APLICAÇÃO DE MÉTODO DETERMINÍSTICO UTILIZANDO SOFTWARE GAMS® NA OTIMIZAÇÃO DE PROBLEMA DE DESPACHO ECONÔMICO

Luiz Carlos Campana Sperandio[1], Camila de Brito Miranda Faia[2], Mauro Antônio da Silva Sá Ravagnani[2]

[1]Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR, Brasil (lcc.sperandio@gmail.com)
[2]Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR, Brasil

Resumo: Problema de despacho econômico (EDP) representa o processo de determinação da produção de energia em cada unidade geradora de um sistema elétrico, de forma a atender à demanda de eletricidade a um custo mínimo e satisfazendo as restrições técnicas e operacionais do sistema. É proposto neste trabalho o estudo do modelo convencional de termelétrica para otimização do problema de despacho econômico, solucionando-o com um método determinístico de otimização por meio do software GAMS®.

Palavras-chave: Despacho econômico; otimização mono-objetivo; método determinístico.

INTRODUÇÃO

Apesar da inserção de fontes alternativas nos sistemas elétricos, como as fontes renováveis, as usinas termelétricas a combustíveis fósseis ainda exercem papel importante na geração de energia. De acordo com a U.S. Energy Information Administration (2024), usinas termelétricas a combustíveis fósseis representaram em torno de 60 % da geração total dos Estados Unidos em 2023. A Tabela 1 apresenta as contribuições, em bilhões de kWh, das diversas fontes de energia empregadas nos Estados Unidos em 2023. A Figura 1 ilustra a distribuição dessas fontes de energia, agrupadas por tipo de fonte.

A escassez de combustíveis fósseis e os impactos ambientais causados pelas termelétricas que fazem uso de tais combustíveis são as principais motivações da busca por uma gestão eficiente da rede elétrica e da ótima programação da geração de energia para o sistema elétrico. Essa gestão do sistema elétrico é uma tarefa complexa, visto que engloba diversas unidades geradoras e redes de transmissão que cobrem enormes áreas.

Para que o sistema elétrico seja economicamente viável, a rede deve atender à demanda de eletricidade e ao mesmo tempo minimizar o custo de operação. O desafio reside no fato do custo de geração variar de uma unidade geradora para outra. O custo de geração de uma unidade geradora depende de diversos fatores, como custo local do combustível, disponibilidade do gerador e custo de manutenção (Durvasulu e Hansen, 2018). Assim, para gerir eficientemente o sistema elétrico, é vital abordar essas restrições técnico-econômicas durante a operação das redes elétricas.

Tabela 1. Geração de eletricidade nos Estados Unidos, por fonte de energia, em 2023.

Fontes de energia	Bilhões de kWh
Gás natural	1802
Carvão mineral	675
Líquidos derivados de petróleo	12
Coque de petróleo	5
Outros gases derivados de combustíveis fósseis	11
Nuclear	775
Eólica	425
Hídrica	240
Fotovoltaica	162
Solar térmica	3
Lenha	31
Gás de aterro sanitário	8
Resíduos sólidos urbanos	6
Outros resíduos de biomassa	2
Geotérmica	16
Outras fontes	10

Fonte: U.S. Energy Information Administration, 2024.

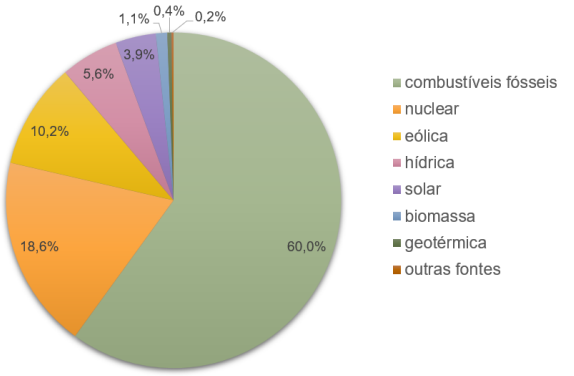

Figura 1. Composição da geração de eletricidade pelas diferentes fontes de energia nos Estados Unidos em 2023.

Fonte: o autor.

Problema de despacho econômico (EDP – do inglês, *Economic Dispatch Problem*) representa o processo de determinação da produção de energia em cada unidade geradora de um sistema elétrico, de forma a atender à demanda de eletricidade a um custo mínimo e satisfazendo as restrições técnicas e operacionais do sistema. O conceito principal do EDP é priorizar as unidades geradoras com os menores custos marginais de operação, e o custo marginal do sistema total é determinado pela unidade geradora com o maior custo (Samed e Ravagnani, 2007).

O despacho econômico oferece diversas vantagens, incluindo custos operacionais mais baixos, maior eficiência e redução de emissões de gases de efeito estufa, como o dióxido de carbono. Ao otimizar a produção de cada unidade geradora, o despacho econômico pode ajudar a minimizar o custo total da produção de eletricidade. Além disso, pode ajudar a maximizar a eficiência do sistema elétrico e reduzir o seu impacto ambiental negativo, utilizando primeiro os geradores mais econômicos e menos poluentes (Marzbani e Abdelfatah, 2024).

Para alcançar a otimização do despacho econômico, pode-se formular o EDP como um problema de otimização que apresente uma função objetivo e um conjunto de restrições. Tradicionalmente, no problema de despacho econômico, a função custo de cada unidade geradora é representada de forma aproximada por uma única função quadrática (Park et al., 1993). Assim, a solução do EDP pode ser alcançada por meio de uma otimização mono-objetivo.

A otimização mono-objetivo é uma categoria de problemas de otimização em que uma função de objetivo único é otimizada. O objetivo fundamental da otimização mono-objetivo é determinar a solução ótima que minimiza ou maximiza a função objetivo, ao mesmo tempo que cumpre certas restrições (Marzbani e Abdelfatah, 2024). Embora o EDP convencional se concentre principalmente na minimização do custo de produção, os operadores do sistema elétrico podem ter outros objetivos de interesse em cenários práticos, como minimização de emissões de gases de efeito estufa e maximização da confiabilidade e rentabilidade dos sistemas elétricos (Marzbani e Abdelfatah, 2024).

Os principais objetivos deste trabalho são demonstrar a solução de um problema de despacho econômico convencional presente na literatura, empregando um método determinístico por meio do software GAMS®.

MATERIAL E MÉTODOS

No problema de despacho econômico convencional, a função custo de cada unidade geradora é representada por uma única função quadrática. A Equação (1) define o custo total de geração, em que C_T é o custo total de geração, C_i é o custo da i-ésima unidade, P_i é a potência elétrica gerada pela i-ésima unidade, n é o número de unidades geradoras, a_i, b_i, c_i são os coeficientes característicos da função custo (Samed e Ravagnani, 2007).

$$C_T = \sum_{i=1}^{n} C_i(P_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i + b_i P_i + c_i P_i^2 \qquad (1)$$

Cada unidade geradora apresenta um conjunto particular de coeficientes característicos, previamente definidos para o cálculo do custo de operação, segundo parâmetros operacionais da unidade geradora. O coeficiente a representa o custo fixo da unidade geradora quando conectada à rede e operando a vazio, o que inclui gastos com manutenção, salários, combustível para manter o gerador rodando mas sem injetar potência na rede. O coeficiente b representa o custo linear, estando fortemente relacionado ao rendimento direto do combustível, variando proporcionalmente à potência gerada. O coeficiente c representa a perda de eficiência da unidade geradora à medida que esta se aproxima de seus limites operacionais, garantindo que a função custo seja convexa, permitindo assim encontrar um ponto de equilíbrio econômico entre várias unidades geradoras.

Para realizar a otimização do despacho econômico, que nesse caso trata-se da minimização do custo total de geração, pode ser desenvolvido um modelo de otimização restrita (Park et al., 1993). Nesse caso, as restrições a serem obedecidas são: a potência mínima e máxima de energia elétrica que cada unidade geradora pode produzir; a potência total de energia demandada do sistema como um todo; e a potência total de energia perdida durante o processo de transmissão de energia elétrica no sistema. Esse modelo está representado pela Equação (2), em que

P_D é a demanda total de potência, P_L é a perda total de energia na transmissão, $P_i^{\min}$ e $P_i^{\max}$ são os limites operacionais mínimo e máximo, de saída de potência da i-ésima unidade (Samed e Ravagnani, 2007).

$$\begin{aligned} &\min C_T \\ \text{sujeito a} \quad & \\ &P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \\ &\sum_{i=1}^{n} P_i = P_D + P_L \end{aligned} \tag{2}$$

A expressão mais utilizada para representar as perdas de potência ativa na transmissão é a fórmula de Kron, ou fórmula B. Ela expressa a perda total como uma forma quadrática da potência gerada por cada unidade, conforme apresentado na Equação (3), em que B_{ij} são os coeficientes de Kron, ou coeficientes B.

$$P_L = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} P_i B_{ij} P_j \tag{3}$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o intuito de demonstrar o emprego do software GAMS® na otimização do problema de despacho econômico convencional, foi utilizado o problema apresentado no estudo de caso 1 do trabalho de Park et al. (1993) e o exemplo 1 do trabalho de Chattopadhyay (1999), possibilitando assim comparar os resultados obtidos.

Caso 1: sem perdas de transmissão

Trata-se de um sistema de geração composto por três unidades geradoras e que apresenta demanda total P_D de 850 MW de potência, sendo desconsideradas as perdas por transmissão (P_L = 0). As características dos geradores estão dispostas na Tabela 2.

Tabela 2. Características dos geradores do caso 1.

Unidade	P^{min}	P^{max}	a	b	c
1	150	600	561	7,92	0,001562
2	100	400	310	7,85	0,00194
3	50	200	78	7,97	0,00482

Fonte: Park et al., 1993.

A EDP em questão apresenta função objetivo não-linear e restrições lineares. A solução para esse problema de otimização foi desenvolvida e codificada no software GAMS® usando o *solver* MINOS (do inglês, *Modular In-core Nonlinear Optimization System*). Este *solver* é bastante empregado na solução de problemas de programação linear (LP) e não-linear (NLP). O MINOS trabalha com um método determinístico bastante eficiente e confiável de gradiente reduzido para solucionar modelos com restrições lineares. Problemas com restrições não-lineares são divididos em subproblemas com restrições lineares e solucionados por meio de um método iterativo. O MINOS foi projetado para encontrar soluções que são ótimos locais, porém se a função objetivo e as restrições forem convexas na região trabalhada (que é o caso deste exemplo), então a solução será um ótimo global. Uma das exigências para o funcionamento do MINOS é que a função não-linear seja contínua. Como o objetivo aqui é demonstrar o emprego do software, optou-se por apresentar na íntegra o código desenvolvido, para que os interessados possam entender e utilizar em seus estudos. As linhas iniciadas com um asterisco (*) são linhas de comentários explicativos, facilitando a compreensão do que está sendo realizado em cada parte da programação.

```
*Início da programação no GAMS
* Definição das unidades geradoras e suas
* características:
* Pmin => potência mínima da unidade
* Pmax => potência máxima da unidade
* a, b, c => parâmetros característicos da função
* custo C = a + b*P + c*(P^2)
Set i unidades geradoras /1*3/ ;
Set carac características das unidades geradoras
/Pmin, Pmax, a, b, c/ ;
Table Dados(i,carac)
     Pmin  Pmax   a     b      c
1    150   600    561   7.92   0.001562
2    100   400    310   7.85   0.00194
3     50   200     78   7.97   0.00482;
* Definição da demanda de potência:
Scalar Demanda /850/ ;
* Definição das variáveis a serem determinadas pelo
* modelo:
Variables
P(i)  potência gerada pela unidade i
Custo custo total de produção
;
* Definição da potência como sendo uma variável
* não-negativa:
Positive variables P ;
```

```
* Definição dos limites de potência superiores e
* inferiores das unidades geradoras:
P.up(i) = Dados(i,"Pmax") ;
P.lo(i) = Dados(i,"Pmin") ;
* Definição das equações de custo total (função
* objetivo) e balanço de potência (restrição):
Equations
EqCusto   custo total de produção
EqBalanco balanço de potência
;
EqCusto     .. Custo =E= Sum(i, Dados(i,"a") + Dados(i,"b")*P(i) + Dados(i,"c")*Power(P(i),2)) ;
EqBalanco .. Sum(i,P(i)) =E= Demanda ;
* Definição do modelo EDP:
Model EDP /all/ ;
* Instrução para execução da otimização do modelo
* EDP usando Programação Não-Linear (NLP) com
* o solver MINOS visando minimizar a variável
* custo total (função objetivo):
Options NLP = MINOS;
Solve EDP using NLP minimizing Custo;
Display Custo.l, P.l;
*Fim da programação no GAMS
```

Ao executar a programação apresentada, o software GAMS® exibe a solução do problema da seguinte forma:

VARIABLE Custo.L = 8194.356 custo total de produção

VARIABLE P.L potência gerada pela unidade i

1 393.170, 2 334.604, 3 122.226

Os resultados de Park et al. (1993) e os resultados obtidos neste trabalho, por meio do solver MINOS, estão dispostos na Tabela 3. Analisando os dados, pode-se constatar que os resultados obtidos neste trabalho (MINOS) são extremamente semelhantes aos resultados apresentados por Park et al. (1993), evidenciando a assertividade da programação desenvolvida e da escolha do *solver* empregado.

Tabela 3. Resultados das otimizações do caso 1.

Resultados	Park et al. (1993)	MINOS
P_1 (MW)	393,2	393,170
P_2 (MW)	334,6	334,604
P_3 (MW)	122,2	122,226
P_T (MW)	850	850
C_T ($/h)	8194,3	8194,356

Fonte: o autor.

Caso 2: com perdas de transmissão

Trata-se de um sistema de geração composto por três unidades geradoras e que apresenta demanda total P_D de 300 MW de potência. As características dos geradores estão dispostas na Tabela 4. A matriz B dos coeficientes das perdas de transmissão á apresentada na Tabela 5.

Tabela 4. Características dos geradores do caso 2.

Unidade	P^{min}	P^{max}	a	b	c
1	120	250	328,13	8,663	0,00525
2	5	137	136,91	10,04	0,00609
3	53	100	59,16	9,76	0,00592

Fonte: Chattopadhyay, 1999.

Tabela 5. Matriz B dos coeficientes das perdas de transmissão do caso 2.

	1	2	3
1	0,000136	0,0000175	0,000184
2	0,0000175	0,000154	0,000283
3	0,000184	0,000283	0,00161

Fonte: Chattopadhyay, 1999.

Devido à forma quadrática da expressão das perdas de transmissão, esta EDP apresenta função objetivo não-linear e restrições também não-lineares. Para otimizar esta EDP também foi utilizado o *solver* MINOS. Optou-se novamente por apresentar na íntegra o código desenvolvido, visto que a existência das perdas de transmissão o torna diferente do código do caso 1.

```
*Início da programação no GAMS
* Definição das unidades geradoras e suas
* características:
* Pmin => potência mínima da unidade
* Pmax => potência máxima da unidade
* a, b, c => parâmetros característicos da função
```

```
* custo C = a + b*P + c*(P^2)
Set i unidades geradoras /1*3/ ;
Set carac características das unidades geradoras /Pmin, Pmax, a, b, c/ ;
Alias(i,j);
Table Dados(i,carac)
      Pmin   Pmax     a        b        c
1      120    250   328.13    8.663    0.00525
2        5    137   136.91    10.04    0.00609
3       53    100    59.16     9.76    0.00592;
*Matriz B:
Table CoefPerdas(i,j)
    1            2            3
1   0.000136     0.0000175    0.000184
2   0.0000175    0.000154     0.000283
3   0.000184     0.000283     0.00161;
* Definição da demanda de potência:
Scalar Demanda /300/ ;
* Definição das variáveis a serem determinadas pelo
* modelo:
Variables
P(i)  potência gerada pela unidade i
Custo custo total de produção
;
* Definição da potência como sendo uma variável
* não-negativa:
Positive variables P ;
* Definição dos limites de potência superiores e
* inferiores das unidades geradoras:
P.up(i) = Dados(i,"Pmax") ;
P.lo(i) = Dados(i,"Pmin") ;
* Definição das equações de custo total (função
* objetivo) e balanço de potência (restrição):
Equations
EqCusto   custo total de produção
EqBalanco balanço de potência
;
EqCusto .. Custo =E= Sum(i, Dados(i,"a") + Dados(i,"b")*P(i) + Dados(i,"c")*Power(P(i),2)) ;
EqBalanco .. Demanda =L= Sum(i,P(i)) - Sum((i,j),P(i)*CoefPerdas(i,j)*P(j)) ;
* Definição do modelo EDP:
Model EDP /all/ ;
* Instrução para execução da otimização do modelo
* EDP usando Programação Não-Linear (NLP) com
* o solver MINOS visando minimizar a variável
* custo total (função objetivo):
Options NLP = MINOS;
Solve EDP using NLP minimizing Custo;
Display Custo.l, P.l;
*Fim da programação no GAMS
```

Ao executar a programação apresentada, o software GAMS® exibe a solução do problema da seguinte forma:

```
VARIABLE Custo.L = 3666.122   custo total de produção
VARIABLE P.L  potência gerada pela unidade i
1 193.974,   2  69.765,   3  53.000
```

Os resultados de Chattopadhyay (1999) e os resultados obtidos neste trabalho, por meio do *solver* MINOS, estão dispostos na Tabela 6.

Tabela 6. Resultados das otimizações do caso 2.

Resultados	Chattopadhyay (1999)	MINOS
P_1 (MW)	193,974	193,974
P_2 (MW)	69,765	69,765
P_3 (MW)	53,000	53,000
P_T (MW)	300	300
C_T ($/h)	3666,122	3666,122

Fonte: o autor.

Analisando os dados da Tabela 6, pode-se constatar que os resultados obtidos neste trabalho (MINOS) são idênticos aos resultados apresentados por Chattopadhyay (1999). Esses resultados evidenciam mais uma vez a assertividade do método empregado.

CONCLUSÃO

A pesquisa reforça a importância de uma gestão eficiente da rede elétrica, especialmente considerando que as usinas termelétricas a combustíveis fósseis ainda representam uma parcela

significativa da matriz energética global, como observado nos dados de 2023 dos Estados Unidos.

Este trabalho demonstrou a eficácia da aplicação de métodos determinísticos, por meio do software GAMS® e do *solver* MINOS, na resolução do Problema de Despacho Econômico (EDP), tanto o modelo sem perdas de transmissão (caso 1) quanto com perdas de transmissão (caso 2).

O MINOS mostrou-se um *solver* confiável para encontrar ótimos globais em funções convexas, sendo uma ferramenta interessante para o planejamento de sistemas elétricos.

Como perspectiva futura, o modelo pode ser expandido de uma abordagem mono-objetivo para uma otimização multi-objetivo. Isso permitiria aos operadores do sistema equilibrar não apenas o custo financeiro, mas também a minimização direta das emissões de gases de efeito estufa ou a maximização da confiabilidade da rede em cenários práticos.

REFERÊNCIAS

Chattopadhyay, D. Application of General Algebraic Modeling System to Power System Optimization. IEEE Transactions on Power Systems, 14, 15-22, 1999.

Durvasulu, V.; Hansen, T.M. Market-based generator cost functions for power system test cases. IET Cyber-Phys. Syst. Theory Appl., 3, 194–205, 2018.

Marzbani, F.; Abdelfatah, A. Economic Dispatch Optimization Strategies and Problem Formulation: A Comprehensive Review. Energies, 17, 550, 2024.

Park, J. H.; Kim, Y. S.; Eom, I. K.; Lee, K. Y. Economic load dispatch for piecewise quadratic cost function using Hopfield neural network. IEEE Transactions on Power Systems, 8(3), 1030-1038, 1993.

Samed, M. M. A.; Ravagnani, M. A. D. S. S. Coevolutionary Genetic Algorithm to Solve Economic Dispatch. In Advances in Metaheuristics for Hard Optimization (pp. 317-327). Springer Berlin Heidelberg, 2007.

U.S. Energy Information Administration. What is U.S. electricity generation by energy source? Disponível em: https://www.eia.gov/tools/faqs/faq.php?id=427&t=3 (acessado em 03 Fev 2026).