Estimativa dos parâmetros da distribuição Wakeby via Solver Evolucionário do Excel

Laura Lenhardt Savaris[1], Wagner Alessandro Pansera[2]

[1]Colegio La Salle, Toledo, Paraná, Brasil (llsavaris@hotmail.com)
[2]Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, Brasil

Resumo: Este estudo investiga a estimação dos parâmetros da distribuição Wakeby aplicada à modelagem de eventos hidrológicos extremos por meio de um algoritmo de otimização evolucionária implementado no Solver do Excel. A abordagem proposta visa contornar limitações associadas à parametrização da distribuição, apresentando elevado potencial na representação de caudas superiores e na estimativa de quantis associados a grandes períodos de retorno em análises de frequência hidrológica.

Palavras-chave: Distribuição Wakeby; Extremos Hidrológicos; Otimização meta-heurística; Solver Excel

INTRODUÇÃO

A estimativa e o gerenciamento de eventos hidrológicos extremos constituem etapas fundamentais no dimensionamento de obras hidráulicas, no planejamento agrícola e na mitigação de riscos associados a desastres naturais. A ocorrência desses eventos está frequentemente relacionada a impactos expressivos sobre a infraestrutura, perdas econômicas e riscos à segurança da população, tornando indispensável o desenvolvimento de métodos estatísticos capazes de representar adequadamente o comportamento probabilístico de fenômenos extremos. Nesse contexto, a análise estatística de extremos desempenha papel central na hidrologia aplicada, especialmente na estimativa de eventos raros utilizados em estudos de frequência hidrológica e projetos de engenharia (Rao e Hamed, 2000).

Entre as distribuições tradicionalmente empregadas na modelagem de máximos hidrológicos, destaca-se a distribuição generalizada de valores extremos (GEV), amplamente fundamentada na teoria assintótica de valores extremos (Coles, 2001). Apesar de sua ampla utilização, a distribuição GEV pode apresentar limitações quando aplicada a séries hidrológicas finitas, uma vez que sua formulação decorre de uma distribuição limite para máximos normalizados, condição que nem sempre é plenamente satisfeita em aplicações práticas (Domma e Condino, 2017). Além disso, distribuições tradicionalmente empregadas na análise de frequência de eventos hidrológicos extremos frequentemente apresentam limitações na representação de séries com elevada assimetria, curtose acentuada e comportamento complexo de cauda, características recorrentes em registros associados a eventos raros e de grande magnitude.

Com o objetivo de superar essas limitações, diferentes distribuições multiparamétricas têm sido propostas para a modelagem de eventos hidrológicos extremos. Entre essas alternativas, a distribuição Wakeby destaca-se pela elevada flexibilidade proporcionada por sua estrutura de cinco parâmetros, permitindo representar uma ampla gama de formas distribucionais e padrões de comportamento de cauda. Essa característica favorece a modelagem de séries com elevada assimetria e caudas pesadas, frequentemente observadas em registros de precipitações extremas e vazões máximas. Em comparação com distribuições de dois ou três parâmetros, a Wakeby apresenta maior capacidade de adaptação a distintos regimes hidrológicos, possibilitando uma representação mais consistente do comportamento empírico dos dados, incluindo padrões de separação e heterogeneidade frequentemente identificados em séries hidrológicas extremas (Busababodhin et al., 2016).

Além do aspecto estritamente estatístico, a distribuição Wakeby apresenta forte coerência conceitual com os processos físicos que governam os extremos hidrológicos, demonstrando aptidão para representar regimes de vazão resultantes da coexistência ou transição entre diferentes mecanismos geradores, como a combinação entre precipitações intensas e escoamento de base. Essa característica reforça sua relevância como um dos modelos mais abrangentes para análises de frequência sob condições hidrológicas não estacionárias e cenários climáticos dinâmicos (Rahman et al., 2014). Diversos estudos internacionais têm demonstrado a eficiência da distribuição Wakeby na modelagem de vazões máximas e chuvas extremas em distintas regiões do mundo (Seckin et al., 2011; Soukissian, 2013; Yao et al., 2013; Rahman et al., 2014), consolidando sua aplicação em estudos hidrológicos de elevada complexidade.

Apesar de sua elevada flexibilidade, a estimação dos cinco parâmetros da distribuição Wakeby ainda representa um desafio estatístico e computacional, principalmente em razão da forma implícita de sua função de distribuição acumulada e da forte interdependência entre os parâmetros. Tradicionalmente, a estimação tem sido realizada por meio do método dos momentos-L, amplamente utilizado devido à sua robustez numérica e estabilidade estatística (Hosking e Wallis, 1997). Como alternativa, os momentos-L de alta ordem (momentos-LH), propostos por Wang (1997), vêm sendo empregados em situações nas quais os momentos-L convencionais não produzem soluções admissíveis ou apresentam dificuldades de convergência (Busababodhin et al., 2016). Em contrapartida, métodos clássicos como máxima verossimilhança e mínimos quadrados têm sido menos explorados devido às dificuldades numéricas associadas à estrutura paramétrica da distribuição (Amerise, 2019; Oztekin, 2011).

Diante dessas limitações, técnicas de otimização meta-heurística surgem como alternativas promissoras para a estimação dos parâmetros da distribuição Wakeby, especialmente em problemas caracterizados por elevada não linearidade, múltiplos mínimos locais e restrições paramétricas complexas. Diferentes abordagens meta-heurísticas vêm sendo aplicadas à modelagem de extremos hidrológicos, destacando-se os algoritmos genéticos, a evolução diferencial, a otimização por enxame de partículas, o recozimento simulado e a otimização por colônia de formigas (Hassanzadeh et al., 2011; Özsoy et al., 2018; Özsoy et al., 2020). Essas técnicas apresentam elevada capacidade exploratória e flexibilidade computacional, possibilitando a obtenção de soluções ótimas mesmo em funções-objetivo altamente complexas.

Para a implementação computacional de algoritmos meta-heurísticos, plataformas como Python, MATLAB e R são amplamente empregadas na literatura. No ambiente R, destaca-se o pacote EmiR (Pagano e Sostero, 2022), desenvolvido especificamente para aplicações de otimização global baseadas em algoritmos meta-heurísticos. Apesar da robustez e flexibilidade dessas plataformas, sua utilização geralmente demanda conhecimentos em programação e implementação computacional, o que pode restringir sua aplicação em contextos técnicos, profissionais e acadêmicos da engenharia.

Nesse cenário, o suplemento Solver do Microsoft Excel apresenta-se como uma alternativa acessível e operacionalmente viável, em razão de sua ampla disponibilidade e integração ao ambiente de planilhas eletrônicas. Em particular, o algoritmo evolucionário do Solver, fundamentado em princípios de algoritmos genéticos, demonstra potencial para lidar com as não linearidades, restrições paramétricas e múltiplos mínimos locais inerentes à estimação dos parâmetros da distribuição Wakeby, viabilizando a aplicação de técnicas meta-heurísticas sem a necessidade de programação.

Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo avaliar a aplicação do algoritmo evolucionário do Solver do Microsoft Excel na estimação dos parâmetros da distribuição Wakeby para modelagem de extremos hidrológicos, comparando seu desempenho com método tradicional dos momentos-L, bem como analisando sua estabilidade numérica, capacidade de convergência e impacto nas estimativas de quantis extremos.

MATERIAL E MÉTODOS

Distribuição Wakeby

A distribuição Wakeby é definida pela seguinte função quantílica:

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta}\left[1-(1-F)^{\beta}\right] - \frac{\gamma}{\delta}\left[1-(1-F)^{-\delta}\right] \qquad (1)$$

em que F representa a função de distribuição acumulada. Sua estrutura é composta por cinco parâmetros: ξ, associado à localização; α e γ, relacionados à escala; β e δ, responsáveis pela forma da distribuição. Essa parametrização confere elevada flexibilidade probabilística ao modelo, permitindo representar diferentes níveis de assimetria e distintos comportamentos de cauda, características frequentemente observadas em séries hidrológicas associadas a eventos extremos.

Segundo Hosking e Wallis (1997), a distribuição Wakeby é capaz de reproduzir o comportamento de diversas distribuições assimétricas à direita, incluindo Gumbel, log-normal e Pearson tipo III, evidenciando sua elevada adaptabilidade na modelagem hidrológica. Os autores também destacam que, para $\delta > 0$, a distribuição apresenta comportamento de cauda pesada, propriedade particularmente relevante na representação de precipitações máximas e outros eventos hidrológicos extremos. Adicionalmente, a existência de um limite inferior finito constitui uma característica fisicamente coerente para grande parte das variáveis hidrológicas.

Para garantir a validade matemática da distribuição Wakeby, algumas restrições devem ser impostas aos parâmetros:

i) $(\beta + \delta) \geq 0$;

ii) $(\beta + \delta) > 0$ ou $\beta = \delta = 0$;

iii) se $\gamma > 0$, então $\delta > 0$;

iv) $\gamma \geq 0$;

v) $(\alpha + \gamma) \geq 0$.

O intervalo de variação da variável x estende-se de ξ até infinito quando $\delta \geq 0$ e $\gamma \geq 0$. Caso $\delta < 0$ ou $\gamma = 0$, o suporte da distribuição torna-se finito, variando de ξ até $\xi + \alpha/\beta - \gamma/\delta$.

Estimativa de Parâmetros

A função objetivo adotada para a obtenção da solução ótima por meio do algoritmo meta-heurístico evolucionário do Excel consistiu na minimização da soma normalizada dos erros quadráticos, expressa por:

$$min\left[\frac{\sum_i^n\left(x_{o,i}-x(F_i)\right)^2}{\sum_i^n\left(x_{o,i}-\bar{x}_o\right)^2}\right] \quad (2)$$

em que $x_{o,i}$ representa os valores observados, $x(F_i)$ os quantis estimados pela distribuição Wakeby e $\bar{x}_o$ a média dos valores observados.

Os valores da probabilidade acumulada empírica F_i foram estimados por meio da posição de plotagem de Weibull, dada por:

$$F = \frac{i}{n+1} \quad (3)$$

em que i corresponde à posição do dado na série ordenada em ordem crescente e n ao tamanho amostral.

Para fins comparativos, os quantis da distribuição Wakeby também foram estimados pelo método dos momentos-L (Hosking e Wallis, 1997), utilizando as rotinas disponíveis no pacote *lmom* no ambiente computacional R. A adoção dessa abordagem como referência estatística fundamenta-se em sua ampla aplicação na modelagem de eventos hidrológicos extremos, bem como na reconhecida robustez e estabilidade numérica dos momentos-L na estimação de distribuições multiparamétricas, especialmente em análises de frequência envolvendo séries hidrológicas assimétricas e caudas superiores extensas.

Critérios Estatísticos de Avaliação

A avaliação da qualidade do ajuste da distribuição Wakeby foi inicialmente realizada por meio de análises gráficas entre os valores observados e os quantis teóricos estimados. Entre as abordagens utilizadas, destacam-se os gráficos Quantil–Quantil (Q–Q), os quais permitem analisar a proximidade entre os dados amostrais e os valores reproduzidos pelo modelo probabilístico ao longo de diferentes níveis de probabilidade (Naghettini, 2016). Esse procedimento possibilita identificar desvios sistemáticos, tendências de sub ou superestimação e dificuldades do modelo na representação das caudas da distribuição, especialmente em eventos hidrológicos extremos.

Entretanto, por se tratar de uma análise predominantemente visual, a interpretação dos gráficos pode variar conforme o avaliador, tornando necessária a utilização de métricas quantitativas complementares. Assim, a performance da distribuição Wakeby ajustada pelo algoritmo meta-heurístico evolucionário do Excel foi quantificada por meio do coeficiente de determinação (CD), do coeficiente de eficiência (CE) e da raiz do erro quadrático médio (RMSE), indicadores amplamente empregados na avaliação de modelos hidrológicos e estatísticos (Wang et al., 2009).

O coeficiente de determinação (CD) foi calculado por:

$$CD = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{o,i}-\bar{x}_o)(x_{c,i}-\bar{x}_c)}{\left[\sum_{i=1}^n (x_{o,i}-\bar{x}_o)^2 \sum_{i=1}^n (x_{c,i}-\bar{x}_c)^2\right]^{1/2}} \quad (4)$$

com intervalo de variação $-1 \leq CD \leq 1$.

O coeficiente de eficiência (CE) foi obtido por:

$$CE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_{o,i}-x_{c,i})^2}{\sum_{i=1}^n (x_{o,i}-\bar{x}_o)^2} \quad (5)$$

em que $-\infty < CE \leq 1$.

A raiz do erro quadrático médio (RMSE) foi determinada pela expressão:

$$RMSE = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_{o,i} - x_{c,i})^2\right]^{1/2} \quad (6)$$

em que $\bar{x}_o$ representa a média dos valores observados, $\bar{x}_c$ a média dos valores estimados pela distribuição Wakeby, $x_{o,i}$ o i-ésimo valor observado e $x_{c,i}$ o valor estimado pela distribuição Wakeby correspondente à mesma probabilidade acumulada obtida pela posição de plotagem de Weibull. Valores de CD e CE próximos da unidade indicam melhor desempenho do ajuste, enquanto menores valores de RMSE representam menor discrepância entre os dados observados e estimados.

Aplicação em extremos hidrológicos

Foram utilizados neste estudo dados de precipitação máxima diária anual (mm) observados na estação pluviométrica de Kochi, localizada na Ilha de Shikoku, Japão, apresentados por Naghettini (2016), conforme ilustrado na Figura 1. Adicionalmente, empregou-se uma série de vazões máximas anuais proveniente da estação fluviométrica localizada no estado do Colorado, Estados Unidos, previamente utilizada por Domma e Condino (2017) em estudos de modelagem estatística de extremos hidrológicos, conforme apresentado na Figura 2.

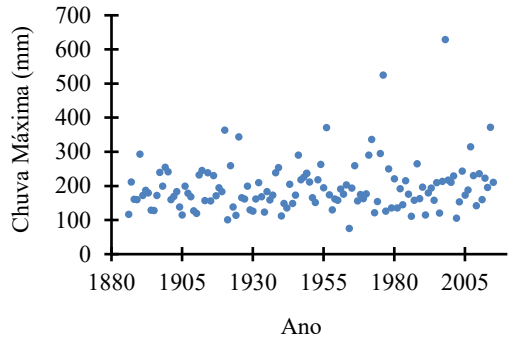


Figura 1. Série de Precipitações Máximas Anuais.

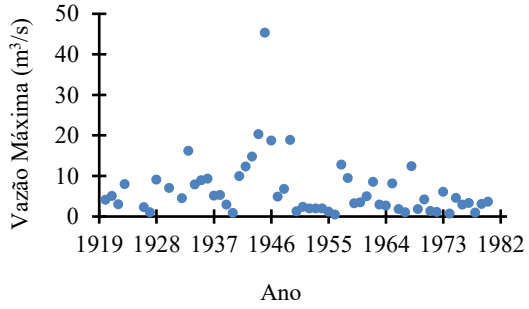


Figura 2. Série de Vazões Máximas Anuais.

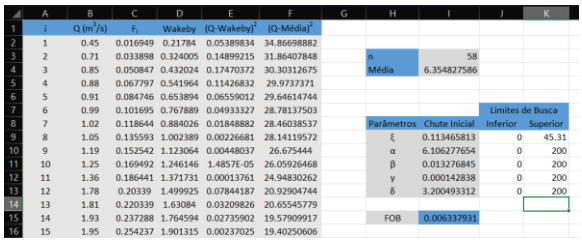
RESULTADOS E DISCUSSÃO

Configuração do Solver

O processo de calibração do Sovler foi estruturado com base na minimização da função objetivo (Eq. 2), considerando como variáveis de decisão os cinco parâmetros da distribuição. Devido à elevada complexidade paramétrica e à natureza não linear da função de quantil da Wakeby (Eq. 1), foram estabelecidas restrições matemáticas com o objetivo de garantir a estabilidade numérica e a viabilidade das soluções obtidas. Para isso, os limites de busca dos parâmetros foram definidos de forma criteriosa, restringindo-se o parâmetro ξ ao intervalo compreendido entre zero e o maior valor observado da série histórica, enquanto os parâmetros α, β, γ e δ foram submetidos a um amplo domínio de busca, com limites variando entre 0 e 200. Essa estratégia permitiu explorar uma ampla gama de combinações paramétricas, favorecendo a identificação de soluções compatíveis com o comportamento probabilístico dos eventos extremos analisados.

Nas configurações do algoritmo evolucionário, adotaram-se os valores de convergência igual a 0,001, taxa de mutação de 0,075, tamanho populacional de 100, propagação aleatória igual a 0 e tempo máximo sem aperfeiçoamento igual a 30, correspondendo às configurações padrão do método evolucionário do Solver.

A Figura 3 apresenta um exemplo da planilha de cálculo utilizada na estimação dos parâmetros da distribuição Wakeby para as séries de vazões máximas anuais. Já a Figura 4 ilustra a configuração adotada no mecanismo de otimização evolucionária do Solver do Microsoft Excel, incluindo os principais parâmetros empregados no processo iterativo de calibração.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	i	Q (m³/s)	F_i	Wakeby	(Q-Wakeby)²	(Q-Média)²					
2	1	0.45	0.016949	0.21784	0.05389834	34.86698882					
3	2	0.71	0.033898	0.324005	0.14899215	31.86407848		n	58		
4	3	0.85	0.050847	0.432024	0.17470372	30.30312675		Média	6.354827586		
5	4	0.88	0.067797	0.541964	0.11426832	29.9737371					
6	5	0.91	0.084746	0.653894	0.06559012	29.64614744					
7	6	0.99	0.101695	0.767889	0.04933327	28.78137503				Limites de Busca	
8	7	1.02	0.118644	0.884026	0.01848882	28.46038537		Parâmetros	Chute Inicial	Inferior	Superior
9	8	1.05	0.135593	1.002389	0.00226681	28.14119572		ξ	0.113465813	0	45.31
10	9	1.19	0.152542	1.123064	0.00448037	26.675444		α	6.106277654	0	200
11	10	1.25	0.169492	1.246146	1.4857E-05	26.05926468		β	0.013276845	0	200
12	11	1.36	0.186441	1.371731	0.00013761	24.94830262		γ	0.000142838	0	200
13	12	1.78	0.20339	1.499925	0.07844187	20.92904744		δ	3.200493312	0	200
14	13	1.81	0.220339	1.63084	0.03209826	20.65545779					
15	14	1.93	0.237288	1.764594	0.02735902	19.57909917		FOB	0.006337931		
16	15	1.95	0.254237	1.901315	0.00237025	19.40250606					

Figura 3. Exemplo de planilha de cálculo.

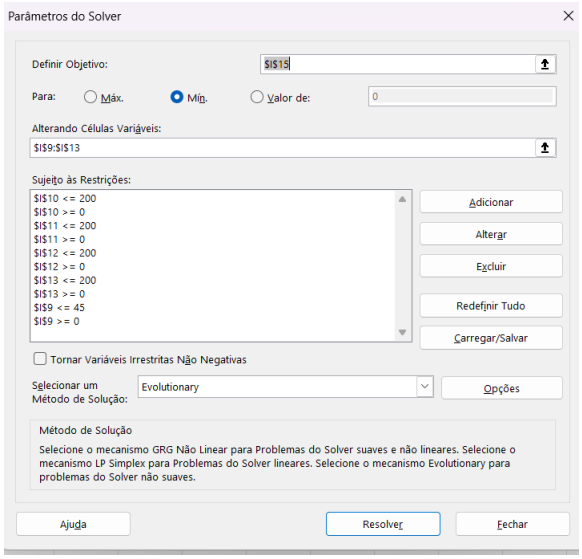


Figura 4. Configuração do Solver.

Vazões Máximas

A Tabela 1 apresenta os parâmetros estimados da distribuição Wakeby para a série de vazões máximas anuais obtidos por meio do algoritmo de otimização evolucionária. A análise dos parâmetros ajustados indica que todas as condições matemáticas de validade da distribuição foram satisfeitas. Observa-se que a soma entre os parâmetros β e δ resultou em valor positivo, atendendo às condições $(\beta + \delta) \geq 0$. Adicionalmente, o parâmetro γ apresentou valor positivo, implicando necessariamente em $\delta > 0$, condição também satisfeita. Os parâmetros γ e $(\alpha+\gamma)$ também apresentaram valores positivos, garantindo a consistência matemática da função de quantil da distribuição Wakeby. Como os parâmetros δ e γ assumiram valores positivos, o suporte da distribuição estende-se de ξ até infinito, característica particularmente relevante para a modelagem de

eventos hidrológicos extremos, uma vez que permite representar adequadamente caudas superiores longas associadas a vazões máximas de elevada magnitude. Esses resultados evidenciam que a otimização evolucionária foi capaz de identificar um conjunto paramétrico matematicamente viável e hidrologicamente consistente para a série analisada.

Tabela 1. Estimativa dos parâmetros da distribuição Wakeby para a série de vazões máximas.

Parâmetro	Valor
ξ	0,05985
α	5,10823
β	2,01534
γ	2,64077
δ	0,52885

A qualidade do ajuste pode ser observada no gráfico quantil-quantil apresentado na Figura 5, no qual se verifica elevada aderência entre os quantis observados e estimados pela distribuição Wakeby. Os pontos apresentaram comportamento próximo à linha de referência, indicando reduzidos desvios sistemáticos ao longo da distribuição e adequada capacidade do modelo em reproduzir os padrões estatísticos da série analisada. Destaca-se ainda que os maiores desvios ocorreram nos quantis extremos, comportamento esperado em análises hidrológicas envolvendo eventos raros e elevada variabilidade natural.

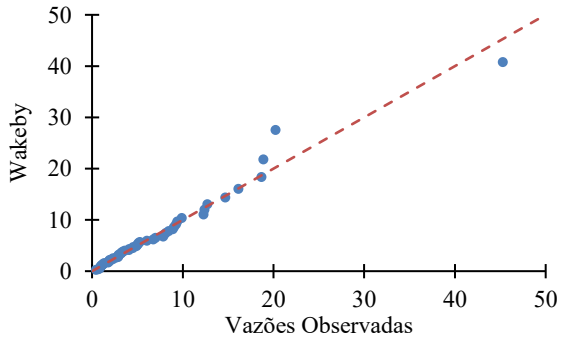


Figura 5. Q-Q plot para os dados de vazões máximas.

Os resultados dos critérios estatísticos apresentados na Tabela 2 corroboram a elevada qualidade do ajuste obtido. Os coeficientes CD e CE apresentaram valores muito próximos da unidade, evidenciando excelente concordância entre os dados observados e estimados. Adicionalmente, o reduzido valor de RMSE (1,24671) indica baixa magnitude média dos erros associados ao ajuste da distribuição. Em conjunto, esses resultados demonstram que a estratégia baseada em otimização evolucionária foi eficiente na estimação dos parâmetros da distribuição Wakeby, proporcionando elevada capacidade de representação da série de vazões máximas anuais e potencial aplicação em estudos de frequência hidrológica e estimativa de eventos extremos associados a elevados períodos de retorno.

Tabela 2. Critérios estatísticos utilizados na avaliação do ajuste da distribuição Wakeby à série de vazões máximas anuais.

Parâmetro	Valor
CD	0,98459
CE	0,96934
RMSE	1,24671

Precipitações Máximas

Os parâmetros estimados da distribuição Wakeby para a série de precipitações máximas anuais são apresentados na Tabela 3. Os valores obtidos evidenciam que o processo de otimização evolucionária resultou em um conjunto paramétrico consistente sob o ponto de vista matemático e hidrológico. Verifica-se que as condições de admissibilidade da distribuição foram integralmente satisfeitas, destacando-se os valores positivos de $(\beta + \delta) = 3{,}46039$, γ $(27{,}52750)$ e δ $(0{,}42355)$, além da positividade de $(\alpha+\gamma)$. Essas características indicam que a função de quantil permanece válida em todo o domínio da distribuição e que o suporte probabilístico se estende de ξ até infinito. Esse comportamento é particularmente relevante para a modelagem de precipitações extremas, pois permite maior flexibilidade na representação de eventos raros associados às caudas superiores da distribuição.

Tabela 3. Estimativa dos parâmetros da distribuição Wakeby para a série de precipitações máximas.

Parâmetro	Valor
ξ	103,00285
α	199,97703
β	3,03684
γ	27,52750
δ	0,42355

A aderência entre os valores observados e os quantis teóricos estimados pode ser visualizada no gráfico quantil-quantil apresentado na Figura 5. De modo geral, observa-se alinhamento satisfatório dos pontos em relação à reta de referência, indicando que a distribuição Wakeby foi capaz de reproduzir adequadamente o comportamento estatístico da série de precipitações máximas. Mesmo nos quantis superiores, onde normalmente ocorrem maiores incertezas em análises de extremos, o ajuste apresentou comportamento estável e sem desvios expressivos.

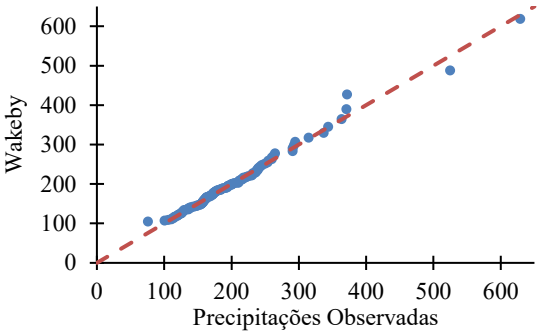


Figura 6. Q-Q plot para os dados de precipitações máximas.

Os indicadores estatísticos apresentados na Tabela 4 reforçam a qualidade do ajuste obtido. Os elevados valores dos coeficientes CD (0,99478) e CE (0,98956) demonstram forte concordância entre os dados observados e estimados, enquanto o valor de RMSE igual a 7,60107 indica baixa dispersão residual do modelo ajustado. Esses resultados evidenciam que a utilização da otimização evolucionária no ajuste da distribuição Wakeby apresentou desempenho satisfatório para a representação probabilística das precipitações máximas anuais, demonstrando potencial aplicação em estudos hidrológicos voltados à estimativa de eventos extremos e análises de frequência.

Tabela 4. Critérios estatísticos utilizados na avaliação do ajuste da distribuição Wakeby à série de precipitações máximas anuais.

Parâmetro	Valor
CD	0,99478
CE	0,98956
RMSE	7,60107

Comparativo com momentos-L

Utilizando o pacote *lmom* do software R, foram estimados os quantis teóricos da distribuição Wakeby por meio do método dos momentos-L, os quais foram posteriormente comparados aos quantis obtidos pelo método de otimização evolucionária. Os resultados dessa comparação são apresentados nas Figuras 7 e 8, correspondentes às séries de vazões máximas anuais e precipitações máximas anuais, respectivamente.

Para a série de vazões máximas anuais (Figura 7), observou-se elevada proximidade entre os quantis estimados pelos métodos vvolucionário e momentos-L para baixos e médios períodos de retorno, especialmente até T=10 anos. Entretanto, à medida que o período de retorno aumentou, as diferenças entre os métodos tornaram-se progressivamente mais expressivas. Para T=100 anos, por exemplo, o método evolucionário estimou valor igual a 54,63, enquanto os Momentos-L resultaram em 35,19, correspondendo a uma diferença superior a 55%. Esse comportamento evidencia maior sensibilidade da otimização evolucionária na representação da cauda superior da distribuição Wakeby, favorecendo a extrapolação de eventos hidrológicos extremos associados a baixas probabilidades de ocorrência.

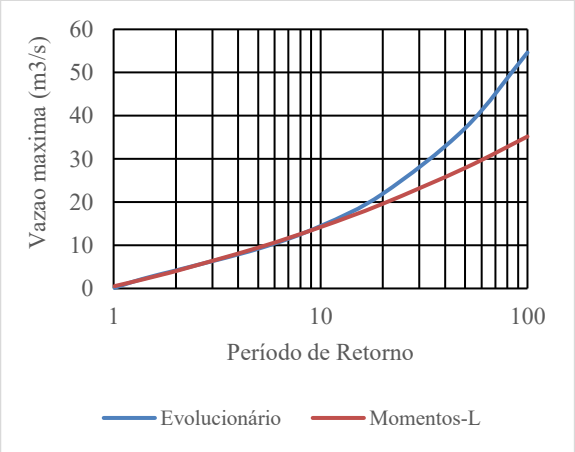


Figura 7. Comparativo entre os quantis gerados para diferentes períodos de retorno para os dados de vazões máximas.

Para a série de precipitações máximas anuais (Figura 8), verificou-se comportamento semelhante, embora as diferenças entre os métodos já fossem perceptíveis mesmo para períodos de retorno reduzidos. Os quantis estimados pelo método evolucionário apresentaram valores sistematicamente superiores aos obtidos pelos momentos-L em praticamente toda a faixa analisada. Para o período de retorno de 100 anos, a estimativa obtida pelo método evolucionário foi igual a 560,90, enquanto os momentos-L resultaram em 418,36, representando diferença aproximada de 34%. Esses resultados indicam que a otimização evolucionária proporcionou maior flexibilidade na representação probabilística dos eventos extremos de precipitação, especialmente na modelagem das caudas superiores da distribuição.

De maneira geral, os resultados demonstram que a escolha do método de estimação exerce influência significativa na extrapolação dos quantis extremos da distribuição Wakeby. Enquanto os momentos-L apresentaram estimativas mais moderadas, o método evolucionário mostrou maior capacidade de explorar o espaço paramétrico da distribuição, produzindo quantis mais elevados para grandes períodos de retorno. Do ponto de vista hidrológico, essa diferença possui implicações relevantes no dimensionamento de estruturas hidráulicas, sistemas de drenagem e avaliações de risco, uma vez que pequenas alterações na parametrização podem resultar em variações substanciais nas estimativas de eventos extremos. Dessa forma, a otimização evolucionária demonstrou elevado potencial como ferramenta alternativa para a

estimação dos parâmetros da distribuição Wakeby em análises de frequência hidrológica.

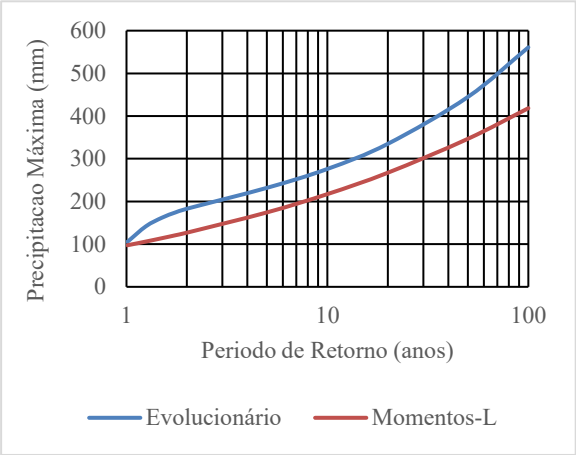


Figura 8. Comparativo entre os quantis gerados para diferentes períodos de retorno para os dados de precipitações máximas.

CONCLUSÃO

Os resultados obtidos demonstraram que o algoritmo de otimização evolucionária implementado no Solver do Microsoft Excel apresentou elevado potencial na estimação dos parâmetros da distribuição Wakeby aplicada à modelagem de eventos hidrológicos extremos. A abordagem adotada permitiu obter conjuntos paramétricos matematicamente consistentes e ajustes satisfatórios tanto para séries de vazões máximas quanto de precipitações máximas anuais, evidenciados pelos elevados coeficientes de desempenho estatístico e pela adequada aderência observada nos gráficos quantil-quantil. Além disso, a comparação com o método dos momentos-L indicou que a otimização evolucionária apresentou maior sensibilidade na representação da cauda superior da distribuição, produzindo estimativas mais elevadas para grandes períodos de retorno. Tal característica evidencia o potencial da metodologia para aplicações em análises de frequência hidrológica, dimensionamento de estruturas hidráulicas e avaliação de riscos associados a eventos extremos, consolidando a otimização evolucionária como uma alternativa promissora para a parametrização da distribuição Wakeby.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela concessão da bolsa PIBIC-EM, que possibilitou o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

AMERISE, I. L. *Modelling hydrological time series using Wakeby distribution*. [S. l.]: WASET, 2020. Disponível em: WASET Publications. Acesso em: 20 maio 2026.

BUSABABODHIN, P. et al. LH-moment estimation of Wakeby distribution with hydrological applications. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, [S. l.], v. 30, n. 6, p. 1757–1767, 2016. Disponível em: DOI 10.1007/s00477-015-1168-4.

COLES, Stuart. *An introduction to statistical modeling of extreme values*. London: Springer-Verlag, 2001. Disponível em: DOI 10.1007/978-1-4471-3675-0.

DOMMA, F.; CONDINO, F. Use of the Beta-Dagum and Beta-Singh-Maddala distributions for modeling hydrologic data. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, [S. l.], v. 31, n. 4, p. 799–813, 2017. Disponível em: DOI 10.1007/s00477-016-1226-6.

HASSANZADEH, Y.; ABDI, A.; TALATAHARI, S.; SINGH, V. P. MetaHeuristic Algorithms for Hydrologic Frequency Analysis. Water Resources Management, v. 25, n. 7, p. 1855-1879, 2011.

HOSKING, J. R. M.; WALLIS, J. R. *Regional frequency analysis: an approach based on L-moments*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

NAGHETTINI, Mauro. *Fundamentals of statistical hydrology*. Cham: Springer International Publishing, 2016. Disponível em: DOI 10.1007/978-3-319-43561-9.

ÖZSOY, V. S.; ÖRKCÜ, H. H.; BAL, H. Particle swarm optimization applied to parameter estimation of the four-parameter Burr III distribution. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions A: Science*, [S. l.], v. 42, n. 2, p. 895–909, 2018.

ÖZSOY, V. S.; ÜNSAL, M. G.; ÖRKCÜ, H. H. Use of heuristic optimization in the parameter estimation of generalized gamma distribution: comparison of GA, DE, PSO and SA methods. *Computational Statistics*, [S. l.], v. 35, n. 4, p. 1895–1925, 2020.

ÖZTEKIN, Tekin. Estimation of the parameters of Wakeby distribution by a numerical least squares method and applying it to the annual peak flows of Turkish rivers. *Water Resources Management*, [S. l.], v. 25, n. 5, p. 1299–1313, 2011. Disponível em: DOI 10.1007/s11269-010-9745-2.

PAGANO, Davide; SOSTERO, Lorenzo. EmiR: an R package for evolutionary minimization in R. *SoftwareX*, [S. l.], v. 18, art. 101083, p. 1–6, 2022. Disponível em: DOI 10.1016/j.softx.2022.101083.

RAHMAN, Ataur et al. Applicability of Wakeby distribution in flood frequency analysis: a case study for eastern Australia. *Hydrological Processes*, [S. l.], v. 29, n. 4, p. 602–614, 2015. Disponível em: DOI 10.1002/hyp.10182.

RAO, A. R.; HAMED, K. H. *Flood frequency analysis*. New York: CRC Press, 2000.

SECKIN, N.; HAKTANIR, T.; YURTAL, R. Flood frequency analysis of Turkey using L-moments method. *Hydrological Processes*, [S. l.], v. 25, n. 22, p. 3499–3505, 2011.

SOUKISSIAN, T. Use of multi-parameter distributions for offshore wind speed modeling: the Johnson SB distribution. *Applied Energy*, [S. l.], v. 111, p. 982–1000, 2013.

WANG, Q. J. LH moments for statistical analysis of extreme events. *Water Resources Research*, Washington, v. 33, n. 12, p. 2841–2848, 1997.

WANG, W. C.; CHAU, K. W.; CHENG, C. T.; QIU, L. A comparison of performance of several artificial intelligence methods for forecasting monthly discharge time series. *Journal of Hydrology*, [S. l.], v. 374, p. 294–306, 2009.

YAO, Z.; WEI, H.; LIU, H.; LI, Z. Statistical vehicle specific power profiling for urban freeways. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, [S. l.], v. 96, p. 2927–2938, 2013.