vibration of Axially Loaded Multi-Cracked Beams Using the Transfer Matrix Method. *International Journal of Acoustics & Vibration*, v. 24, n. 1, 2019.
- HOFFMANN, Bruno *et al.*. Estudo dos modos de vibração de uma viga biengastada. *Revista de Engenharia e Tecnologia* (ISSN 2176-7270). V.16, No.1, 2024.
- LOFTY, E. A. et al. Flexural investigation of a composite trussed-beam for aerospace shelters using numerical modelling. In: *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, p. 012048, 2023.
- MORETTIN, Pedro A.; TOLOI, Clélia MC. *Análise de séries temporais: modelos lineares univariados*. Editora Blucher, 2018.
- PAVAN, Roberto Carlos *et al.* Comparação teórica e experimental da resistência a flexão de perfis metálicos laminados e formados a frio. *REEC-Revista Eletrônica de Engenharia Civil*, v. 10, n. 2, 2015.
- PETERMANN, Rubiara; COPETTI, Rosemaira Dalcin. Frequências naturais e modos de vibração de uma viga sobre fundação elástica e condições de contorno não-clássicas. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 10, n. 1, 2023.
- SANTOS, William Faria dos. *Controle Ativo De Vibrações em uma Viga Flexível Utilizando Atuadores Eletromagnéticos*. 2018. Tese (Doutorado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2018.
- THOMSON, W. T. *Teoria da Vibração com Aplicações*. Rio de Janeiro, RJ: Interciência Ltda, 1978.
- WANG, Aina *et al.* A novel hybrid model for the prediction and classification of rolling bearing condition. *Applied Sciences*, v. 12, n. 8, p. 3854, 2022.