VOLUME E CAPACIDADE NO LIVRO DIDÁTICO: ANÁLISE DOS PROBLEMAS DE UMA COLEÇÃO À LUZ DOS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM

Arthur Cristopher de Souza[1]
Edson Carlos Sobral de Sousa (Orientador)[2]

GD1: Livro Didático e Currículo

Resumo
A presente comunicação científica é fruto de uma pesquisa realizada a nível de especialização, em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco. Esta pesquisa teve o objetivo de analisar os problemas propostos sobre volume e capacidade em uma coleção de livros didáticos de matemática mediante os ambientes de aprendizagem. Desse modo, foram analisados 63 itens propostos ao longo das quatro obras de uma coleção adotada por escolas das redes municipais de Caruaru e Jaboatão dos Guararapes. Organizamos as análises por ano escolar e, em seguida, por ambiente de aprendizagem, também, discutimos as potencialidades de alguns problemas serem trabalhados, a partir da ação do professor, dentro da perspectiva dos cenários para a investigação. Porém, os principais resultados apontam que as obras reforçam o paradigma do exercício e o modelo tradicional de ensino de matemática fundamentado em extensas listas de exercícios com comandos no imperativo, respostas únicas, privação de investigações, baixa comunicação e dualidade certo/errado, deixando a cargo do docente mobilizar os contextos de semirrealidade para a vida real.

Palavras-chave: Geometria. Grandezas e Medidas. PNLD. Educação Matemática Crítica.

1 Considerações Iniciais

No Brasil, o LD é garantido pela Constituição Federal (Brasil, 1988) em que é abordada a responsabilidade do poder público em fornecer material didático ao estudante. O LD, garantido pela constituição e pela Política Nacional do Livro Didático - operacionalizada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) - pode ser o único material didático disponível para os estudantes fora do ambiente escolar. Costa e Allevato (2010) destacam que o LD é. para o estudante, uma importante fonte de informação, essencial para o progresso em seus estudos e, para o professor, é um dos recursos que contribui para organizar e desenvolver atividades em sala de aula.

A junção desses fatores, no ambiente escolar, é potência para o ensino e aprendizagem, conforme destacado por Oliveira (2007):

> O uso do livro didático na escola deve favorecer a aprendizagem do aluno, levando-o ao domínio e a reflexão dos conhecimentos escolares para que possa ampliar a compreensão da realidade, formulando hipóteses de solução para os

[1] Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Especialista em Educação em Ciências e Matemática • Caruaru, Pernambuco (PE), Brasil • arthur.cristopher@ufpe.br • ORCID 0000-0002-1485-3827.
[2] Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • edson.sobral@ufpe.br • ORCID 0000-0002-2428-6424.

> problemas atuais, ou seja, o livro deve ser um subsídio para promover o exercício da cidadania (p. 29).

Portanto, a organização de determinado conteúdo no LD pode ser um fator crucial para a prática docente, fornecendo subsídios para que o professor desenvolva metodologias que promovam uma aprendizagem preocupada com a realidade. O estudo de Oliveira (2007) sobre as estratégias de uso do livro didático aponta que ele é frequentemente introduzido na sala de aula para realização de exercícios. Com esta preocupação, elegemos o conceito de volume como objeto matemático a ser investigado, porém devido a íntima relação com a grandeza capacidade, ampliamos a análise para ambos os conceitos.

Como fundamentação teórica para análise, nos ancoramos aos estudos da Educação Matemática Crítica (Skovsmose, 2000, 2014) e, especialmente, os ambientes de aprendizagem[3] (Alrø e Skovsmose, 2010). Skovsmose (2014) discute que, em média, são realizados cerca de 10000 exercícios ao longo da educação básica, porém é habitual que sejam problemas com resposta única, comandos no imperativo e que não oferecem abertura para investigar, estabelecer diálogo ou desenvolver habilidades críticas.

Alrø e Skovsmose (2010) propõem os cenários para investigação como uma alternativa às listas de exercícios e caracteriza-os enquanto um convite ao ensino e aprendizagem por meio da pesquisa investigativa. Desse modo, a aprendizagem acontece como uma ação que busca atribuir sentidos e tem como elementos fundamentais o diálogo entre os pares, a investigação e o mundo.

Com isso em mente, elaboramos a seguinte questão de pesquisa: *Quais os milieus de ensino e aprendizagem predominantes nos problemas propostos sobre volume e capacidade em uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental?* Operacionamos a questão de pesquisa através do objetivo de *analisar os problemas propostos sobre volume e capacidade em uma coleção de livros didáticos de matemática mediante os ambientes de aprendizagem*.

Desse modo, organizamos essa comunicação científica em seis seções: Livro didático; Geometria no LD; Possibilidade de ambientes de aprendizagem e suas implicações; Procedimentos Metodológicos; Análises e resultados; e Considerações Finais.

[3] Nesse trabalho assumimos *milieu* e *ambientes de aprendizagem* como sinônimos.

2 Livro Didático

De acordo com Munakata (2016), uma das principais dificuldades ao pesquisar a temática do LD consiste na fluidez da sua definição e a aversão que o tema pode provocar devido a uma visão preestabelecida que considera o LD como instrumento de domínio ideológico que compromete a autonomia do professor. Porém, pesquisá-lo não implica necessariamente atribuir somente elogios ao mesmo, havendo também outras questões a serem consideradas (Munakata, 2016).

O LD pode ser definido como "um produto cultural, composto, híbrido, que se encontra no cruzamento da cultura, da pedagogia, da produção editorial e da sociedade" (Stray, 1993, p. 77-78 *apud* Freitas e Rodrigues, 2008, p. 301). Nesta perspectiva, compreende-se que ele é fruto de um processo cultural, que resultou em um produto necessário para a sala de aula. Segundo Freitas e Rodrigues (2008) a origem do livro didático encontra-se antes da invenção da imprensa no final do século XV, surgindo em um período no qual os estudantes universitários europeus produziam seus próprios cadernos de texto. Este fenômeno já demonstrava uma tendência à utilização de material escrito no contexto escolar.

A implementação dos LD, dicionários, obras literárias e livros em braile nas escolas brasileiras teve início em 1929 com a criação do Instituto Nacional do Livro (INL), um órgão designado exclusivamente para legislar sobre políticas do livro didático (Freitas e Rodrigues, 2008). Porém, somente em 1934 foram determinadas as primeiras atribuições do INL, como "editar obras literárias para a formação cultural da população, elaborar uma enciclopédia e um dicionário nacionais e expandir o número de bibliotecas públicas" (Freitas e Rodrigues, 2008, p. 302).

A Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD) instituída em 1938, por meio do decreto-lei nº 1.006, inseriu o LD na pauta do governo (Freitas e Rodrigues, 2008). Este decreto teve a atribuição de estabelecer "as condições de produção, importação e utilização do livro didático em todo o território nacional" (Telo e Schubring, 2018, p. 4).

Eram considerados LD os compêndios - materiais que apresentavam as disciplinas de forma integral ou parcial - e os livros de leitura em classe, utilizados com os estudantes no momento da aula. Estes livros deveriam ser escolhidos pelos professores e representantes das instituições de ensino, considerando a relação oficial das obras de uso autorizado, não cabendo aos poderes públicos o dever de expressar preferência.

Em 1945 foi consolidada pelo Estado a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do LD, designando exclusivamente ao professor a escolha do livro a ser utilizado pelos estudantes, procedimento definido pelo artigo quinto do decreto-lei nº 8.460 de 26 de dezembro de 1945 (Freitas e Rodrigues, 2008).

Em 1966 foi criada a Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (COLTED), originária de um acordo entre o Ministério da Educação (MEC) e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID), que tinha o objetivo de coordenar a produção e distribuição do livro didático. Esta comissão foi extinta em 1971 assim como também foi encerrado o convênio MEC/USAID, devido a estas circunstâncias o INL foi encarregado de desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF), gerenciando seus recursos financeiros. O PNLD substituiu o PLIDEF em 1985, tendo como foco o ensino fundamental público de forma a assegurar a gratuidade e qualidade dos livros (Freitas e Rodrigues, 2008).

3 Geometria no Livro Didático

Durante a década de 1990 o ensino de Geometria no Brasil enfrentou dificuldades para ser consolidado, como modismos fortemente radicalizantes que levaram à prática de um empirismo inoperante (Lorenzato, 1995). Neste contexto, Lorenzato (1995) aponta que a abordagem da Geometria esteve ausente de maneira total ou parcial da sala de aula. Outro obstáculo citado é o fato da Geometria quase sempre ser apresentada na última parte do livro didático, o que aumentava a probabilidade de o componente curricular não ser estudado em um determinado ano letivo por falta de tempo (Lorenzato, 1995).

No início da década de 1960 generaliza-se no Brasil a influência do movimento da Matemática Moderna, que tinha como ideia central “adaptar o ensino da Matemática às novas concepções surgidas com a evolução deste ramo do conhecimento” (Pavanello, 1993, p. 13). Nos livros didáticos de matemática que foram lançados a partir deste período, se fez presente a preocupação com as estruturas algébricas e a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos, seguindo a tendência da época (Pavanello, 1993).

Para o ensino da Geometria, optou-se em focar nesses livros as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, utilizando a linguagem da teoria dos conjuntos para trabalhar sua representação, por meio da utilização dos teoremas como postulados (Pavanello, 1993). Esta abordagem excluiu a

possibilidade de haver a construção de uma sistematização que tivesse como ponto de partida as noções primitivas e empiricamente elaboradas (Pavanello, 1993).

Alguns problemas surgem a partir desta abordagem que trabalha a Geometria sob o enfoque das transformações, como o fato da maioria dos professores de matemática da época não dominarem o assunto, ocasionando no fato de muitos deles deixarem de ensinar geometria sob qualquer enfoque, uma vez que essa abordagem enfatizava a álgebra ao invés do raciocínio geométrico (Pavanello, 1993).

Silva e Noguti (2025) defendem uma abordagem fundamentada na articulação das habilidades de geometria espacial, destacando ser essencial para uma formação crítica. Desta forma,

> Ao interpretar textos científicos sobre medidas e conversões, os estudantes deveriam desenvolver a capacidade de aplicar esses conceitos em ações comunitárias que envolvem cálculos de perímetro, área e volume, contribuindo para demandas locais. A aplicação de diferentes métodos de medição e o uso de transformações isométricas enriquecem a compreensão de figuras e suas representações, enquanto as relações métricas em triângulos e o cálculo de volumes de sólidos permitem que resolvam problemas práticos em contextos reais (p. 4).

Portanto, é importante que os LD possuam problemas que incentivem o desenvolvimento do pensamento geométrico, que contribui para o desenvolvimento do senso crítico desta área de conhecimento.

4 Possibilidades de Ambientes de aprendizagem e suas implicações

Alrø e Skovsmose (2010) discutem que o modelo de ensino tradicional tem certas qualidades, porém se distancia do diálogo entendido nos moldes Freireanos (Freire, 1987), em que os estudantes e professores estão em relação de igualdade e com o mundo em pauta na busca pela emancipação humana. Para Alrø e Skovsmose (2010), no modelo de ensino tradicional os LD têm papel central e propõe a dinâmica de serem apresentados exercícios pelo professor e que serão resolvidos pelos estudantes para depois serem corrigidos pelo professor.

Ainda de acordo com Alrø e Skovsmose (2010), essas características fazem parte do *paradigma do exercício* que tem função central no modelo de ensino tradicional. O paradigma do exercício é representado pelas extensas listas de exercícios, comuns nas aulas de matemática, com questões frequentemente elaboradas a partir de comandos no imperativo em que há pouca abertura para o diálogo, que possuem respostas únicas dentro da dualidade certo/errado.

De modo a corroborar com Alrø e Skovsmose (2010, p. 52), compreendemos que "a mera resolução de exercícios é uma atividade muito mais limitante para o aluno do que qualquer tipo de investigação". Portanto, acreditamos que o LD deve promover os exercícios, porém também deve promover atividades investigativas, compreendidas dentro do quadro teórico da Educação Matemática Crítica como *cenários para investigação*.

Para Skovsmose (2014) os *cenários para investigação* contrastam com as listas de exercícios, pois neles os caminhos não são bem definidos, há possibilidades distintas de explorar situações que podem, também, levar a lugares diferentes. Para Alrø e Skovsmose (2010)

> Cenários podem substituir exercícios, os alunos podem formular questões e planejar linhas de investigação de forma diversificada. Eles podem participar do processo de investigação. Num cenário para investigação, a fala 'o que acontece se…? deixa de pertencer apenas ao professor e passa a poder ser dita pelo aluno também. E outra fala do professor, ' por que é dessa forma…?', pode desencadear a fala do aluno 'sim, por que é dessa forma…? (p. 55).

Desse modo, os cenários para investigação possibilitam aproximar-se do diálogo assumido por Freire (1987) na perspectiva da Educação Emancipatória. Skovsmose (2014, p. 54) afirma, ainda, que "cenários para investigação e lista de exercícios estabelecem diferentes *milieus* de aprendizagem". Porém, diferenciar *milieus* apenas na dualidade cenários para investigação/listas de exercícios desconsidera referências as quais podem estar envolvidas no problema.

As referências, para Skovsmose (2000, 2014) e Alrø e Skovsmose (2010), podem ser: à matemática pura, as quais situações e/ou problemas dependem exclusivamente de objetos e conceitos matemáticos; à semirrealidade, em que objetos parecem vir da realidade; referência a vida real em que as situações fazem referência ao contexto em que se vive. Desse modo, ao combinar os três tipos de referências com as listas de exercícios e os cenários para investigação, Skovsmose (2014) cunha seis *milieus* de aprendizagem, podendo ser expresso por meio do quadro 1.

Quadro 1 - Ambientes de aprendizagem.

	Lista de exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências a uma semirrealidade	(3)	(4)
Referências à vida real	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2014, p. 55).

Adiciona-se aos *milieus* de aprendizagem a complexidade do professor de se colocar ou não em zona de conforto ou zona de risco. Nesse sentido, Skovsmose (2014) discute que, por um lado, os *milieus* (1) e (3) são aqueles em que se opera dentro da previsibilidade e, frequentemente, no modelo tradicional de ensino. Porém, por outro lado, operar nos cenários para investigação traz ao professor à zona de risco em que a imprevisibilidade é frequente.

Por fim, iremos considerar em nossas análises, também as possibilidades do professor se colocar em zonas de riscos a partir dos problemas propostos nos LD.

5 Procedimentos Metodológicos

A compreensão de Cellard (2012) do documento enquanto tudo aquilo que é capaz de fornecer informações, seja vestígio ou testemunho corrobora a análise de LD como análise documental. Pois o LD possui informações que podem elucidar sobre a apresentação do conceito de volume e capacidade aos estudantes e, portanto, caracterizamos esse estudo enquanto uma análise documental (Cellard, 2012).

A coleção de LD escolhida foi "A conquista da matemática" de autoria Giovanni Júnior (2022a, 2022b, 2022c, 2022d) publicada pela editora FTD e voltada aos anos finais do ensino fundamental. A coleção foi aprovada no PNLD de 2023 e distribuída nacionalmente. É relevante destacar que as obras foram disponibilizadas e escolhidas em, pelo menos, dois municípios que somados possuem 98 escolas que oferecem a etapa de educação em destaque.

As obras analisadas foram os manuais do professor, pois além de conter o material disponível para os estudantes, também tem orientações ao professor em cada seção de exercícios. Inicialmente, agrupamos capítulos, unidades e seções destinadas aos conteúdos de volume e/ou capacidade para, a partir disso, analisarmos os problemas. Foram identificados os seguintes dados: o livro do 6º ano possui 31 itens agrupados em 3 seções distintas; o livro do 7º ano tem 15 itens organizados em duas seções; o livro do 8º ano tem 11 itens em três seções; o livro do 9º ano tem 9 itens em duas seções ".

Desse modo, analisamos 63 itens propostos que envolviam os conceitos de volume e capacidade, agrupados por ano escolar e, em seguida, por ambiente de aprendizagem. Em seguida, discutimos as potencialidades de alguns problemas serem trabalhados dentro

da perspectiva dos cenários para a investigação. Ressaltamos que são apresentados apenas alguns dos itens analisados, pois estes representam os demais agrupados no mesmo *milieu*.

6 Resultados e análises

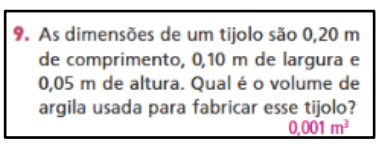
6.1 Sexto ano

As análises evidenciaram que 14 dos 31 problemas ficaram restritos ao *milieu* (1), 13 deles foram caracterizados no *milieu* (3), 2 no *milieu* (2) e, por fim, 2 no *milieu* (4). Dessa forma, destacamos que a abordagem em lista de exercícios ainda é a predominante, conforme destacaram Alrø e Skovsmose (2010), contribuindo para a continuidade de modelos próximos ao modelo tradicional.

A partir da constatação numérica, observamos que os problemas propostos obedecem a uma organização que valoriza a aplicação de técnicas em problemas que fazem referência a matemática pura para, só depois, inserir exercícios da semirrealidade. Já os problemas caracterizados no *milieu* (2) têm como característica apoiar-se em problemas anteriores solicitando a elaboração de problemas. Defendemos que esse tipo de problema está nos cenários para investigação pois ao reformular os problemas anteriores os estudantes poderão entrar em um processo de pesquisa, investigando outras formas de obter a medida de volume e/ou capacidade posta no problema anterior.

Constatamos, ainda, que os problemas caracterizados no *milieu* (4) estão localizados ao fim da lista de problemas propostos, em uma seção descrita como “desafio”. Os problemas dessa seção tratam do transporte de água e a preparação de uma receita com indagações que suscitam reflexão e convidam ao processo investigativo, por exemplo: "Como fazer isso?" e "O que você faria se estivesse no lugar de Márcia?". Apesar do baixo quantitativo de problemas caracterizados como cenários para investigação, observamos potencialidades em problemas de uma semirrealidade, por exemplo o problema 9 da seção “medidas de volume”

Figura 1- Problema 9 da seção Medidas de volume



Fonte: Giovanni Júnior (2022a, p. 268).

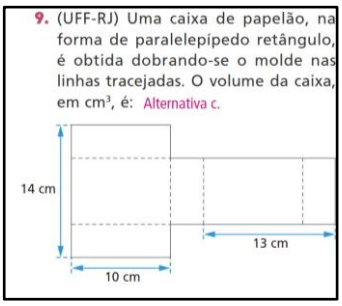
Ao tratar das dimensões de um tijolo - objeto comum ao cotidiano de qualquer região brasileira - é possível do momento ser conduzido pelo professor a partir de uma perspectiva investigativa, como: “O tijolo usual em Caruaru/Jaboatão possui essas dimensões? Caso negativo, qual a diferença de volume entre o proposto no problema e o local? Há algum impacto na construção decorrente da diferença de volumes?”. Dessa forma, a tônica do livro do sexto é a proposição de listas de exercícios que fazem referência a matemática pura e semirrealidade, cabendo ao professor optar por adaptá-los e adentrar na zona de risco ou não.

6.2 Sétimo ano

O livro destinado ao sétimo ano teve caracterização semelhante ao sexto ano, com predominância dos *milieus* (1) e (3), a saber: 7 exercícios no *milieu* (1) e 5 exercícios no *milieu* (3). Os cenários para investigação foram contemplados em apenas 3 problemas: 1 problema no *milieu* (2) e 2 problemas no *milieu* (4). Desse modo, observamos a valorização de cálculos diretos ou com pré-textos seguidos de comandos para resolução de problemas puramente matemáticos.

Entre os problemas propostos, pode-se destacar o problema 9 da seção “volume do cubo e bloco retangular” (Figura 2)

Figura 2- Problema 9 da seção volume do cubo e bloco retangular

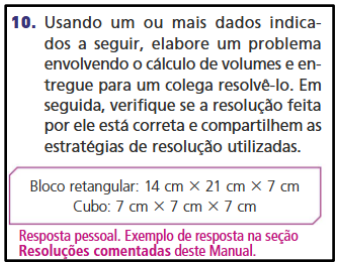


Fonte: Giovanni Júnior (2022b, p. 275).

Observamos que o volume de caixas pode ser instigador para o docente que deseje avançar para cenários investigativos, onde é possível solicitar a investigação de caixas reais, sejam de sapatos, remédios, alimentos e etc. Deste modo, os estudantes poderiam continuar explorando o cálculo de volume, porém em uma perspectiva investigativa, promovendo o diálogo entre os pares e conclusões reais a perguntas como “Há sobra de espaço nas caixas? Poderia diminuir o volume? Se houver essa possibilidade, qual impacto ambiental poderia se ter?” entre outras possibilidades.

Também observa-se que os problemas dentro dos cenários para investigação são restringidos, conforme pode ser observado no problema 10 da seção “retomando o que aprendeu” (Figura 3).

Figura 3- Problema 10 da seção retomando o que aprendeu do livro do 7º ano


10. Usando um ou mais dados indicados a seguir, elabore um problema envolvendo o cálculo de volumes e entregue para um colega resolvê-lo. Em seguida, verifique se a resolução feita por ele está correta e compartilhem as estratégias de resolução utilizadas.

Bloco retangular: 14 cm × 21 cm × 7 cm
Cubo: 7 cm × 7 cm × 7 cm

Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.

Fonte: Giovanni Júnior (2022b, p. 277).

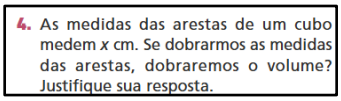
A proposta de questões e troca entre os colegas, incentivando o estudante a explorar os valores, operações e resultados caracteriza-se como um cenário para investigação. Porém, o problema (Figura 3) restringe-se à exploração direta e puramente matemática no qual o estudante que iria resolvê-lo não seria imerso, nem mesmo, na semirrealidade. Destarte, o livro do sétimo ano, de modo semelhante ao do sexto ano, reforça o paradigma do exercício por meio de listas de exercícios que exploram exclusivamente os saberes técnicos, deixando a cargo do docente a exploração de situações reais.

6.3 Oitavo ano

A obra destinada ao oitavo ano tem o número de problemas reduzido se comparado às obras dos anos anteriores, porém observa-se maior equilíbrio entre a quantidade de problemas em cada *milieu*: 3 problemas foram caracterizados enquanto (1); 1 problema agrupado junto ao *milieu* (2); 6 problemas no *milieu* (3); e, por fim, 1 problema no *milieu* (4). Destacamos que a quantidade de exercícios caracterizados na semirrealidade superam os aqueles que fazem referência a matemática pura, levantamos como hipótese a tentativa de aplicabilidade à vida real, mencionada na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018).

Observamos também que os problemas caracterizados como cenários para investigação mantêm, por um lado, a abordagem proposta de reelaborar problemas da lista de exercícios a partir da alteração de valores do enunciado e aplicação à semirrealidade e, em seguida, trocar com os pares. Por outro lado, o problema 4 da seção “volumes de sólidos geométricos” (Figura 4) apresenta uma construção distinta:

Figura 4- Problema 4 da seção volumes de sólidos geométrico do livro do 8º ano

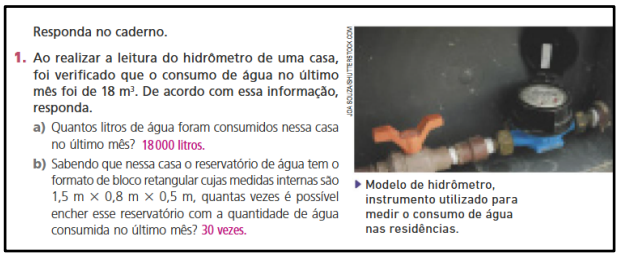

4. As medidas das arestas de um cubo medem x cm. Se dobrarmos as medidas das arestas, dobraremos o volume? Justifique sua resposta.

Fonte: Giovanni Júnior (2022c, p. 254).

Apesar da construção ser semelhante aos problemas caracterizados na lista de exercícios, observamos que a exploração pode acontecer de formas diferentes, seja explorando com linguagem alfanumérica ou atribuindo valores a fim de conjecturar uma resposta. Portanto, apesar da resposta ser conhecida, o processo investigativo pode ser a tônica do problema.

Outro fator de destaque é a continuidade da proposta do cálculo de volume mediante caixas - com dimensões fornecidas na questão - o que pode, semelhantemente ao sétimo ano, fornecer ao professor a possibilidade de sair das listas de exercícios para os cenários para investigação. Por fim, destacamos tentativas de elaborar problemas que fazem referência a vida real, por exemplo o problema 1 da seção "retomando o que aprendeu" (Figura 5).

Figura 5- Problema 1 da seção retomando o que aprendeu do livro do 8º ano


Responda no caderno.

1. Ao realizar a leitura do hidrômetro de uma casa, foi verificado que o consumo de água no último mês foi de 18 m³. De acordo com essa informação, responda.
   a) Quantos litros de água foram consumidos nessa casa no último mês? 18000 litros.
   b) Sabendo que nessa casa o reservatório de água tem o formato de bloco retangular cujas medidas internas são 1,5 m × 0,8 m × 0,5 m, quantas vezes é possível encher esse reservatório com a quantidade de água consumida no último mês? 30 vezes.

JOÃO BOSCO/ARQUIVO DA EDITORA

Modelo de hidrômetro, instrumento utilizado para medir o consumo de água nas residências.

Fonte: Giovanni Júnior (2022c, p. 257).

Apesar de mencionar o hidrômetro e adicionar uma imagem real, os autores optaram por fornecer os dados na questão em vez de explorar a possibilidade de propor olhar para o hidrômetro de casa ou da escola. Desse modo, observamos que há tentativas no LD de atribuir significado real aos conceitos, porém há conforto em fornecer os dados, deixando a cargo do professor entrar na zona de risco e promover o diálogo com os estudantes.

6.4 Nono ano

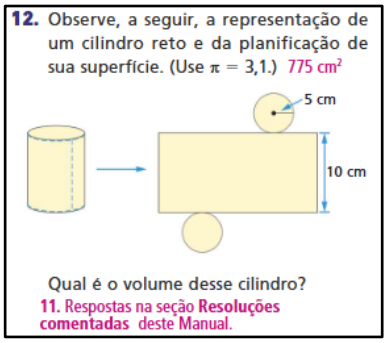
O livro do nono ano possui 6 itens caracterizados no *milieu* (1) e 3 itens no *milieu* (3) e, portanto, é a obra que possui a menor quantidade de problemas voltados ao cálculo de volume e capacidade na coleção. Esse fato, combinado as análises dos livros

anteriores, esboça que a coleção diminui gradualmente ano após ano escolar a quantidade de exercícios sobre os conceitos abordados.

Em acréscimo, observamos que no nono ano não há problemas voltados aos cenários para investigação. De certa forma, acreditamos que o avanço entre as proposições de investigações do sexto até o oitavo ano poderiam desaguar em cenários para investigação melhor elaborados no nono ano, pois há um avanço na complexidade dos conceitos trabalhados e, portanto, haverá mais subsídios para analisar situações mais profundas. No entanto, encontramos apenas 9 itens que possuem sim um nível de complexidade maior, porém se afastam de possibilidades investigativas.

Contudo, ainda observamos com potencialidade o conteúdo de volume de cilindros, pois assim como é abordado a bivalência entre o sólido geométrico e objetos do cotidiano, pode-se-ia solicitar o cálculo de volume de objetos da vida real. Por exemplo, o problema 12 da seção retomando o que aprendeu (Figura 6) solicita o cálculo matemático, sem referência nem mesmo a semirrealidade.

Figura 6- Problema 12 da seção retomando o que aprendeu do livro do 9º ano



Fonte: Giovanni Júnior (2022d, p. 257).

Observamos que problemas deste tipo podem ser reelaboradas pelo professor a partir de objetos como latas de refrigerante, estojos de formato cilíndrico e tantos outros objetos da vida real, para, deste modo, conduzir uma investigação com foco no diálogo.

O livro do nono ano, também traz subsídios para uma análise sobre a colocação dos conceitos de volume e capacidade na obra. Observamos os conteúdos dessa natureza foram agrupados ao final da obra, porém pode-se ter outros conteúdos geométricos alocados no início das obras.

Por fim, observamos que a obra reforça o paradigma do exercício ao abordar apenas questões no formato de lista de exercícios e, sobretudo, por não conduzir referência à vida real.

7 Considerações finais

O presente trabalho teve o objetivo de *analisar os problemas propostos sobre volume e capacidade em uma coleção de livros didáticos de matemática mediante os ambientes de aprendizagem*. A partir disso foi realizada a análise da coleção "a conquista da matemática" aprovada no PNLD 2023 e adotada por instituições da rede estadual de Caruaru e Jaboatão dos Guararapes. A coleção em questão possui 63 problemas que versam sobre volume e capacidade distribuídos em 4 obras, uma para cada etapa escolar dos anos finais do ensino fundamental. A análise foi realizada mediante agrupamento dos problemas de cada livro de acordo com os ambientes de aprendizagem (Skovsmose 2000, 2014; Alrø e Skovsmose, 2010).

Os resultados apontam que a obra reforça o paradigma do exercício e o modelo tradicional de ensino de matemática fundamentado em listas de exercícios com comandos no imperativo, respostas únicas, baixa comunicação e dualidade certo/errado. Esse fato fica expresso desde o livro do sexto ano ao do nono, a saber: no sexto ano, 27 dos 31 problemas ficaram restritos às listas de exercícios; no sétimo ano, 12 dos 15 problemas também foram caracterizados como lista de exercícios; no oitavo ano, 9 dos 11 estão dentro do paradigma do exercício; por fim, no nono ano, todos os 6 itens estavam em listas de exercícios. Observamos que os poucos problemas caracterizados como cenários para investigação são restringidos por problemas anteriores, reconhecidos dentro do paradigma do exercício, ou pela própria delimitação da proposta (ver Figura 3).

Soma-se a extensa quantidade de listas exercícios a falta de referência a vida real, tendo em vista que todos os problemas ficaram agrupados entre os ambientes (1) e (4). Observamos que houveram tentativas de se aproximar da referência a vida real, ver Figura 1 e Figura 5, entretanto a exposição de imagens reais, mas com dados fictícios descaracteriza uma associação com elementos do cotidiano. Desse modo, encontramos ao longo dos LD possibilidades de passagem das listas de exercícios para cenários para investigação, porém essa relação fica a cargo do docente. A partir da análise, observamos que a coleção "a conquista da matemática" tem potencialidades para o desenvolvimento de investigações apenas se o professor desejar reconduzir os contextos semirreais propostos no LD para a vida real.

Outro fator de relevância, porém não focal nessa investigação, encontra-se na localização dos tópicos voltados ao ensino de volume e capacidade estarem localizados, em todas as obras, nos capítulos finais o que, de acordo com Lorenzato (1995), pode indicar o trabalho tardio dos conceitos. Desse modo, esse é um direcionamento que pode surgir a partir da nossa pesquisa, quais conhecimentos ainda são recorrentemente deixados ao final do LD? O LD ainda influencia diretamente na ordem de apresentação dos conteúdos?

Dentro da nossa perspectiva de investigação pode-se pensar nas possibilidades de novas pesquisas, tais como os contextos semirreais apresentados no LD estão sendo reconduzidos para cenários de investigação pelo professor no chão da sala de aula? Os conceitos de volume e capacidade são apresentados em sala a partir do uso do LD? ou, ainda, os conceitos de volume e capacidade são apresentados, em sua maioria, a partir de investigações ou de listas de atividade? Por fim, espera-se que esse trabalho sirva de inspiração para outros trabalhos, por exemplo esses citados, e sobretudo esperasse que sirva de inspiração para uma abordagem de volume e capacidade pautada na investigação, no diálogo e na crítica.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando de A. Figueiredo, Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BRASIL. *Constituição Federal* (1988). Constituição da República Federativa do Brasil: promulgada em 5 de outubro de 1988. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.

CELLARD, A. A análise documental. *In:* J. Poupart. *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Vozes, 2012, p. 295-316.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. Livro Didático De Matemática: Análise De Professoras Polivalentes Em Relação Ao Ensino de Geometria. *VIDYA*. Santa Maria, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez. 2010.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREITAS, N. K.; RODRIGUES, M. H. O Livro Didático ao Longo do Tempo: A Forma do Conteúdo. *DA Pesquisa*. Florianópolis, v. 3, n. 5, p. 300-307, 2008.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. *A conquista da matemática: 6º ano: Ensino Fundamental: Anos Finais*. São Paulo: FTD, 2022a.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. *A conquista da matemática: 7º ano: Ensino Fundamental: Anos Finais*. São Paulo: FTD, 2022b.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. *A conquista da matemática: 8º ano: Ensino Fundamental: Anos Finais*. São Paulo: FTD, 2022c.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. *A conquista da matemática: 9º ano: Ensino Fundamental: Anos Finais*. São Paulo: FTD, 2022d.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? *Educação Matemática em Revista*. n. 4, p. 3-13, 1995.

MUNAKATA, K. Livro Didático Como Indício Da Cultura Escolar. *História da Educação*. Porto Alegre, v. 20, n. 50, p. 119-138, 2016.

OLIVEIRA, E. M. Q. *O uso do livro didático de matemática por professores do ensino fundamental*. 2007, 151 p. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Revista Zetetiké*. Ano 1, n. 1, p. 3-17, 1993.

SILVA, M. F. S.; NOGUTI, F. C. H. Algumas Considerações Sobre a Abordagem de Geometria Espacial Em Livros Didáticos de Matemática: Uma Ênfase na Resolução de Problemas. *Revista Dynamis*. Blumenau, v. 31, e 12166, p. 1-18, 2025.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. *Bolema*. Rio Claro, v. 13, n. 14, 2000.

SKOVSMOSE, O. *Um convite à educação matemática crítica*. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, São Paulo: Papirus, 2014.

TELO, R. M.; SCHUBRING, G. A Comissão Nacional do Livro Didático e a Avaliação dos Livros de Matemática Entre 1938 e 1969. *Revista Brasileira de História da Educação*. Maringá, v. 18, n. 14, p. 1-27, 2018.