ANÁLISE DE DADOS SOBRE O CLIMA DO NORTE DE MINAS GERAIS UTILIZANDO MICROESTADOS DE RECORRÊNCIA

João Paulo Silva Santos[1], Hudson Vinicios Tavares Mineiro[2], Fabiano Alan Serafim Ferrari[3], Jean Carlos Coelho Felipe[4], Thiago de Lima Prado[5]

[1]Universidade Federal dos Vales Jequitinhonha e Mucuri, Janaúba, Brasil (joaopaulosilvasantos746@gmail.com)
[2] Universidade Federal de Lavras, Lavras, Brasil
[3]Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná, Brasi
[4]Universidade Federal de São João del Rei (DEFIM - UFSJ) - Campus Alto Paraopeba., Alto Paraopeba, Brasil
[5]Universidade Federal do Paraná, Paraná, Brasil

Resumo: Através da análise de dados pluviométricos da região do norte de Minas Gerais buscamos tentar encontrar padrões relacionados ao clima. Utilizamos neste trabalho a entropia dos microestados de recorrência, que se baseia na entropia de Shannon e métodos de recorrência. A partir desta técnica, podemos analisar a evolução da entropia associada com a pluviometria ao longo dos anos.

Palavras-chave: Entropia; Recorrências; Clima; Microestados.

INTRODUÇÃO

A análise de dados é essencial para inúmeras atividades humanas. Desde o planejamento agrícola, análise de tendências e variações em dados financeiros, estudo de padrões. Todas essas atividades, compõe a área de estudo de análise de dados (Alves e Rosa, 2007).

Com a evolução das técnicas estatísticas de análise de dados é possível encontrar padrões e tendências em coleções de dados das mais diversas fontes. A partir da evolução tecnológica, cada vez mais utilizamos dados, cuja correlação é complexa, para comprovação teórica e proposição de novas interpretações de fenômenos (Martins et al. 2007b).

Consideremos o caso específico de dados meteorológicos que são de grande ajuda na agricultura, geração de energia, construção civil, turismo e entre outras áreas. Apesar dos dados ter estruturas complexas, eles na maioria das vezes são mapeados para o modelo de dados e os dados não alfanuméricos: como imagens, gráficos, textos grandes, são mantidos fora do banco de dados (Kozievitch, 2005).

A medida em que os dados são trabalhados, é possível o reconhecimento de pontos em que as alterações de temperatura e precipitação possam ser preocupantes, seja para a economia, para o meio ambiente ou até mesmo para a manutenção da qualidade de vida. O estudo de informações climatológicas é cada vez mais importante na medida em que os problemas ambientais ligados às alterações climáticas locais, nacionais e globais, interferem bastante no dia a dia da sociedade civil. Baseado na análise dos dados, podemos entender que existem diferenciações no comportamento da temperatura e do clima. A obtenção e análise dos dados de temperatura e precipitação, o entendimento de como acontecer as mudanças climáticas ao longo dos anos, ajuda na criação dos mapas e de um banco de dados com informações sobre o clima (Alves e Rosa, 2007).

Essa pesquisa busca detectar padrões em séries temporais climáticas obtidas no NOAA (1995), tais séries contêm a pluviometria diária obtida via satélite entre janeiro 1979 até janeiro 2018, de 9 áreas distintas do Norte de Minas Gerais que estão localizadas entre latitude 15,25º sul a 16,25º sul e longitude 315,75º leste a 316,75º leste.

O presente trabalho apresenta a seguinte estrutura, para uma melhor compreensão do leitor. Em materiais e métodos, foi realizada revisão bibliográfica referente aos temas: sistemas dinâmicos, gráficos de recorrência (RP), quantificadores de recorrência (RQAs), conceituações possíveis de entropia, e microestados de recorrência. Depois trataremos sobre os resultados e discussões da análise feita sobre a evolução da entropia dos microestados de recorrência das nove subáreas do norte de Minas Gerais. Para finalizar, nós apresentaremos as conclusões a respeito da pesquisa realizada.

MATERIAL E MÉTODOS

Nesta seção, faremos uma revisão bibliográfica, que trata de alguns temas importantes para a nossa pesquisa. Pois eles nos ajudarão a ter um conhecimento necessário para compreender a proposta de pesquisa em questão. Buscaremos entender sobre sistemas dinâmicos, gráficos de recorrência (RP), quantificadores de recorrência (RQAs), conceituações possíveis de entropia, e microestados de recorrência.

Sistemas Dinâmicos

Devido a complexidades dos estudos de fenômenos naturais com relação espaço e tempo, tais como as que surgem em sistemas climáticos, é necessário o aprimoramento contínuo das técnicas empregadas em seu estudo e análise. Assim, as pesquisas sobre sistemas dinâmicos apareceram a partir de questionamentos sobre as teorias existentes que se mostravam limitadas na explicação de diversos fenômenos (Gonçalves et al. 1995).

Os sistemas dinâmicos é uma área da matemática que estuda os sistemas físicos e matemáticos que evoluem e alteram sua configuração com o passar do tempo. Elas podem revelar uma gama muito grande de movimentos que podem ser tanto regulares quanto caóticos e movimentos hipersensíveis às condições iniciais (Othechar e Cauz, 2009). Uma das diversas possibilidades no estudo de sistemas dinâmicos visa fazer previsões de sistemas físicos, biológicos, financeiros, entre outros (Aguiar, 2005).

Os sistemas dinâmicos buscam a ter um comportamento recorrente no espaço de fase, de modo que a recorrência pode ser considerada como uma propriedade fundamental desses tipos de sistemas (Marwan et al. 2007b).

Gráficos de Recorrência (RP)

A recorrência é um atributo fundamental dos sistemas dinâmicos. Uma das diversas formas de estudo do conceito de recorrência é através da análise conhecida como gráfico de recorrência (*Recurrence Plots* - RP), que foi desenvolvido mais tarde por Eckmann et al. (1987). O Gráfico de Recorrência é uma ferramenta visual para reconhecer a recorrência de uma trajetória. As componentes desses vetores poderiam ser, por exemplo, a posição e velocidade de um pêndulo ou quantidades tais como temperatura, pressão de ar, humidade e muitas outras variáveis relativas à atmosfera. O desenvolvimento dos sistemas é descrito por uma série de vetores, que representam uma trajetória em um espaço matemático abstrato. Desta maneira, o RP correspondente é baseado na seguinte matriz recorrência:

$$R_{i,j} = \{1 : \mathbf{xi} \approx \mathbf{xj}, 0 : \mathbf{xi} \neq \mathbf{xj}\} \quad \mathbf{i,j} = \mathbf{1,..,N}, \qquad \mathbf{(1)}$$

onde **N** é o número de estados considerados e **xi** ≈ **xj** significa igualdade até uma distância **ε,** enquanto **xi** ≠ **xj** significa estados com distância maior que **ε**. Observamos que este **ε** é a distância no espaço de fase mínimo considerado para a recorrência ou o limiar de recorrência dado que uma trajetória não necessariamente se repete para um estado visitado antes, mas apenas aproximadamente. De maneira simples, a matriz compara os estados de um sistema em um instante e posição **i** com outro instante e posição **j**. Se os estados são semelhantes, isso é indicado por um na matriz, desta forma, $\mathbf{R_{i,j} = 1}$. Mas, se os estados forem diferentes, a entrada correspondente na matriz é $\mathbf{R_{i,j} = 0}$. Então a matriz nos diz quando ocorrem estados semelhantes do sistema subjacente. São diversas as possibilidades que a matriz de recorrência pode nos oferecer na avaliação de diversos sistemas, como é mostrado na equação (1) Eckmann et al. (1987).

Considerando os gráficos de recorrência de três sistemas exemplares de um movimento periódico em um círculo (Figura. 1A), do sistema Rössler caótico (Figura. 1B) e de ruído independente uniformemente distribuído (Figura. 1C). As recorrências podem ser observadas em todos os gráficos, porém os padrões das parcelas são bem diferentes. A dinâmica determinística é refletida por longos e ininterruptas diagonais. A distância vertical entre estas linhas representa o período da oscilação. No caso específico do sistema caótico de Rössler temos diagonais aparentemente mais curtas. Apresenta também comprimentos verticais que não são muito regulares como no caso do movimento periódico determinístico. Com esses três casos, podemos conjecturar que quanto mais curtas as diagonais no RP, menos previsível o sistema (Eckmann et al. 1987).

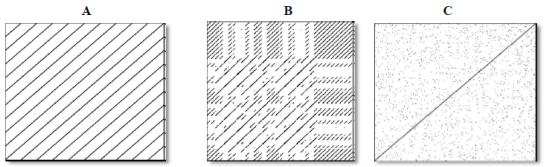

Figura 1 - Gráficos de recorrência de (A) um movimento periódico com uma frequência, (B) o sistema caótico de Rössler e (C) de ruído uniformemente distribuído. Fonte: Adaptado de Eckmann et al. (1987).

Quantificadores de Recorrência (RQAs)

Um exemplo importante de um gráfico de recorrência para uma série temporal curta, onde um pixel preto denota uma recorrência entre dois pontos **(i, j)** da série temporal e um pixel branco mostra uma não recorrência entre os mesmos pontos da série temporal. Isso está representada na Figura 2. É importante a extração de características específicas de uma série temporal baseada no gráfico de recorrência, que pode ser obtido usando um conjunto de ferramentas desenvolvidas inicialmente por Zbilut e Webber (1992) e Webber e Zbilut (1994). Essas ferramentas são chamadas de Análise dos Quantificadores de Recorrência (RQA) ou Quantificadores de Recorrência que estudas as propriedades dinâmicas de um sinal com base na matriz de recorrência.

Os quantificadores de recorrência (RQAs) estudam diferentes aspectos dos Gráficos de Recorrência (RP), desde a densidade de pontos recorrentes e não recorrentes, às estatísticas de linhas verticais, horizontais ou diagonais. Um ponto importante na análise de recorrência é a medida de linhas diagonais que são estruturas $\mathbf{R_{ij}}$ paralelas à linha de identidade (a diagonal principal do gráfico de recorrência). Dois trechos de uma trajetória após uma linha diagonal contêm um certo intervalo de tempo até uma evolução semelhante, uma vez que passou na mesma região do espaço de fase em diferentes momentos. Esta é a ideia principal por trás da recorrência e, desta maneira, uma assinatura clara de um comportamento determinístico na série temporal. Adequadamente, $\mathbf{P\ (L),\ L \in 1, 2, \ldots, K}$, pode ser definido como a distribuição dos comprimentos das linhas diagonais, $\mathbf{L_i}$, é usado para compor um quantificador de recorrência baseado na entropia de Shannon (Marwan et al. 2007b):

$$S = -\sum_{i=0}^{Q} p(i) ln p(i), \qquad (2)$$

onde **p(i)** mede a probabilidade de ocorrência de um determinado estado **i**, Q é o número de estados acessíveis que S capta, nesse ponto, quanta informação reside em uma coleção de estados. A Entropia de Shannon é uma ferramenta que pode ser ajustado para qualquer espaço de probabilidade **p (i).**

Conceituações Possíveis de Entropia

A entropia é um termo que se refere a um conceito físico termodinâmico. Num primeiro instante, refere-se aos trabalhos do físico alemão Rudolf Clausius na segunda metade do século XIX. Do ponto de vista termodinâmico a entropia (S), como trabalhada por Clausius, é uma função de estado relacionada com a passagem de calor (Q) e a temperatura (T) (Artuso, 2011).

O conceito de entropia está ligado tanto a um estado, como a uma tendência. No que se refere à estado, trata do grau de desorganização da matéria, sobre a tendência, tende a desorganização de toda a matéria. Um dos braços da física a Termodinâmica, nos diz que a entropia nunca diminui em um sistema fechado. Em outras palavras, a sua desorganização pode aumentar, mas nunca diminuir. Acontece desta maneira, pois a entropia é um estado dinâmico que altera com o passar do tempo, caracterizando um processo irreversível (Pineda, 2006).

Podemos trabalhar também neste tema com a teoria da informação, que é um braço da teoria da probabilidade com muitas aplicações potenciais para sistemas de comunicação. Como vários ramos da matemática, a teoria da informação tem uma origem na física (Reza,1961). Na parte que trata de reconhecimento de padrões, trabalhamos com a teoria da Informação pelo seu poder de identificação de variáveis importantes e utilização em métodos classificatórios. Isso acontece por meio de dois conceitos que foram nomeados por Shannon: entropia e informação mútua (Artuso, 2011).

A entropia funciona como uma medida de incerteza de variáveis aleatórias isoladas ou combinadas. A informação mútua trata sobre à dependência estocástica entre variáveis aleatórias, quantificando a informação comum entre elas. Em um nível multidisciplinar e num ponto de vista matemático e estatístico, algumas ligações podem ser feitas. A primeira delas é a clara semelhança das expressões e das consequências matemáticas derivadas disso, como suas propriedades, e ambas também estão ligadas com o grau de dúvidas de um Sistema (Artuso, 2011).

Microestados de Recorrência.

A nossa pesquisa trabalha com uma nova metodologia para extrair informações da matriz de recorrência para definir uma entropia. Vamos apresentar o novo conceito de microestados para um gráfico de recorrência que está ligado com características da dinâmica da série temporal. Esses microestados são definidos como pequenas matrizes de dimensão $\mathbf{N \times N}$ que são amostras aleatoriamente no gráfico de recorrência. Estes que ganham o nome de microestados de recorrência permitem várias configurações, como mostrados na Figura 2. Vamos usar com cor vermelho tracejado quadrados, para a situação mais simples de $\mathbf{N = 2}$. Como os gráficos de recorrência são matrizes binárias, em que as recorrências são representadas graficamente por pixels pretos que ganha o valor 1, enquanto as não recorrências, são mostradas por pixels brancos, que ganha o valor 0. Os três microestados mostrados na

Figura 2, são 1001, 0001 e 1110 para os quadrados superior esquerdo, médio direito e inferior direito, nessa ordem. Resumindo, o número de microestados para um dado **N** é $\mathbf{N^* = 2^{N^2}}$, tal que $\mathbf{N^* = 16}$ para $\mathbf{N = 2}$ (Corso et al. 2018).

Vamos definir $\mathbf{n_i}$ como o número de vezes que um microestado **i** é observado em amostras $\check{\mathbf{N}}$, então $\mathbf{P_i = n_i / \check{N}}$ é a probabilidade ligada ao microestado **i** e definimos uma entropia de gráficos de recorrência ligado com as probabilidades de ocorrência de microestados como

$$S(N^*) = -\sum_{i=1}^{N^*} Pi \; ln Pi, \qquad (3)$$

embora **N*** cresça muito rápido em função de **N**, mas apenas um pequeno número de microestados é efetivamente preenchido. Assim, o efetivo conjunto de microestados necessários para calcular corretamente a entropia pode ser preenchido por apenas $\check{\mathbf{N}}$ amostras aleatórias adquiridas a partir de uma matriz de recorrência (Corso et al. 2018).

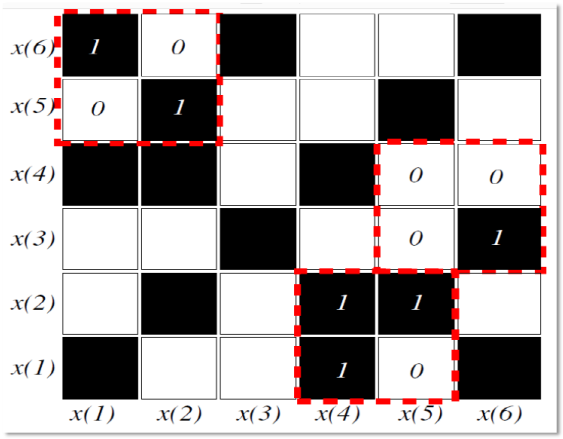

Figura 2 - Este é um exemplo de Gráfico de Recorrência de uma série temporal curta de 6 elementos, onde as partes preta e branca são pixels denotam um par de pontos recorrentes e não recorrentes. Os quadrados tracejados de vermelhos são representações de microestados de recorrência selecionados aleatoriamente no RP e dados adquiridos para N = 2. Fonte: Adaptado de Corso et al. (2018).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o estudo específico da região Norte de Minas Gerais, usamos os dados da NOAA (1995) que realiza monitoramento de diversas quantidades climáticas, tais como pluviometria, pressão, temperatura e dentre outras. Para realizar essa pesquisa analisamos subáreas que compõem a região norte mineira. Essas nove subáreas tem as suas pluviometrias representadas na Figura 3, onde cada uma delas é nomeada de A0 até A8. A pesquisa foi realizada com dados pluviométricos, com datas do período de janeiro 1979 até janeiro 2018. Para cada dia nesse intervalo, os dados obtidos contêm a pluviometria monitorada. Para a análise, foram consideradas janelas de 365, 500, 1000 e 2000 dias sem interpolação dos dias. Compreendidas entre latitude 15,25º sul a 16,25º sul e longitude 315,75º leste a 316,75º leste, com variação de 0,5° tanto em latitude quanto em longitude.

Com o algoritmo desenvolvido por nós, foram analisados os dados pluviométricos presentes nos painéis da Figura 3, onde o gráfico tem os dados do intervalo considerado.

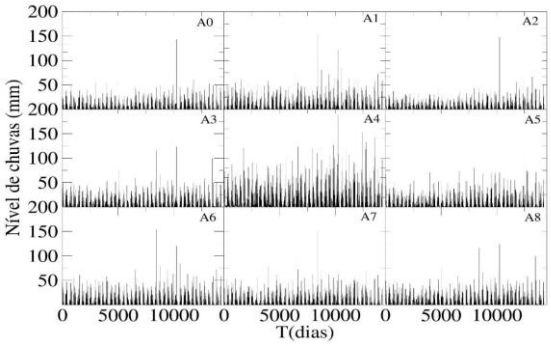

Figura 3. Dados pluviométricos de diferentes sub-regiões do Norte de Minas Gerais, no qual elas foram nomeadas de A0 até A8. As suas coordenadas latitude 15,25º sul a 16,25º sul e longitude 315,75º leste a 316,75º leste. Fonte: NOAA (1995).

Os gráficos da Figura 4 mostram a evolução da entropia dos microestados de recorrência que é representada nós gráficos pela letra S, quando consideramos um ano (365 dias) como janela. Na Figura 5, apresentamos os dados de S com janelas de um ano e 135 dias, equivalente a 500 dias. Os demais, para Figura 6 e Figura 7 foram feitos, respectivamente, para janelas de 1000 e 2000 dias.

Todos os resultados apresentados nos painéis (b) para a Figura 4 até a Figura 7 foram realizados com os dados presentes na Figura 3, sem o dado pluviométrico com o erro. Os casos de evolução temporal de S nos painéis (a), apresentam os resultados com dado contendo o erro. Deste modo, conseguimos resultados que mostra com bastante exatidão as curvas de evolução entrópica para a pluviometria do Norte de Minas Gerais.

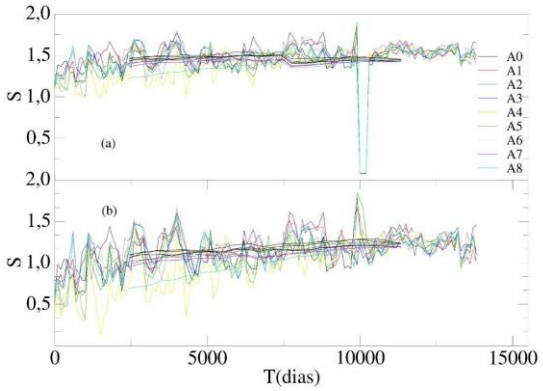

Figura 4. Os gráficos apresentam evolução da entropia quando consideramos um ano como janela. Com decrescimento das curvas por causa do dado pluviométrico com erro no gráfico (a). Fonte: Autor.

A Figura 4, trabalha com dados que foram gerados de 365 dias como janelas, pois buscamos fazer uma análise de como é o comportamento da entropia para esse intervalo de tempo (um ano). Usando os dados dessa janela, vemos que são bastante rápidos por ter uma amostra de dados menor para ser analisados, embora a precisão seja reduzida, mas nos ajuda a entender o aumento da entropia, e nos mostra que o sistema dinâmico da região está mudando.

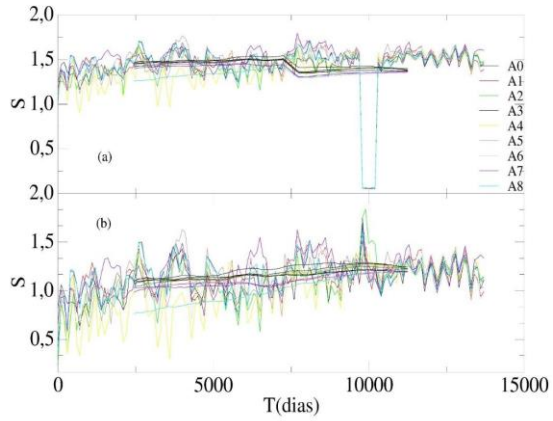

Figura 5. Cada curva representa a evolução da entropia dos microestados de recorrência para todas as 9 subáreas utilizando janelas de 500 dias sem interpolação dos dias. Em cada um desses painéis ser encontra a média das curvas, que são representadas por linhas na horizontal. Fonte: Autor.

Na Figura 5, trabalhamos com subáreas da região Norte do estado de Minas Gerais-Brasil, onde utilizamos janelas de 500 dias. Comparando com a Figura 4, esses gráficos têm maior amostragem para as análises. Eles mostram que a entropia do sistema está em ascensão média, e isso pode indicar mudança no comportamento do nosso clima.

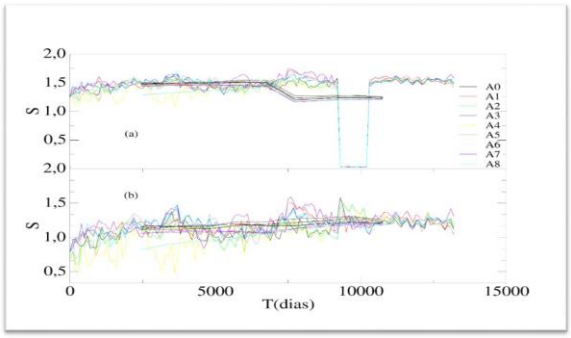

Figura 6. Esses gráficos trabalham com 1000 dias, equivalente a dois anos e 270 dias como janela. Com relação às Figuras 4 e 5, a amostragem é maior, porém, os resultados são semelhantes. Fonte: Autor.

Nós gráficos da Figura 6, fizemos análise de janelas de 1000 dias. As curvas desses gráficos apresentam pequenas diferenças uns dos outros. Esse movimento das curvas fortalece nosso argumento de que a amostragem, no caso da entropia dos microestados de recorrência para esses dados, nos mostra que os resultados não estão diferentes dos gráficos anteriores.

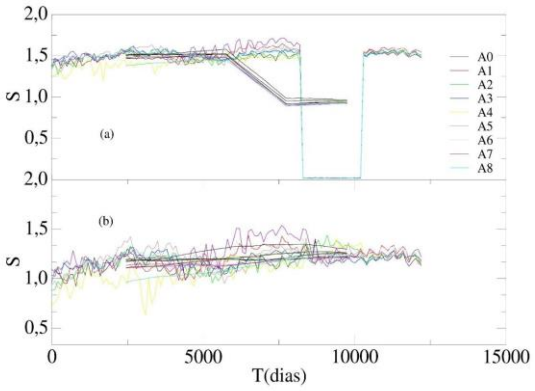

Figura 7. Podemos observar nos gráficos a maior amostragem de dados sobre a entropia dos microestados de recorrência quando consideramos 2000 dias como janela. Mesmo com o aumento das janelas os resultados não variam tanto. A mudança da entropia para as nove subáreas é pouca. Fonte: Autor.

Na Figura 7, trabalhamos com a maior amostragem de dados, da nossa pesquisa, fizemos os testes com janelas de 2000 dias (5 anos e 175 dias). Desta forma os resultados devem ter uma maior precisão e são mais confiáveis ao que se observa em relação aos outros gráficos. Mas o que vemos nos gráficos é que mesmo aumentando as janelas, os resultados não mudam substancialmente. Com a análise sendo feita em nove subáreas, a diferença da evolução da entropia para todas as nove é pequena, mostrando

uma mudança sistemática da entropia em todas essas localidades de modo semelhante. Feito essas análises, vemos que a alteração da entropia pode estar refletindo alterações relevantes.

Para a produção desses gráficos, trabalhamos com matrizes 2x2. Fizemos os testes com matrizes 3x3 e 4x4, e vimos que os valores obtidos nessas matrizes têm uma variação mínima para a matriz 2x2. Assim ressaltamos que o uso de matrizes 2x2 é adequado frente a análise desses dados pluviométricos. A diferença entre as matrizes pode ser analisada na Figura 8.

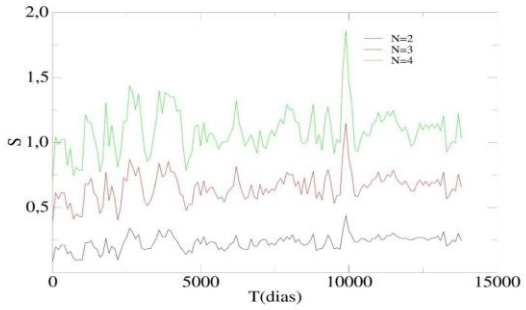

Figura 8. Mostra o comportamento das curvas de entropia do sistema para cada tamanho de matriz N x N. Fonte: Autor.

CONCLUSÃO

Através das análises realizadas, vemos que a entropia dos microestados de recorrência pode ser uma ferramenta importante na análise de dados climáticos. Pois observamos um grande aumento de entropia do sistema, vemos isso com o crescimento das curvas do gráfico para cada subárea analisada, isso nos mostra que o padrão dos dados começou a mudar sistematicamente do ponto de vista da entropia dos microestados de recorrência. Esse comportamento pode estar apresentando uma tendência de chuvas muito localizadas espacialmente e temporalmente, em outras palavras, o clima está tendo uma modificação por causa desse aumento.

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer a Universidade Federal dos Vales Jequitinhonha e Mucuri, campos Janaúba, por disponibilizar o laboratório de informática para trabalhar com o algoritmo e também para a produção dos gráficos. Agradecer também a todos que contribuiu para que essa pesquisa fosse feita.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Marcus A. M. **Sistemas Dinâmicos.** Unicamp – Universidade Estadual de Campinas. Nov. 2005. Disponível em: https://sites.ifi.unicamp.br/aguiar/files/2014/10/sistemas-dinamicos.pdf Acesso em: 1 fev. 2019.

ALVES, Anne Karoline; ROSA, Roberto. **Espacialização de Dados Climáticos do Cerrado Mineiro.** Instituto de Geografia, Universidade Federal de Uberlândia, ,2007. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/horizontecientifico/article/view/3990 Acesso em: 10 fev. 2019.

ARTUSO, Alysson Ramos. **Entropias de Shannon e Renyi Aplicadas ao Reconhecimento de Padrões.** Revista CIATEC-UPF, Curitiba – PR, vol. 3 (2), p.p.56-72, 2011. Disponível em: https://ojs.upf.br/index.php/ciatec/article/view/2244/1474 Acesso em: 10 fev. 2019.

CORSO, G. et al. **Quantifying entropy using recurrence matrix microstates.** Chaos 28, Received 29 May 2018; accepted 16 July 2018; published online 24 August 2018. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/server/api/core/bitstreams/259f6871-13c0-4fc8-8425-8036045f4227/content Acesso em: 3 fev. 2019.

ECKMANN, J. P. KAMPHORST, S. O. and RUELLE, D. **Recurrence Plots of Dynamical Systems.** Europhys. Lett. 4, 973 (1987). Disponível em: https://www.ihes.fr/~ruelle/PUBLICATIONS/%5B92%5D.pdf Acesso em: 5 fev. 2019.

GONÇALVES, G. de A. C., GONÇALVES, A. K., e JUNIOR, A. P. **Desenvolvimento Motor na Teoria dos Sistemas Dinâmicos.** Motriz – Volume 1, Número 1, 08-14, junho/1995. Disponível em: http://www1.rc.unesp.br/ib/efisica/motriz/01n1/2_Giselda_form.pdf Acesso em: 15 fev. 2019.

KOZIEVITCH, Nádia Puchalski. **Dados Meteorológicos: Um Estudo de Viabilidade Utilizando um SGBD Em Plataforma de Baixo Custo.** 2005. Dissertação (Mestrado em Informática) - Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005. Disponível em: https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/3089 Acesso em: 13 fev. 2019.

MARTINS, M. et al. **Análise de Dados: texto de apoio para os professores do 1º ciclo.** Ministério da Educação. Direção Geral de Inovações e de Desenvolvimento Curricular. 2007. Disponível em: https://comum.rcaap.pt/entities/publication/4ad74775-1c29-4b31-b13d-b506136162fd Acesso em: 18 mar. 2019.

MARWAN, N. M. C. Romano, M. Thiel, and J. Kurths, Phys. **Gráficos de recorrência para a análise de sistemas complexos** Rep. 438, 237 (2007). Disponível em: https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2007PhR...438..237M/abstract Acesso em: 10 fev. 2019.

NOAA. National Centers for Environmental Information. *Natural Hazards Image Database*. Boulder: National Oceanic and Atmospheric Administration, 1995. Disponível em: https://www.ngdc.noaa.gov/hazardimages/#/geology/103/image/1607. Acesso em: 27 jan. 2019.

OTHECHAR, Pedro F. S., CAUZ, Luiz Oreste. **Introdução aos Sistemas Dinâmicos.** UEMS – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. 2009. Disponível em: https://anaisonline.uems.br/enic/article/view/1348 Acesso em: 2 mar. 2019.

PINEDA, José. **A Entropia Segundo Claude Shannon: O Desenvolvimento do Conceito Fundamental da Teoria da Informação.** Ano 2006. 126 pag. Dissertação (Mestrado em História). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 2006. Disponível em: https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/13330/1/PINEDA%2C%20J%20O%20C%20-%20A%20Entropia%20segundo%20Claude%20Shannon.pdf Acesso em: 15 mar. 2019.

REZA, Fazlollah. **An Introduction to information Theory.** University Sy racuse, 1961. Disponivel em: https://climber.uml.edu.ni/fetch.php/Resources/4020091/AnIntroductionToInformationTheoryFazlollahMReza.pdf Acesso em: 5 mar. 2019.

WEBBER C. L. and ZBILUT, J. P. J. **Avaliação dinâmica de sistemas e estados fisiológicos usando estratégias de gráficos de recorrência** Appl. Physiol. **76**, 965 (1994). Disponível em: https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/8175612/ Acesso em: 15 mar. 2019.

ZBILUT, J. P. and WEBBER, C. L. Phys. Lett. **Embedding and delays as derived from quantification of recurrence plots.** A 171, 199 (1992). Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Charles-Webber/publication/222391812_Embeddings_and_delays_as_derived_from_quantification_of_recurrence_plots/links/57751d4508ae1b18a7dfd855/Embeddings-and-delays-as-derived-from-quantification-of-recurrence-plots.pdf Acesso em: 20 mar. 2019.