A ARTICULAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO NOS LIVROS DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS

Anderson Marcolino de Santana[1]
Gilda Lisbôa Guimarães (Orientadora) [2]

GD1: Livro Didático e Currículo

Resumo
Este artigo apresenta um recorte dos resultados de uma pesquisa de doutorado e teve por objetivo investigar a articulação entre as medidas de tendência central (MTC) e medida de dispersão (MD) nos livros de Matemática dos anos finais aprovados pelo Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2020 na perspectiva do Letramento Estatístico. Metodologicamente, trata-se de uma pesquisa de análise documental das 11 coleções de livros de matemática do 6º ao 9º ano, perfazendo um total de 44 volumes, página por página. O resultado evidencia que a maioria das atividades de MTC concentra-se na média aritmética e de MD na amplitude. A quantidade de atividades que apresentam uma articulação entre as MTC e MD é muito pequena, além de privilegiarem dados fictícios, distanciando-se de propostas alinhadas ao Letramento Estatístico. Para que os estudantes possam tomar decisões diante dos dados, é fundamental promover o Letramento Estatístico levando-os a saberem articularem essas medidas numa postura crítica.

Palavras-chave: Medidas de Tendência Central. Medida de dispersão. Anos Finais. Letramento Estatístico.

1 Introdução

As medidas de tendência central (MTC) (média, moda e mediana) e de dispersão (MD) (amplitude e desvio padrão) são medidas estatísticas essenciais para formação estatística dos estudantes e devem ser abordadas para além do cálculo mecânico, contribuindo para visão crítica do mundo, a fim de promover o Letramento Estatístico proposto por Gal (2002).

Durante muito tempo, a Educação Estatística nas escolas concentrou-se no cálculo de medidas de tendência central e negligenciou o importante papel que a variabilidade desempenha nas estatísticas (Moore, 1997). Segundo Shaughnessy (2019), os currículos de matemática introduziram estatísticas aos estudantes, principalmente, por meio de cálculo de moda, mediana e média. Assim, se faz necessário a proposição

[1] Secretaria de Educação de Pernambuco (SEE) • Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • anderson.marcolino@ufpe.br • ORCID https://orcid.org/0000-0001-8053-9791
[2] Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Doutora em Psicologia Cognitiva pela UFPE • Jaboatão dos Guararapes, Pernambuco (PE), Brasil • gilda.lguimaraes@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0002-1463-1626

de um trabalho na escola que proponha atividades e reflexões sobre as medidas de tendência central (MTC) articuladas com as medidas de dispersão (MD).

As medidas de dispersão descrevem o quão próximo os valores estão das medidas centrais. Por isso, de acordo com Garfield, Delmas e Chance (2007), é importante focar na construção de conexões entre medidas de tendência central e medidas de dispersão, em especial, para tomada de decisão em situações de contextos autênticos.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) propõe que o ensino de Estatística deve buscar desenvolver no estudante a capacidade de inferir informações estatísticas que circulam em sociedade. Ressalta que a partir do 7º ano o currículo deve relacionar às MTCs com as medidas de dispersão, em especial, a amplitude.

Uma vez que o livro didático é o recurso mais utilizado por professores de todos os níveis de ensino, tanto para os estudantes quanto para os professores (Perovano; Amaral; Mazzi, 2023), é fundamental analisar as atividades que estão sendo propostas neles.

Assim, o objetivo deste artigo é investigar a articulação entre as medidas de tendência central e dispersão propostas nos livros de Matemática dos anos finais aprovados pelo Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2020.

2 Fundamentação teórica

Para Triola (2024), a Estatística é a ciência que oferece uma coleção de métodos para produzir e obter dados, organizá-los, resumi-los, analisá-los, interpretá-los e deles extrair conhecimento. Ela fornece métodos para lidar com a variabilidade e a incerteza inerentes a qualquer conjunto de dados e auxiliar na tomada de decisão (Montgomery; Runger, 2018).

O Letramento Estatístico, de acordo com Gal (2002), corresponde à motivação e à capacidade de acessar, entender, interpretar, avaliar criticamente e, se relevante, expressar opiniões sobre informações estatísticas, argumentos relacionados a dados ou questões envolvendo incerteza e risco. Iddo Gal propôs um modelo teórico composto por dois componentes que viabilizam a promoção do Letramento Estatístico, a saber: os elementos de conhecimento e os elementos de disposição. Os elementos do conhecimento são formados pelo conhecimento estatístico, conhecimento matemático,

habilidade de letramento, conhecimento de contexto e questionamentos críticos. Os elementos de disposição são formados pela postura crítica; crenças e atitudes.

Quadro 1 – Modelo de Letramento Estatístico

ELEMENTOS DE CONHECIMENTO	ELEMENTOS DE DISPOSIÇÃO
Conhecimento estatístico Conhecimento matemático Conhecimento de contexto Habilidade de letramento Questionamentos críticos	Postura crítica Crenças e atitudes
→ LETRAMENTO ESTATÍSTICO ←	

Fonte: Gal (2002)

Gal (2002) alerta que não basta desenvolver apenas a dimensão cognitiva, mas também é necessário desenvolver a dimensão atitudinal/disposicional na compreensão do mundo, em que os conhecimentos escolares estão a serviço da formação do pensar, do sentir, do compreender o contexto no qual estamos inseridos.

A BNCC é um documento normativo que tem como finalidade dispor a adequação ou sistematização dos conteúdos obrigatórios e comuns a todo o país, estabelecendo os objetivos de aprendizagem que se pretende alcançar por meio da definição de competências e habilidades, que servirão para a elaboração dos currículos estaduais e municipais das escolas brasileiras, públicas e privadas (Brasil, 2018).

No Quadro 2, são apresentadas as habilidades de Estatística nos Anos Finais do Ensino Fundamental, que envolve MTC e MD.

Quadro 2 – Habilidades de Estatística apresentadas no Currículo de Matemática – Anos Finais

7º Ano
(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
8º Ano
(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
(EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.
9º Ano
(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

Fonte: Brasil (2018).

No contexto das medidas de tendência central e de dispersão, esses conteúdos aparecem no 7º ano (EF07MA35), no 8º ano (EF07MA35) e (EF08MA27) e no 9º ano (EF08MA27) e (EF09MA23). Apresentam-se no contexto da compreensão e da obtenção dos valores das MTC e de sua relação com a amplitude, com a finalidade de tirar conclusões a respeito dos dados estatísticos. A BNCC indica, em todos os anos do Ensino Fundamental, a vivência de um processo investigativo, o que pode possibilitar o desenvolvimento do Letramento Estatístico.

Para Batanero e Godino (2001), as MTC são representadas pelo conjunto de valores ao redor dos quais se agrupam os dados; dentre eles, a média aritmética, a mediana e a moda. Garfield e Gal (1999) enfatizam, ainda, a importância dessas medidas na investigação estatística voltada para previsões, relacionando as medidas de tendência central e a variabilidade de um conjunto de dados. Isso inclui a identificação das medidas mais apropriadas em cada situação e como elas representam o referido conjunto.

Em vista disso, importa sublinhar que o ensino da média aritmética não deve limitar-se ao simples procedimento de cálculo, mas sim incorporar situações significativas ao abordar os significados Batanero (2000) e Carvalho (2011):

i) a média como uma estimativa de uma quantidade desconhecida, em presença de erros de medida;

ii) a média como uma quantidade equitativa a repartir, para conseguir uma distribuição uniforme;

iii) a média como elemento representativo de um conjunto de valores dados;

iv) a média como necessidade de conhecer o valor que se irá obter com maior probabilidade, ao contar com um dado faltante em uma distribuição;

v) a média de uma amostra como boa estimativa para a média de uma população;

vi) a média como uma estimativa da variável para tempo futuro;

vii) a média com significado procedimental – para casos em que a atividade solicita apenas procedimento de cálculo sem contextualização.

Ademais, os estudantes têm a oportunidade de utilizar recursos adicionais, como as propriedades da média identificadas nos estudos de Strauss e Bichler (1988):

i) a média está localizada entre os valores extremos;

ii) a soma dos desvios a partir da média é igual a zero;

iii) a média é influenciada por cada um e por todos os valores;

iv) a média não precisa, necessariamente, coincidir com um dos valores a partir do qual foi calculada;

v) a média pode ser um valor que não corresponde a um dado dentre o conjunto de dados reais;

vi) no cálculo da média, devem ser incluídos os valores nulos e os negativos;

vii) a média é um valor representativo dos dados, ou seja, é o valor que está mais próximo de todos.

Para Kus (2022), embora as medidas de tendência central tenham um papel importante na Educação Estatística, não há muitas pesquisas sobre a análise de livros didáticos no que se refere às MTC e MD nos Anos Finais do Ensino Fundamental, especialmente, em nível internacional.

Em relação ao conceito de média aritmética, Anjos e Gitirana (2008) examinaram livros didáticos do Ensino Fundamental no Brasil. Os resultados indicam que nas atividades encontradas as propriedades delineadas por Strauss e Bichler (1988), satisfatório em certos aspectos e inadequado em outros.

Carvalho e Gitirana (2014) investigaram os significados, as propriedades e a representações da média aritmética. Seus resultados indicam que a maioria das atividades não estimula a reflexão sobre as propriedades da média aritmética dos estudos de Strauss e Bichler (1988). Além disso, o campo conceitual da média é visto de forma fragmentada, sem propiciar uma compreensão completa da média como uma medida estatística.

García García *et al.* (2021) analisaram atividades em três livros do sétimo ano de matemática chileno no que se referem as medidas de tendência central. As atividades de média aritmética apresentam em maior concentração, em comparado com a mediana e a moda. Em relação ao tipo de representação das atividades, a linguagem escrita, seguida da tabular, e poucas atividades com representação gráfica.

O estudo de Kus (2022) revelou também que os livros didáticos analisados da Austrália e da Turquia introduzem os conceitos de média, mediana, moda e amplitude em diferentes anos escolares. Os livros didáticos australianos enfatizam a relação entre

média, mediana, moda e amplitude com uma variedade de representações visuais (por exemplo: gráficos de coluna, pontos (dot-plot), setores ou tabelas).

Landtblom (2023) analisou tarefas relacionadas à média, mediana e moda em 17 coleções de livros didáticos suecos para estudantes entre 10 e 13 anos. A análise revela que a maioria das tarefas se concentra na média. Em geral, os livros didáticos suecos concentram-se fortemente no conhecimento procedimental, limitando as oportunidades para os estudantes desenvolverem uma compreensão conceitual completa a respeito das medidas de tendência central.

3 Método

Este artigo faz parte de um estudo de doutoramento, o qual tem por objetivo geral investigar a aprendizagem de estudantes referente às medidas de tendência central articulada às medidas de dispersão nos anos finais do Ensino Fundamental na perspectiva do Letramento Estatístico. Aqui, apresentamos resultados referentes à análise das atividades que apresentam a articulação entre as medidas de tendência central e dispersão nos livros de Matemática dos Anos Finais aprovados pelo Plano Nacional do Material e Livro Didático (PNLD) 2020.

A partir de uma pesquisa documental foram analisados 44 (quarenta e quatro) livros didáticos de Matemática do 6º e 9º anos aprovados pelo PNLD 2020 (anos finais), que estão sendo adotado em escolas públicas de todo o Brasil. Os livros foram analisados página a página e todas as atividades que faziam referências explícita e implícita aos conteúdos de MTC e MD foram analisadas.

As categorias que nortearam a análise dos livros didáticos foram estabelecidas com base em dois conjuntos de conteúdos, a saber: as medidas de tendência central (MTC) e as medidas de dispersão (MD). As MTC foram divididas em: média aritmética, moda e mediana. As MD foram separadas em: amplitude; desvio em relação à média; desvio médio absoluto; desvio padrão; variância; variação e coeficiente de variação. Por outro lado, nesse artigo iremos aprofundar apenas nas atividades relacionadas à articulação.

4 Resultados e Discussões

Foram identificadas 1237 atividades que exploravam conceitos relacionados à aprendizagem de MTC e/ou MD, tanto dentro como fora dos capítulos ou seções

dedicadas à unidade temática de Probabilidade e Estatística, sendo 955 atividades relacionadas à MTC e 282 atividades relacionadas à MD.

A grande maioria das atividades (77,2%) eram sobre medidas de tendência central, sendo a maioria relacionada à média (52%), como já observado em outros estudos sobre livros didáticos brasileiros ou não (Carvalho; Gitirana, 2014; García García *et al*., 2021; Kus, 2022; Landtblom, 2023). Mais especificamente, 82,3% utilizam a média como um elemento representativo de um conjunto de valores de dados. Já em relação às propriedades de Strauss e Bichler (1988), observa-se que 62,5% das atividades referem-se à propriedade de que a média não precisa, necessariamente, coincidir com um dos valores a partir do qual foi calculada.

A medida de dispersão com maior percentual apresentada nos livros didáticos é a amplitude (54,9%), a qual é enfatizada no 7º, 8º e 9º anos na BNCC. Entretanto, outras medidas de dispersão também foram encontradas nas atividades propostas nos livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, tais como: desvio em relação à média; desvio médio absoluto; desvio padrão; variância; variação e coeficiente de variação, que têm sua concentração nos 8º e 9º anos, evidenciando a importância de os estudantes conhecerem outras medidas de dispersão.

Porém, desde o 6º ano foram encontradas atividades relacionadas a medidas de dispersão (16%). Dessas, 28 questões estavam associadas à amplitude térmica em oito das 11 coleções. Essas atividades aparecem na unidade temática de Grandezas e Medidas ou em Números, enfatizando apenas o cálculo. Ademais, observamos nas orientações aos professores em formato U, a sugestão de que, caso seja necessário, o professor relembre aos estudantes o conceito de amplitude. Assim, fica explícito que o conceito de amplitude vem sendo proposto desde o 6º ano.

Em relação às medidas de dispersão, classificamos as atividades que envolviam apenas amplitude, atividades que envolviam MTC e amplitude sem relacioná-las, atividades que relacionavam MTC e amplitude e atividades que envolviam pesquisas relacionando MTC e amplitude. Observa-se, na Tabela 1, que a articulação das MTC com a amplitude aparece de forma bastante discreta.

Tabela 1 – Percentuais de atividades relacionadas

-	Frequência	Percentual
Amplitude	81	52,2
MTC e Amplitude	51	33,0
MTC articulada com Amplitude	7	4,5
Pesquisas com MTC e Amplitude	16	10,3
Total	155	100,0

Fonte: Dados da pesquisa.

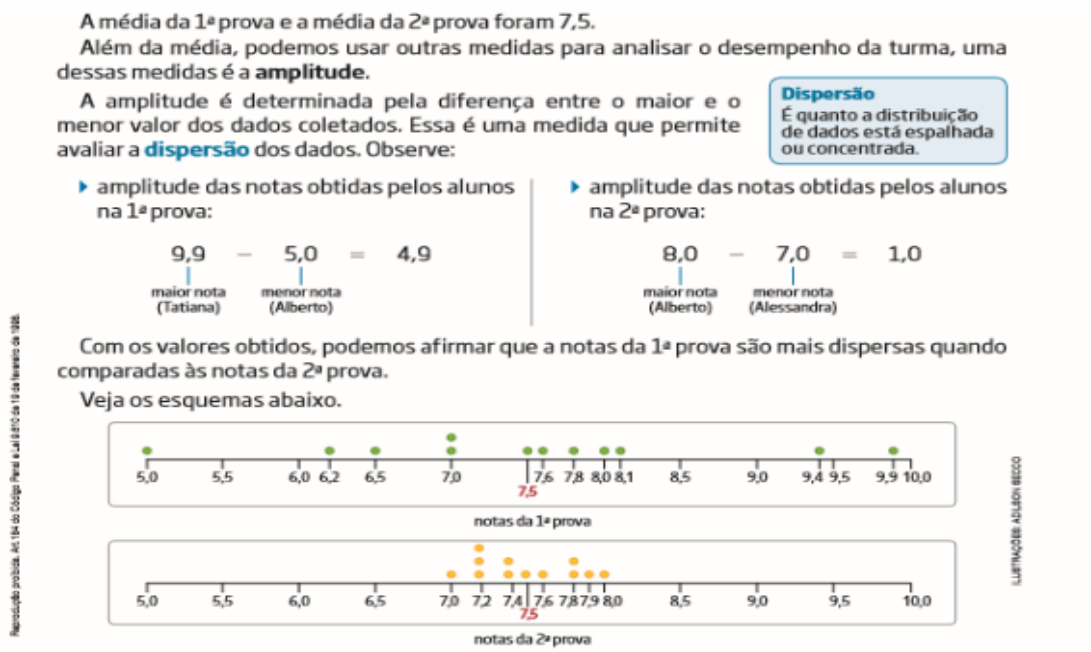
Nas atividades referentes à amplitude, geralmente, não é explorada a ideia da variabilidade dos dados ou a compreensão do que está sendo analisado, o foco está apenas no cálculo numérico a partir de dados fictícios. Assim, é fundamental que os professores proponham para seus estudantes, atividades baseadas em situações reais e provenientes de fontes confiáveis, assim como propõe Gal (2002).

As atividades que possuem itens de MTCs e de amplitude de forma independente (33%), ou seja, não relacionam as medidas, também tem foco no cálculo. Porém, algumas orientações didáticas destinadas ao professor explicitam que a amplitude pode ser utilizada para apresentar o significado das MTCs.

Das sete atividades que articulam MTC e MD, três apresentam situações com dados reais e estabelecem uma articulação entre as medidas, levando os estudantes a compreenderem como essas medidas quantificam a dispersão dos dados para a tomada de decisão.

Na Figura 1, apresentamos uma atividade que faz uma abordagem gráfica para proporcionar a compreensão da variabilidade, explorando o gráfico de pontos (dot-plot). Esse exemplo evidencia a correlação entre a média e a amplitude dos dados. Embora seja perceptível que, na amostra 2, o valor calculado da amplitude apresente menor dispersão, a representação no gráfico dot-plot auxilia essa visualização. Os pontos amarelos estão mais concentrados em torno da média do que os pontos verdes, indicando uma menor dispersão.

Figura 1 – Atividade que articula média e amplitude no dot-plot



Fonte: Coleção D (2018 [7º ano], p. 283).

Ao contrário dos livros brasileiros que só apresentam essa atividade, os livros australianos propõem diferentes tipos de representações gráficas em todas as turmas dos anos finais (Kus, 2022). Como afirma Büscher (2022), os gráficos de pontos proporcionam oportunidades para o raciocínio intuitivo sobre medidas de tendência central e variabilidade.

De acordo com a BNCC (2018), a vivência de um processo investigativo pode possibilitar o desenvolvimento do pensamento estatístico. Os estudantes devem formular questões que envolvam dados da realidade, coletar, organizar e apresentar informações, além de observar e interpretar situações obtidas do ambiente social do estudante.

Nessa direção, identificamos 16 atividades de pesquisas que envolviam questões sobre MTCs e Amplitude que estavam concentradas no 8º e 9º anos. Apenas uma coleção apresentou atividade desse tipo para o 6º ano, apesar de pesquisas poderem ser vivenciadas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Promover reflexões sobre as MTCs e MDs em situações de pesquisa reais é fundamental, pois esses conceitos têm significado para tomada de decisões.

Contrariando essa perspectiva de um trabalho com dados reais, as atividades dos livros didáticos privilegiam dados fictícios, com foco no cálculo e apresentam pouca articulação entre MTCs e MDs, distanciando-se de propostas alinhadas ao Letramento Estatístico.

5 Considerações Finais

Este estudo buscou investigar nos livros de Matemática dos anos finais aprovados pelo Plano Nacional do Material e Livro Didático (PNLD) 2020 se as atividades propostas estabeleciam articulação entre as medidas de tendência central (MTC) e medida de dispersão (MD) na perspectiva do Letramento Estatístico.

A análise dos livros evidenciou que a grande maioria das atividades se refere às medidas de tendência central em detrimento das medidas de dispersão. Entretanto, acreditamos que o principal problema das atividades propostas nos livros didáticos para a aprendizagem dos estudantes é a ausência de atividades que busquem uma articulação entre medidas de tendência central e de dispersão.

O gráfico de pontos pode ser um recurso valioso para evidenciar essa articulação. Além disso, propor situações com dados reais é fundamental, pois são nelas que o estudante pode compreender o mundo físico e social e tomar decisões e, de fato, se tornarem letrados estatisticamente.

REFERÊNCIAS

ANJOS, D.; GITIRANA, V. Exploração do conceito de média em livros didáticos das séries finais do Ensino Fundamental. 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEMAT, [s. l.], 2008. In: *Anais* do [...], [s. l.], 2008.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. UNO: *Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 25, p. 41-58, 2000.

BATANERO, C.; GODINO, J. *Análisis de datos y su didáctica.* Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular.* Brasília: MEC/SEB, 2018.

BÜSCHER, C. Learning opportunities for statistical literacy in German middle school mathematics textbooks. Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12), Bozen-Bolzano, Italy, 2022. In: *Proceedings of* [...], Bozen-Bolzano, 2022.

CARVALHO, J. I. F. *Média Aritmética nos livros didáticos dos Anos finais do Ensino Fundamental.* 2011. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – EDUMATEC - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

CARVALHO, J. I. F.; GITIRANA, V. Média aritmética – uma análise das atividades do livro didático de matemática adotados no Brasil. P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, v. 27. (pp. 681-688), 2014.

GAL, I. Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GARCÍA GARCÍA, J. I.; IMILPÁN RIVERA, I.; DÍAZ LEVICOY, D.; ARREDONDO, E. H. Las medidas de tendencia central en libros de texto de séptimo básico de Chile. *Revista Conrado*, v. 17, n. 81, 261-268, 2021.

GARFIELD, J.; DELMAS, R.; CHANCE, B. Using students' informal notions of variability to develop an understanding of formal measures of variability. In: LOVETT, M. C.; SHAH, P. (Eds.). *Thinking with data* (pp. 117-148). New York, NY: Erlbaum, 2007.

GARFIELD, J.; GAL, I. Teaching and assessing statistical reasoning. In: STIFF, L.; CURCIO, F. R. *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1999. p. 207-219.

KUS, M. A Comparative Textbook Analysis on Measures of Center in Selected School Mathematics Textbooks of Australia and Turkey. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, v. 23, n. 2, 144-173, 2022.

LANDTBLOM, K. Opportunities to learn mean, median, and mode afforded by textbook tasks. *Statistics Education Research Journal*, v. 22, n. 3, International Association for Statistical Education (IASE/ISI), 2023.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Applied Statistics and Probability for Engineers* (7ª ed.). [S. l.], John Wiley e Sons, 2018.

MOORE, D. New pedagogy and new content: the case of statistics. *International Statistical Review*, v. 65, n. 2, 123-137, 1997.

PEROVANO, A. P.; AMARAL, R. B.; MAZZI, L. C. Weaving reflections on critical awareness and the choice of Mathematics textbook. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, v. 13, n. 4, 1-18., 2023.

SHAUGHNESSY, J. M. Recommendations about the Big Ideas in Statistics Education: A Retrospective from Curriculum and Research. *In:* XV CIAEM - Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2019. Ano 14. Número 18. pp 44–58. Costa Rica.

SILVERIO, E. *Matemática:* compreensão e prática.7º ano. 5ª ed. São Paulo: Moderna, 2018.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 19, n. 1, 64–80, 1988.

TRIOLA, M. F. *Introdução à Estatística.* 14. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2024.