RELAÇÕES DE EQUIVALÊNCIA E CONJUNTOS QUOCIENTES NO LIVRO ESTRUTURAS ALGÉBRICAS PARA LICENCIATURA: UMA ANÁLISE EPISTEMOLÓGICA E DIDÁTICA

Fernando Santos Silva[1]

(GD1: Livro Didático e Currículo)

Resumo
Este texto apresenta dados de uma pesquisa que investiga as relações entre o livro didático de nível superior *Estruturas Algébricas para Licenciatura, Volume 3: Elementos de Álgebra Moderna* (Silva; Gomes, 2020) e as diretrizes curriculares oficiais que orientam a formação inicial de professores de matemática no Brasil. Analisamos como a obra aborda os conceitos de relações de equivalência e conjuntos quocientes, identificando convergências e tensões com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores. A análise revela que, embora o livro apresente rigor matemático, ele opera predominantemente no nível do saber acadêmico, com pouca explicitação das conexões com o currículo da Educação Básica.

Palavras-chave: Relações de Equivalência. Conjuntos Quocientes. Formação de Professores. Transposição Didática. BNCC.

1 Introdução

No campo da Educação Matemática, o livro didático não é apenas um suporte de conteúdo; ele atua como um artefato curricular que materializa escolhas epistemológicas, didáticas e políticas. Na formação inicial de professores, especialmente em disciplinas de conteúdo específico, como Álgebra Abstrata, essas obras assumem um papel ambivalente: por um lado, espera-se que essas obras assegurem o rigor e a profundidade conceitual próprios do saber acadêmico; por outro, que dialoguem com as demandas curriculares da Educação Básica, preparando o futuro professor para ensinar Matemática aos estudantes dos ensinos Fundamental e Médio.

Há, portanto, uma relação dinâmica, por vezes tensa, entre o saber produzido no ensino superior e o saber escolar prescrito para a educação básica, mediada por documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores (DCNFP).

Nesse contexto, a questão central que orienta este artigo é:

Em que medida as seções dedicadas às relações de equivalência e à congruência modular, no livro Estruturas Algébricas para Licenciatura, Volume 3, articulam

[1] Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) • Doutor em Modelagem Computacional • Vitória da Conquista, BA, Brasil • fssilva@uesb.edu.br • ORCID http://orcid.org/0000-0002-2059-4550

o conhecimento matemático formal às demandas curriculares e formativas da Educação Básica?

Para responder a essa questão, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa em que analisamos a obra *Estruturas Algébricas para Licenciatura, Volume 3: Elementos de Álgebra Moderna* (Silva; Gomes, 2020), focalizando as Seções 1.4 (Relações de Equivalência) e 1.5 (Congruência módulo m). A análise estrutura-se em três dimensões — epistemológica, didática e de linguagem/representação —, mas sempre sob a lente das relações com o currículo oficial.

2 Classes de Equivalência e Conjuntos Quocientes

Esta seção apresenta uma síntese dos fundamentos matemáticos relativos a classes de equivalência e conjuntos quocientes, conceitos centrais para a construção de estruturas algébricas abstratas. Para um aprofundamento das definições e propriedades aqui delineadas, recomenda-se a consulta a livros-texto clássicos de álgebra moderna. Ao longo do século XX, a noção de equivalência ganhou centralidade na Matemática, expandindo-se rapidamente para diferentes áreas. Como observa Asghari (2019, p. 4662, *tradução nossa*): "No geral, a primeira metade do século XX testemunhou um uso rápido da construção matemática da equivalência em todos os ramos da matemática, resultando na descontextualização da construção e na unificação da terminologia."

Do ponto de vista formal, uma *relação de equivalência* sobre um conjunto não vazio A é uma relação binária $R \subseteq A \times A$ que satisfaz três propriedades fundamentais:

1. **Reflexividade**: $\forall x \in A, (x,x) \in R$;
2. **Simetria**: $\forall x,y \in A, (x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R$;
3. **Transitividade**: $\forall x,y,z \in A, (x,y) \in R \wedge (y,z) \in R \Rightarrow (x,z) \in R$.

Tais propriedades, embora de verificação imediata em muitos contextos, carregam implicações profundas para a organização do conhecimento matemático, pois permitem *agrupar elementos* sob um critério em relação a uma dada propriedade.

Dada uma relação de equivalência $\sim$ sobre A, define-se a *classe de equivalência* de um elemento $x \in A$ como:

$$[x]_{\sim} = \{y \in A \mid y \sim x\}.$$

Quando a relação estiver fixada no contexto, emprega-se a notação simplificada $[x]$. Decorre imediatamente das propriedades da relação que:

- Cada classe é *não vazia* (pela reflexividade: $x \in [x]$);
- Duas classes quaisquer são iguais ou disjuntas (decorrência da simetria e da transitividade);
- A família de todas as classes constitui uma *partição* de A;
- O *conjunto quociente* $A/\sim$ é definido como $\{[x] \mid x \in A\}$, isto é, o conjunto cujos elementos são as próprias classes de equivalência.

A título de ilustração, examinemos a construção dos inteiros. Seja $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ e $\sim$ a relação definida por $(x,y) \sim (u,v) \Leftrightarrow x + v = u + y$. As operações aritméticas são então definidas sobre as classes:

$$\begin{aligned} 0 &= [(0,0)], \\ -[(x,y)] &= [(y,x)], \\ [(x,y)] + [(u,v)] &= [(x+u, y+v)], \\ [(x,y)] \times [(u,v)] &= [(xu+yv, xv+yu)]. \end{aligned}$$

A intuição subjacente, fundamental para a transposição didática desse conteúdo, consiste em interpretar formalmente cada classe de equivalência representada por um par (x,y) como correspondente à diferença entre suas coordenadas, isto é, à ideia de $x - y$. Nessa perspectiva, o simétrico de uma classe representada por (x,y) é naturalmente representado pelo par (y,x), obtido pela inversão da ordem das coordenadas. Para definir a multiplicação entre classes, parte-se de representantes e busca-se uma operação compatível com o comportamento esperado do produto de diferenças. A identidade algébrica $(a-b)(c-d) = (ac+bd) - (ad+bc)$ sugere, assim, definir o produto das classes representadas por (a,b) e (c,d) por meio do par $[(ac+bd, ad+bc)]$.

Esse desenvolvimento deve ser entendido apenas como motivação para a escolha da operação sobre os representantes das classes, e não como uma utilização prévia da multiplicação de números inteiros que ainda estão sendo construídos. Observa-se, entretanto, que tais definições somente se tornam matematicamente legítimas após duas verificações distintas: inicialmente, deve-se demonstrar que a relação considerada é reflexiva, simétrica e transitiva; em seguida, é necessário provar que as operações assim definidas independem da escolha dos representantes de cada classe, isto é, que são bem definidas.

Os conceitos de relação de equivalência, classe, partição e conjunto quociente constituem não apenas ferramentas técnicas da álgebra moderna, mas também

instrumentos epistemológicos que permitem ao professor e ao pesquisador em Educação Matemática compreender como o conhecimento matemático se organiza hierarquicamente, do concreto ao abstrato, e como diferentes representações de um mesmo objeto matemático podem ser coordenadas no processo de ensino e aprendizagem.

Na perspectiva do Conhecimento Matemático para o Ensino, conforme proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), o domínio formal de um conteúdo não esgota os conhecimentos necessários à docência. O futuro professor também precisa compreender formas de representar, explicar, decompor e relacionar o conteúdo às estruturas conceituais mobilizadas pelos estudantes da Educação Básica.

3 A noção de equivalência no currículo de Matemática

Consideramos as dimensões do currículo propostas por Sacristán (2013): o currículo prescrito, definido nos documentos oficiais como a BNCC; o currículo apresentado aos professores, por meio de livros, materiais e orientações; o currículo moldado pelos professores, resultante de suas interpretações e escolhas; o currículo em ação, concretizado nas práticas de sala de aula; e o currículo avaliado, expresso nos processos de avaliação. Essas instâncias não operam isoladamente: interpenetram-se e tensionam-se continuamente, constituindo um campo dinâmico de decisões e práticas.

Na formação de professores de Matemática, essa articulação torna-se ainda mais complexa, pois o licenciando ocupa uma dupla posição: é, ao mesmo tempo, estudante submetido ao currículo do Ensino Superior e futuro responsável por implementar o currículo da Educação Básica. Essa sobreposição evidencia que compreender o papel do livro didático e dos documentos oficiais não é apenas uma questão teórica, mas uma necessidade prática para quem transita entre esses dois níveis de ensino.

Entre esses documentos, a BNCC (Brasil, 2018) assume papel central na definição dos conhecimentos e habilidades que orientam o ensino de Matemática na Educação Básica. Nesse sentido, tomamos esse documento como referência para identificar de que modo ideias relacionadas à equivalência são mobilizadas ao longo do Ensino Fundamental, ainda que os conceitos formais de relação de equivalência e conjunto quociente permaneçam restritos ao âmbito da matemática universitária.

A Base organiza para o *4º ano*, na unidade temática Números, o Objeto de Conhecimento: "Propriedades da igualdade" (BNCC, p. 291). A esse objeto associam-se duas habilidades: (EF04MA14) Reconhecer e demonstrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade entre dois termos se mantém quando se adiciona ou subtrai um mesmo número a cada um desses termos; e (EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade envolvendo as operações fundamentais com números naturais.

No *5º ano*, o documento apresenta o Objeto de Conhecimento: "Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência" (Brasil, p. 295). A isso associam-se a habilidade EF05MA04 – "Identificar frações equivalentes" – e o Objeto "Propriedades da igualdade e noção de equivalência", com a habilidade EF05MA10: "Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência".

Já para o *6º ano*, a BNCC elenca o Objeto de Conhecimento "Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações" (BNCC, p. 301), com a habilidade EF06MA07: "Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes".

Ao analisar essa progressão, percebe-se que a construção da noção de equivalência ao longo dos anos escolares mobiliza, ainda que de maneira implícita, as propriedades estruturais de uma relação de equivalência: a reflexividade (toda fração é equivalente a si mesma), a simetria (se a/b é equivalente a c/d, então c/d é equivalente a a/b) e a transitividade (se $a/b \sim c/d$ e $c/d \sim e/f$, então $a/b \sim e/f$). Tais propriedades, embora não nomeadas como tais no texto curricular, fundamentam a compreensão da igualdade entre frações como uma relação lógico-matemática e não meramente aritmética, o que aponta para a necessidade de o professor explicitar essas estruturas para que o aluno supere a visão pontual da equivalência como simples "multiplicação cruzada" e avance para uma compreensão relacional e formal do conceito.

No entanto, a BNCC não menciona explicitamente os conceitos de relação de equivalência ou conjunto quociente. Esses conceitos pertencem ao domínio do saber

acadêmico e não são diretamente ensinados em nenhuma fase escolar. Contudo, suas manifestações concretas como a classificação de objetos por uma propriedade comum (triângulos congruentes, frações equivalentes, números congruentes módulo m) são centrais no currículo básico. Portanto, espera-se que o livro didático de Álgebra Abstrata, usado na licenciatura, possa explicitar essas conexões.

4 O livro didático como instrumento de transposição didática

Chevallard (1991) cunhou o conceito de *transposição didática* para descrever as transformações que o saber sábio (produzido pela comunidade matemática) sofre até se tornar saber ensinado (em sala de aula). O livro didático é um dos principais vetores dessa transposição.

Se o livro didático participa desse processo, sua função na formação inicial de professores adquire um caráter estratégico, pois ele não apenas comunica conhecimentos matemáticos, mas também pode contribuir para que o futuro docente compreenda os processos de reorganização desses conhecimentos para o ensino.

Com base nas contribuições de Chevallard (1991), Shulman (1986) e Moreira e David (2005), compreende-se que, na formação de professores, um livro dedicado aos conteúdos específicos não deve apenas apresentar o conhecimento matemático de maneira acessível, mas também favorecer a compreensão de como esse conhecimento pode ser reorganizado, representado e transformado em objeto de ensino na Educação Básica.

No caso da Álgebra Abstrata, isso implica que o livro destinado a formação de professores pode contribuir para:

- Conectar conceitos abstratos (relações de equivalência, classes, quocientes) a objetos e situações do currículo básico (frações, congruência de figuras, aritmética modular);
- Oferecer atividades que desenvolvam no licenciando a capacidade de transpor esses conceitos para a linguagem e os problemas do Ensino Fundamental e Médio;
- Discutir explicitamente as relações com os documentos curriculares oficiais.

Assim, o livro didático de Álgebra Abstrata, quando pensado para a formação de professores, não se limita a tradução do saber acadêmico em linguagem acessível. Ele

pode desempenhar o papel de ponte entre diferentes níveis de ensino, favorecendo a compreensão de conceitos complexos e, ao mesmo tempo, preparando o licenciando para realizar a transposição didática em sua futura prática docente.

5 Metodologia

Esta pesquisa é de natureza qualitativa e descritiva (Creswell, 2010) que possui o interesse em compreender os significados, as intencionalidades e as relações que o livro didático estabelece com o currículo, ou seja dimensões que não se expressam adequadamente por mensurações quantitativas. O estudo articula-se, centralmente, à teoria da Transposição Didática (Chevallard, 1991) e às dimensões curriculares propostas por Sacristán (2013).

A unidade de análise é o livro didático *Estruturas Algébricas para Licenciatura, Volume 3: Elementos de Álgebra Moderna* (Silva; Gomes, 2020), selecionado por ser explicitamente destinado à formação de licenciandos em Matemática e por dedicar seções específicas às relações de equivalência, aos conjuntos quocientes e à congruência modular. Embora os conceitos formais de relação de equivalência e conjunto quociente não sejam explicitamente nomeados na BNCC, algumas de suas ideias estruturantes podem ser identificadas, em níveis elementares e de forma implícita, em objetos de conhecimento e habilidades relacionados à igualdade, às frações equivalentes, à divisibilidade e à classificação por restos.

Foram selecionadas para análise as Seções 1.4 (Relações de Equivalência) e 1.5 (Congruência módulo m), por dois critérios complementares: relevância conceitual — são os únicos trechos da obra que tratam diretamente dos conceitos de relação de equivalência e conjunto quociente — e relevância curricular — seus conteúdos correspondem a habilidades da BNCC (EM13MAT101, EM13MAT201) e figuram em currículos da Educação Básica, sendo a congruência modular o exemplo canônico de conjunto quociente com presença em olimpíadas e materiais do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD).

A análise foi estruturada em três categorias, cada uma ancorada em referencial teórico específico: a categoria epistemológica (Chevallard, 1991) examina se o livro preserva a natureza estruturante do conceito e a integridade da transposição do saber sábio ao saber ensinável; a categoria didática (Sacristán, 2013) investiga se a obra

favorece a transferência do conhecimento acadêmico para a prática docente na Educação Básica, articulando-se ao currículo estabelecido pela BNCC e pelas DCNFP; e a categoria de linguagem e representação (Duval, 2003) verifica a variedade dos registros semióticos mobilizados — simbólico, verbal e figural — e sua adequação à formação do professor.

O percurso analítico desenvolveu-se em três etapas sequenciais: leitura integral e mapeamento sistemático de todos os elementos das seções (definições, proposições, demonstrações, exemplos, exercícios, figuras e texto expositivo); aplicação das perguntas orientadoras de cada categoria a cada elemento mapeado, selecionando os trechos que respondessem, positiva ou negativamente, a pelo menos uma dessas perguntas; e interpretação dos trechos selecionados à luz dos referenciais teóricos. A consistência da análise foi buscada por meio do cruzamento entre as três categorias analíticas e da comparação sistemática entre o conteúdo das seções selecionadas e os documentos curriculares oficiais.

6 Análise do Livro Didático

Ao analisar o livro Estruturas Algébricas para Licenciatura (Silva; Gomes, 2020), buscamos compreender de que maneira ele articula o saber matemático formal com as demandas da formação docente. A investigação foi organizada em três dimensões complementares, epistemológica, didática e de linguagem/representação, permitindo observar tanto a apresentação conceitual dos conteúdos quanto as possibilidades de transposição didática e de conexão com os documentos curriculares oficiais. A análise possibilita examinar tanto o rigor acadêmico da obra quanto possíveis lacunas no que diz respeito à preparação do licenciando para transformar o saber sábio em saber a ensinar.

6.1 Dimensão epistemológica: O saber sábio e o saber a ensinar

6.1.1 *Como o livro concebe a relação de equivalência?*

Silva e Gomes (2020) definem relação de equivalência de maneira formal (Definição 1.4.1, p. 27), destacando as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva. Em seguida, apresentam o Teorema Fundamental (1.4.7) e a conexão com partição (1.4.8 e 1.4.11).

Identificamos que a ênfase está no saber sábio, o conceito matemático em sua forma abstrata e axiomática. Não há menção explícita a como esse conceito pode ser recontextualizado para o ensino de classificação na educação básica. Por exemplo, quando uma criança do Ensino Fundamental aprende que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$, ela está operando com uma relação de equivalência (frações equivalentes) e com o conjunto quociente (números racionais). O livro não estabelece essa ponte.

A Seção 1.5 é dedicada à relação de congruência módulo *m*, que é apresentada como um *caso particular* de relação de equivalência. O livro conclui que *Z* é particionado em *m* classes de congruência e define o conjunto quociente $Z/R = \{C_m(0), C_m(1), \ldots, C_m(m-1)\}$.

Percebemos que este é um exemplo de saber sábio que tem aplicações diretas no currículo do Ensino Médio. A aritmética modular aparece em:

Este é um excelente exemplo de saber acadêmico com aplicações diretas no currículo do Ensino Médio. A aritmética modular, apresentada como caso particular de relação de equivalência, conecta-se a diferentes conteúdos escolares, como os critérios de divisibilidade (EM13MAT302), situações envolvendo relógios e ciclos, além de aplicações em criptografia elementar (Silva, 2021). No entanto, o livro não estabelece essa conexão de forma explícita. Assim, o futuro professor pode aprender sobre congruência módulo m sem refletir sobre como esse conhecimento pode ser mobilizado para ensinar, por exemplo, critérios de divisibilidade já no 6º ano, o que evidencia uma lacuna entre o saber acadêmico e sua transposição didática para a Educação Básica.

6.2 *Dimensão didática: mediações e transposições*

6.2.1 Progressão e sequenciação dos conteúdos

Consideramos que a sequência adotada pelo livro, conjuntos, produto cartesiano, relações, equivalência, congruência, é logicamente coerente e segue o padrão dos livros de álgebra moderna. Do ponto de vista da formação de professores, essa sequência é adequada, pois permite que o licenciando compreenda a *gênese lógica* do conceito. No entanto, falta uma reflexão sobre sua *gênese didática*, isto é, sobre como esse conceito pode ser introduzido na Educação Básica sem a formalização completa. Por exemplo, um

professor pode ensinar classificação de números pares e ímpares (que é uma relação de equivalência módulo 2) sem empregar explicitamente a expressão ”relação de equivalência”.

6.2.2 *Exercícios e a formação para a transposição didática*

Os exercícios propostos (p. 54-77) são predominantemente técnicos (verificar propriedades, encontrar classes, resolver congruências). Essa abordagem adotada pela obra revela-se insuficiente diante das demandas da formação docente em Matemática, na medida em que não propõe situações que levem o licenciando a planejar, representar e explorar conceitos matemáticos em contextos compatíveis com a Educação Básica. O tratamento conferido ao conteúdo permanece circunscrito às suas dimensões formal e estrutural, sem estimular a reflexão sobre estratégias de ensino, adequação da linguagem matemática aos diferentes níveis de escolaridade, organização de sequências didáticas ou articulação entre o saber acadêmico e as necessidades de aprendizagem dos estudantes da escola básica.

Tal lacuna limita o potencial formativo das seções analisadas no que diz respeito à preparação profissional para a docência, uma vez que a ênfase recai sobre a apresentação do conteúdo matemático, com pouca explicitação de suas possibilidades de reorganização e abordagem na Educação Básica.

6.3 ***Dimensão de linguagem e representação: Acessibilidade e prática docente***

6.3.1 *Registros de representação e a prática docente*

Nas seções analisadas, predomina o registro algébrico-conjuntista, sem a presença significativa de diagramas, tabelas, representações pictóricas ou outras representações visuais.

Na Educação Básica, a mobilização coordenada de diferentes registros de representação, conforme propõe Duval (2003), pode favorecer a compreensão dos objetos matemáticos, especialmente quando conceitos abstratos são introduzidos progressivamente. Um professor que aprendeu relações de equivalência apenas no registro formal pode ter dificuldade em criar atividades visualmente acessíveis para seus alunos. A falta de representações alternativas no livro limita a capacidade do *licenciando de reutilizar* essas representações em sua futura prática.

7 O livro didático e as Diretrizes Curriculares para a Formação de Professores

A Resolução CNE/CP nº 2/2019, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores, estabelece que os cursos de licenciatura devem garantir uma formação que articule conhecimentos teóricos e práticos, fundamentados na interdisciplinaridade e na contextualização. Especificamente, o futuro professor deve ser capaz de identificar e mobilizar conhecimentos científicos, tecnológicos, sociais, culturais, artísticos e didáticos para compreender e mediar processos de ensino e aprendizagem.

O livro de Silva e Gomes (2020) atende parcialmente a essas demandas. Ele possui boa apresentação do conteúdo matemático formal, mas no recorte examinado, não foram identificadas discussões explícitas sobre estratégias de ensino, documentos curriculares ou possibilidades de abordagem do conteúdo na Educação Básica.

No entanto, é possível defender que o livro didático de conteúdo específico deveria, ele mesmo, incorporar essas dimensões, especialmente quando explicitamente voltado para a licenciatura (como é o caso, conforme o título).

No contexto do ensino de Álgebra Abstrata, isso significa que o livro didático utilizado na licenciatura não pode se limitar a apresentar os conteúdos matemáticos em sua forma "pura". Ele deve também:

- Contextualizar os conceitos em problemas relevantes para a educação básica;
- Discutir estratégias de ensino e aprendizagem;
- Promover a reflexão sobre os documentos curriculares oficiais.

8 Conclusão

Este artigo analisou o livro *Estruturas Algébricas para Licenciatura, Volume 3* sob o eixo temático Livro Didático e Currículo, com foco nos conceitos de relações de equivalência e conjuntos quocientes. A análise revelou que a obra é robusta do ponto de vista matemático e logicamente coerente, mas apresenta pouca explicitação das conexões com o currículo da educação básica e com os documentos curriculares oficiais.

Argumentamos que, para atender plenamente às Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores e para preparar licenciandos capazes de transpor o conhecimento abstrato para a prática docente, o livro didático de Álgebra Abstrata poderia:

- Incluir seções de articulação curricular explícita;
- Oferecer exercícios de transposição didática;
- Utilizar múltiplos registros de representação, incluindo os visualmente acessíveis;
- Dialogar com a BNCC e com problemas relevantes da educação básica.

Desse modo, o livro pode ser compreendido não como mero repositório de conhecimentos, mas como um artefato curricular capaz de favorecer ou limitar a articulação entre diferentes níveis de ensino.

Nesse sentido, a obra de Silva e Gomes (2020) apresenta potencial para contribuir com essa articulação, desde que seu uso seja acompanhado por atividades e discussões que explicitem as relações entre a Álgebra Abstrata, a formação docente e o currículo da Educação Básica.

Agradecimentos

O autor expressa seus agradecimentos ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e à Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) pelo apoio acadêmico e institucional, que contribuíram de forma significativa para o desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

ASGHARI, A. Equivalence: An attempt at a history of the idea. *Synthese*, v. 196, n. 11, p. 4657-4677, 2019. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s11229-018-1674-2.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. *Resolução CNE/CP nº 2*, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Diário Oficial da União. Republicada por ter saído com incorreção no DOU de 10-2-2020, Seção 1, páginas 87-90. Incorpora as correções aprovadas na Sessão Extraordinária do Conselho Pleno, realizada no dia 11-3-2020. Brasília, DF, 2019a.

CHEVALLARD, Y. *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa*: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In*: MACHADO, S. D. A. (org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. *A Formação Matemática do Professor*: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SACRISTÁN, J. G. (Org.). *Saberes e incertezas sobre o currículo*. Porto Alegre: Penso, 2013.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, A. L. M. R. *A criptografia como estímulo à aprendizagem Matemática*. 2021. 168 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade do Sudoeste da Bahia, 2021. Disponível em: http://www2.uesb.br/ppg/profmat/wp-content/uploads/2022/02/Dissertacao_Ana_Lourdes_Moreno_Rodrigues_Silva.pdf.

SILVA, J. C.; GOMES, O. R. *Estruturas Algébricas para Licenciatura*: Volume 3 Elementos de Álgebra Moderna. São Paulo: Blucher, 2020.