NÚMEROS, GRANDEZAS E MEDIDAS EM LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA: BASE PARA UMA TAREFA FORMATIVA COM PROFESSORES EM FORMAÇÃO

Pablo Farias Wenceslau[1]
Douglas da Silva Tinti[2]

GD1: Livro Didático e Currículo

Resumo: Apresentamos o movimento inicial de fundamentação de uma tarefa formativa, a partir da análise prévia de um livro didático de Matemática. O estudo é de abordagem qualitativa, no qual foi analisado o Manual do Professor de um livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental, aprovado no PNLD 2024. A leitura do livro foi orientada por referenciais que discutem o Conhecimento Didático-Matemático, a análise de livros didáticos e a distinção entre grandeza, medida e objeto geométrico. O procedimento analítico consistiu na leitura dos capítulos voltados aos Números e às Grandezas e Medidas, buscando identificar como essas unidades temáticas se articulam. A análise foi organizada em duas categorias. Os resultados indicam que, no capítulo de Números, Grandezas e Medida aparecem tanto como contexto para tarefas numéricas quanto de modo subjacente em situações de medição, comparação, ordenação e arredondamento. No capítulo de Grandezas e Medidas, os Números aparecem associados ao processo de medição e à representação de medidas, embora a distinção entre grandeza, medida e unidade nem sempre seja explicitada. Espera-se contribuir para processos formativos que promovam postura crítica, investigativa e analítica diante de livros didáticos.

Palavras-chave: Análise de Livros Didáticos. Conhecimento Didático-Matemático. Área como Grandeza.

1 Introdução

Esta comunicação se insere no contexto de um processo formativo com professores de Matemática, a ser desenvolvido no âmbito da disciplina *Prática de Ensino Fundamental I*, da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. Nesse contexto, consideramos a intenção de construir uma tarefa formativa voltada à análise de livros didáticos de Matemática, de modo que os participantes possam examinar, com intencionalidade didático-matemática, como determinados objetos do conhecimento são apresentados, articulados e propostos em materiais destinados ao Ensino Fundamental.

Entretanto, antes de propor tal tarefa aos professores em formação, entendemos que cabe realizar um movimento inicial de fundamentação da ação formativa, o qual envolve a definição de referenciais teóricos que orientem o olhar para o objeto matemático em foco, bem como a análise prévia do material didático que poderá ser

[1] Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) • Doutorando • Ouro Preto, Minas Gerais, MG, Brasil • ✉ pablo.wenceslau@aluno.ufop.edu.br • ORCID 0009-0005-6555-1588
[2] Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) • Doutor • Ouro Preto, Minas Gerais, MG, Brasil • ✉ tinti@ufop.edu.br • ORCID 0000-0001-8332-5414

mobilizado na formação. Ao realizar essa análise, buscamos identificar elementos, tensões e possibilidades presentes no material que possam subsidiar, posteriormente, a elaboração de uma tarefa a ser desenvolvida com professores de Matemática em formação. Nessa direção, antecipamos um movimento que será proposto aos participantes do processo formativo.

Nesta comunicação, esse movimento inicial volta-se às relações entre o campo dos Números e o campo das Grandezas e Medidas no Manual do Professor de um livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental. Desse modo, interessa-nos compreender de que maneira essas relações aparecem no livro didático e como podem ser analisadas à luz de referenciais que discutem o objeto do conhecimento *grandeza*.

Diante disso, a questão que orienta o estudo é: Que elementos teóricos, contrastados por uma abordagem que discute grandeza e sua abordagem, podem fundamentar uma tarefa de análise de livros didáticos voltada à identificação das relações entre o campo dos Números e o campo das Grandezas e Medidas?

Assim, a comunicação é orientada pelo objetivo de apresentar o movimento inicial de fundamentação de uma tarefa formativa, realizado pela análise prévia de um livro didático de Matemática, com foco nas relações entre Números, Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental. Passamos, portanto, ao referencial teórico que embasou as tomadas de decisão, bem como da análise do livro didático em questão.

2 Livro didático e formação de professores: fundamentos para analisar relações entre Números, Grandezas e Medidas

O livro didático ocupa um lugar relevante nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Ao assumirmos essa perspectiva, entendemos que o livro funciona como um recurso de apoio ao ensino. No entanto, defendemos que sua potencialidade formativa depende das decisões tomadas pelo professor, uma vez que é ele quem organiza percursos, seleciona abordagens, propõe representações, apresenta tarefas e estabelece modos de relação entre estudantes e o conhecimento matemático. Além disso, Januario e Lima (2019) discutem que os materiais curriculares, incluindo os livros didáticos, podem contribuir para a ampliação dos conhecimentos docentes sobre a Matemática e sobre o seu ensino, uma vez que oferecem recursos capazes de orientar as práticas pedagógicas.

Reconhecer a importância do livro didático para o ensino e para o trabalho

docente, porém, não significa assumir que sua utilização deva ocorrer de maneira acrítica. Ao contrário, justamente por sua relevância na prática escolar, torna-se necessário que o professor desenvolva conhecimentos que lhe permitam analisar os modos como os objetos matemáticos são abordados nestes materiais. Essa discussão aproxima-se do Conhecimento Didático-Matemático, conforme problematizado por Godino (2024), especialmente quando se considera a importância de examinar como os recursos didáticos e curriculares podem favorecer, ou limitar, a compreensão dos objetos matemáticos por parte dos estudantes.

Entendemos, ainda, que analisar a abordagem de um objeto matemático no livro didático envolve conhecer outras abordagens sobre esse objeto, sobretudo aquelas relevantes para os processos de ensino e de aprendizagem na Educação Básica. Por isso, adotamos os pressupostos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Ferreira e Bellemain (2016) e Morais (2022) como referenciais teóricos e analíticos específicos para compreender as relações que podem ser estabelecidas entre os objetos matemáticos números, grandezas e medidas, especialmente quando vinculados às unidades temáticas Números e Grandezas e Medidas.

Douady e Perrin-Glorian (1989) defendem que considerar a área como grandeza implica contribuições aos processos de ensino e de aprendizagem, pois toca diretamente nas dificuldades dos estudantes, na medida em que implica a mobilização conceitual a partir de três quadros distintos: o quadro geométrico, o quadro das grandezas e o quadro numérico. Nesta comunicação, nos atemos aos dois últimos quadros e às relações entre eles. O quadro numérico é formado pelas medidas das superfícies planas, representadas por números reais não negativos, a depender da unidade de medida escolhida. O quadro das grandezas, por sua vez, é composto por classes de equivalência de superfícies de mesma área.

Na perspectiva do Jogo de Quadros, a aprendizagem do objeto matemático área como grandeza ocorre na medida em que os estudantes conseguem desenvolver cognitivamente atividades que envolvem traduções totais ou parciais entre os quadros, bem como interpretar questões associadas a eles (Douady; Perrin-Glorian, 1989). A dissociação entre os quadros pode ser provocada pelos professores com a proposição de situações ou tarefas pertinentes, capazes de promover avanços na compreensão conceitual.

Em Baltar (1996) e Ferreira e Bellemain (2016) são propostas situações que possibilitam ao professor criar condições para relacionar os três quadros. Como o foco do estudo incide para os quadros numérico e das grandezas, restringimo-nos à apresentação das situações de medição e de mudança de unidade, visto que elas estão diretamente associadas às relações entre esses quadros. As situações de medição permitem obter uma medida da grandeza em relação à unidade escolhida, a qual pode ser representada por um número acompanhado de uma unidade de medida. Já as situações de mudança de unidade envolvem a compreensão de que uma mesma grandeza pode ser representada por diferentes medidas numéricas, a depender da unidade adotada. Por exemplo, 1 metro equivale a 100 centímetros; no entanto, essa relação se modifica quando se considera outra grandeza, como a área, pois 1 metro não equivale a 100 centímetros quadrados.

Diferentemente das pesquisas anteriores, que focalizaram uma grandeza geométrica específica, Morais (2022), com base no modelo didático-matemático desenvolvido por Douady e Perrin-Glorian (1989), amplia esta abordagem para grandezas geométricas quaisquer. Por esse motivo, reitera, de modo a abarcar diferentes grandezas geométricas: a relevância da distinção entre objeto geométrico, grandeza e medida por parte dos estudantes da Educação Básica, dos professores de Matemática, dos materiais didáticos e dos documentos curriculares. É a partir desse movimento e dessa abordagem que a análise do Manual do Professor do livro didático *Teláris Essencial* é desenvolvida.

3 Aspectos metodológicos

O estudo assume uma abordagem qualitativa, uma vez que busca compreender, interpretar e problematizar os modos como determinados objetos matemáticos são apresentados e articulados em um livro didático de Matemática. Para isso, adotamos como fonte o Manual do Professor do livro do 6º ano do Ensino Fundamental da coleção *Teláris Essencial*, de Dante e Viana (2022), em sua primeira edição, publicada em 2022 e aprovada no Programa Nacional do Livro e do Material Didático de 2024. A escolha desse livro foi intencional e se justifica por nosso conhecimento como estudante da Educação Básica e, mais recentemente, como estudante da Licenciatura em Matemática. Tal livro apresenta pertinência para o exame das relações entre Números, Grandezas e Medidas no contexto dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

O procedimento analítico consistiu, inicialmente, na leitura do livro didático, com atenção à sua organização geral e, em seguida, à seleção dos capítulos diretamente

vinculados às unidades temáticas a serem analisadas. Desse modo, foi analisada a abordagem presente no Capítulo 1, intitulado *Números naturais e sistemas de numeração*, por apresentar os números como objeto matemático central, e o Capítulo 8, intitulado *Grandezas geométricas: comprimento, perímetro e área*, voltado à abordagem de Grandezas e Medidas.

A leitura desses capítulos foi orientada pelo referencial teórico de Douady e Perrin-Glorian (1989), Ferreira e Bellemain (2016) e Morais (2022), especialmente no que se refere à distinção entre grandeza e medida, bem como às relações entre os quadros numérico e das grandezas, que possibilitam mobilizar situações de mudanças de unidade. A partir dessa leitura, destacamos diferentes situações ao longo dos dois capítulos, incluindo trechos de discussão teórica, exemplos e tarefas propostas.

A análise foi organizada em duas categorias: *Grandezas e Medidas na abordagem dos Números*, voltada ao exame do Capítulo 1; e *Números na abordagem de Grandezas e Medidas*, voltada ao exame do Capítulo 8. A seguir, a apresentamos, buscando explicitar como tais relações se constituem no livro didático analisado e que elementos podem subsidiar o movimento inicial de fundamentação de uma futura tarefa formativa com professores de Matemática em formação.

4 Análise e discussão

A coleção *Teláris Essencial* apresenta foco na resolução de problemas, no uso de metodologias ativas e no alinhamento à Base Nacional Comum Curricular — BNCC (Brasil, 2017). A análise é limitada ao livro do 6º ano do Ensino Fundamental.

A análise do sumário evidencia que a temática Números é priorizada nos dois primeiros capítulos, enquanto as Grandezas e Medidas nos dois últimos. Considerando a organização dos capítulos relativos aos Números — Capítulo 1: Números naturais e sistemas de numeração e Capítulo 2: Operações com números naturais — e daqueles destinados às Grandezas e Medidas — Capítulo 8: Grandezas geométricas: comprimento, perímetro e área e Capítulo 9: Outras grandezas e medidas —, observamos uma separação estrutural entre essas unidades. Isso sugere que essas temáticas se encontram distanciadas na organização do livro didático. Essa constatação não permite afirmar, por si só, que não haja articulações entre elas ao longo das tarefas; no entanto, constitui uma hipótese interpretativa inicial: Será que essas temáticas não são inter-relacionadas no livro?

A partir da explicitação dessa organização inicial do livro, passamos à análise da

primeira categoria.

4.1 Grandezas e Medidas na abordagem dos Números

Nesta primeira categoria, voltamos o olhar para os capítulos do livro didático em que os números são apresentados como objeto matemático principal. O interesse da análise não recai apenas sobre a identificação de conteúdos explicitamente vinculados à unidade temática Grandezas e Medidas, mas sobre os modos como ideias de medida, unidade, comparação, quantificação, proporcionalidade e representação de grandezas aparecem, de forma direta ou subjacente, nas tarefas destinadas ao estudo dos Números.

Na abertura do Capítulo 1, o livro didático orienta a mobilização de diferentes funções que os números podem assumir, apresentando situações em que eles aparecem nas contagens, nas ordenações ou posições, nas medidas e nos códigos, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Situações que usamos os números naturais no dia a dia



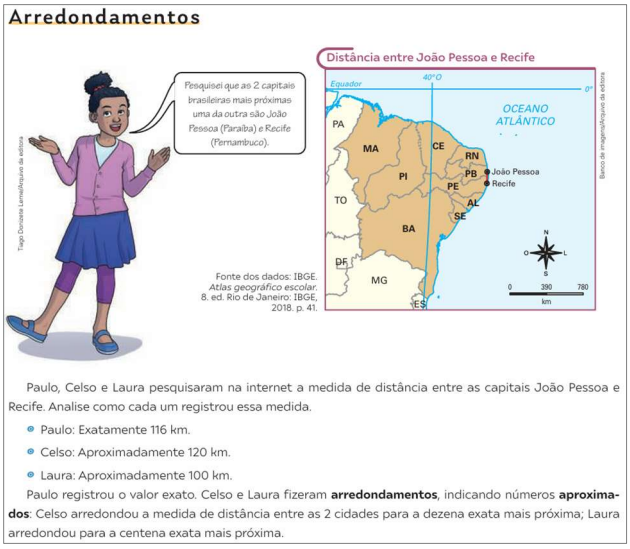
Fonte: Teláris Essencial (Dante; Viana, 2022, p. 31)

Esse encaminhamento inicial evidencia que, já nas primeiras páginas do capítulo destinado aos Números, a abordagem possibilita a mobilização de situações em que os números não se restringem a resultados de processos de contagem ou operação, mas também aparecem associados à expressão de medidas. Essa distinção é relevante para a análise proposta, pois permite reconhecer que, mesmo em um capítulo organizado em torno da unidade temática Números, pode haver uma articulação subjacente com Grandezas e Medidas, especialmente quando se consideraram as situações em que os números são utilizados para expressar medidas de grandezas. Assim, a abertura do capítulo parece oferecer um primeiro indício de que a relação entre Números, Grandezas

e Medidas emerge em situações introdutórias voltadas à discussão sobre os usos sociais dos números.

As Grandezas e Medidas aparecem, implicitamente, em outro momento do capítulo, quando o material orienta a condução dos estudantes a analisarem como três personagens registraram a distância entre duas capitais brasileiras (Figura 2).

Figura 2 – Arredondamentos da medida de distância entre João Pessoa e Recife



Fonte: Teláris Essencial (Dante; Viana, 2022, p. 32)

A situação apresentada pode se aproximar das situações de medição discutidas por Ferreira e Bellemain (2016), na medida em que o resultado é a medida de uma grandeza (a distância). No entanto, os personagens Paulo, Celso e Laura obtiveram o resultado dessa medida por meio de uma pesquisa na internet, e não pelo processo de medição propriamente dito, isto é, pela seleção de uma unidade de mesma natureza que a grandeza distância e pela atribuição de um número à quantidade de vezes que essa unidade cabe na distância considerada.

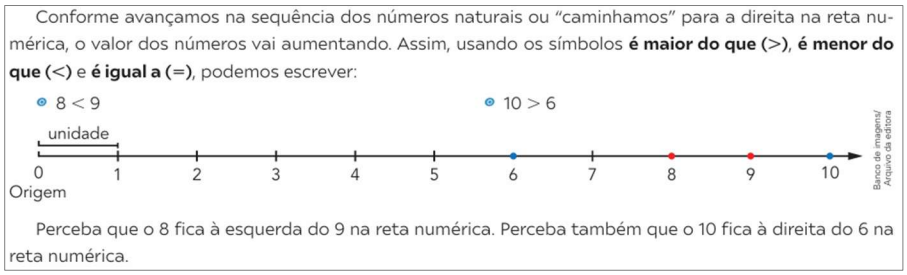
Nesse caso, a exposição presente no livro didático orienta a mobilização de uma grandeza (a distância) para trabalhar arredondamentos, mas a discussão parece se concentrar no tratamento numérico (a medida), e não no processo de medição ou nos critérios que permitem compreender por que diferentes registros numéricos podem ser associados ao processo de medição de uma distância, qual sejam: a medição exata e a estimativa de medida (Lima; Bellemain, 2010).

Tal situação pode ser justificada pelo fato de o capítulo focalizar o ensino de Números, e não especificamente o de Grandezas e Medidas. No entanto, ainda que os valores apresentados pelas personagens possam ser interpretados como aproximações, a

ausência de uma problematização mais detida sobre esses critérios pode levar à compreensão de que tais números resultam de escolhas arbitrárias, e não de procedimentos de aproximação que articulam o sistema de numeração e a natureza da unidade considerada.

Outra situação potencialmente relevante para estabelecer relações entre Números, Grandezas e Medidas, parece ocorrer quando o livro didático apresenta a reta numérica para discutir a ordenação dos números naturais. Na tentativa de explicitar relações de ordem, o livro orienta que, à medida que avançamos para a direita na reta numérica, o valor dos números aumenta (Figura 3).

Figura 3 – Ordenação de números naturais na reta numérica



Fonte: Teláris Essencial (Dante; Viana, 2022, p. 35)

Situações como essa podem possibilitar que o estudante compreenda que números à direita são maiores que aqueles localizados à esquerda. No entanto, a maneira como a reta numérica é apresentada, tomando o comprimento entre os números 0 e 1 como unidade, também poderia favorecer uma relação com Grandezas e Medidas. Isso porque a comparação entre os números da reta pode ser interpretada não apenas pela posição que ocupam, mas também pelo comprimento do segmento que da origem até cada ponto representado.

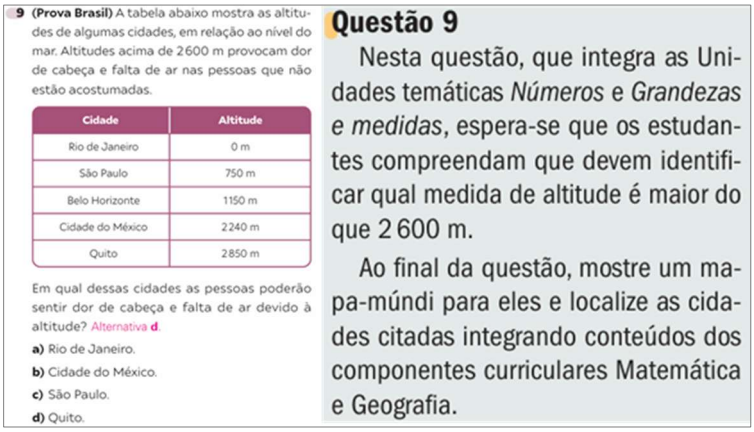
Nessa perspectiva, uma possível mediação do professor seria problematizar, por exemplo, que o segmento que de 0 a 3 tem comprimento menor que o segmento de 0 a 4. Por esse motivo, dizemos que 3 é menor que 4. Assim, à medida que caminhamos para a direita na reta numérica, aumenta-se o comprimento do segmento considerado a partir da origem e, consequentemente, os números associados a esses comprimentos são maiores. Essa abordagem permitiria articular a ordenação dos números naturais a uma interpretação apoiada na ideia de medida e grandeza do comprimento, potencializando a relação entre Números e Grandezas e Medidas.

Desse modo, embora o livro utilize a reta numérica principalmente para justificar relações de ordem, a própria representação mobilizada apresenta potencial para discutir a

articulação entre número, unidade e comprimento. Trata-se de uma situação em que Grandezas e Medidas aparecem de modo subjacente na abordagem dos Números, ainda que essa relação não seja necessariamente explicitada ou explorada no material didático.

Em outro momento do Capítulo 1, diferentemente das inferências feitas anteriormente, os autores sinalizam explicitamente que determinadas tarefas integram as unidades temáticas Números e Grandezas e Medidas, como ocorre na orientação da questão 9, apresentada na Figura 4.

Figura 4 – Questão envolvendo altitude e comparação de medidas seguida de sua orientação



9 **(Prova Brasil)** A tabela abaixo mostra as altitudes de algumas cidades, em relação ao nível do mar. Altitudes acima de 2600 m provocam dor de cabeça e falta de ar nas pessoas que não estão acostumadas.

Cidade	Altitude
Rio de Janeiro	0 m
São Paulo	750 m
Belo Horizonte	1150 m
Cidade do México	2240 m
Quito	2850 m

Em qual dessas cidades as pessoas poderão sentir dor de cabeça e falta de ar devido à altitude? Alternativa **d**.

a) Rio de Janeiro.
b) Cidade do México.
c) São Paulo.
d) Quito.

Questão 9

Nesta questão, que integra as Unidades temáticas *Números* e *Grandezas e medidas*, espera-se que os estudantes compreendam que devem identificar qual medida de altitude é maior do que 2 600 m.

Ao final da questão, mostre um mapa-múndi para eles e localize as cidades citadas integrando conteúdos dos componentes curriculares Matemática e Geografia.

Fonte: Teláris Essencial (Dante; Viana, 2022, p. 38)

Na orientação destinada ao professor, fica evidente o reconhecimento, por parte dos autores, de que há situações que permitem integrar essas unidades temáticas, sendo a questão 9 caracterizada como uma delas. No entanto, ao analisarmos o seu contexto, considerando as complexidades envolvidas na compreensão da grandeza e dos processos de sua medição (Ferreira; Bellemain, 2016; Morais, 2022), questionamos em que medida essa tarefa efetivamente articula Números e Grandezas e Medidas.

Não há evidências, no livro, dos critérios utilizados pelos autores para definir se uma determinada situação articula ou não essas duas unidades temáticas. Para nós, essa articulação ocorre na medida em que uma determinada situação demanda esforços cognitivos relacionados a ambas. A nosso ver, a resolução correta da questão 9 demanda que o estudante reconheça que a altitude 2850 m é maior que 2600 m e, por isso, identifique que as pessoas poderão sentir dor de cabeça e falta de ar na cidade de Quito.

No entanto, problematizamos o fato de que o estudante pode resolver a questão mobilizando, predominantemente, conhecimentos relacionados aos Números, ao reconhecer que 2850 é maior que 2600 e, consequentemente, assinalar a alternativa *d*. Nesse caso, não é possível inferir, necessariamente, que o estudante tenha mobilizado

conhecimentos relativos às Grandezas e Medidas, tampouco que tenha compreendido as complexidades envolvidas no processo de medição da grandeza altitude. Por outro lado, tal situação pode indicar que há, ao menos, uma relação entre Medida e Número, uma vez que a comparação numérica se realiza a partir de valores acompanhados de uma unidade de medida.

Assim, a questão parece integrar Números e Grandezas e Medidas em um nível mais operacional, pois utiliza uma medida de altitude como contexto para a comparação entre números naturais. Contudo, essa integração não garante, por si só, uma problematização da altitude como grandeza, da unidade metro ou dos processos envolvidos na obtenção dessas medidas. Esse aspecto é relevante para a análise proposta, pois permite distinguir situações em que Grandezas e Medidas aparecem apenas como contexto para o trabalho numérico daquelas em que há uma articulação conceitual apropriada entre os campos envolvidos.

Nesse sentido, a análise permite diferenciar a integração declarada pelo livro didático da integração potencialmente mobilizada na resolução da tarefa. No caso da questão 9, os autores explicitam, nas orientações ao professor, que a tarefa integra as unidades temáticas Números e Grandezas e Medidas. No entanto, ao observarmos os conhecimentos necessários para sua resolução, percebemos que o estudante pode determinar a alternativa correta mobilizando, predominantemente, a comparação entre números naturais. Assim, ainda que a situação envolva medidas de altitude, a grandeza altitude não parece ser problematizada como objeto matemático específico, tampouco são discutidos os processos de medição ou a escolha da unidade metro.

Essa distinção é relevante porque permite compreender que a presença de uma medida em uma tarefa não implica, necessariamente, uma articulação conceitual entre Números e Grandezas e Medidas. Em algumas situações, Grandezas e Medidas aparecem como contexto para o trabalho com Números; em outra, podem demandar uma reflexão mais específica sobre grandeza, unidade, medida, comparação e processos de medição. Na tarefa analisada, a integração parece ocorrer em um nível mais operacional, pois a medida de altitude é utilizada como suporte para a comparação numérica, sem que sejam exigidos, de modo explícito, conhecimentos mais aprofundados relativos à grandeza envolvida.

Assim, para o movimento inicial de fundamentação da tarefa formativa, essa

análise inicial permite identificar elementos que podem ser posteriormente problematizados com professores de Matemática em formação. Entre eles, destacamos: a diferença entre número como contagem e número como medida; a necessidade de distinguir grandeza, medida e unidade; o papel da reta numérico como representação que pode articular ordem e comprimento; e a distinção entre atividades que apenas utilizam medidas como contextos e atividades que mobilizam apropriadamente conhecimentos relativos a Grandezas e Medidas. Com isso, explicitamos a análise da primeira categoria, voltada à presença de Grandezas e Medidas na abordagem dos Números.

4.2 Números na abordagem de Grandezas e Medidas

Nesta categoria, voltamos o olhar para o Capítulo 8, cuja abordagem central recai sobre Grandezas e Medidas, buscando identificar de que modo os números são mobilizados nessa unidade temática.

No início do Capítulo 8, o livro didático apresenta duas explicitações relacionadas ao processo de medição: o que significa medir e como se representa a medida de uma grandeza: *"Medir uma grandeza é atribuir um número a essa grandeza. Esse número seguido da unidade de medida adotada, é a medida da grandeza"* (Dante; Viana, 2022, p. 244).

O livro didático orienta o trabalho do professor e a mobilização de conhecimentos por parte dos estudantes de que medir significa atribuir um número a uma grandeza. Além disso, explicita que medir envolve *"comparar 2 grandezas de mesma natureza, verificando quantas vezes a grandeza que está sendo medida contém a unidade de medida escolhida"* (Dante; Viana, 2022, p. 243). Desse modo, o livro aponta para a possibilidade de mobilizar a relação entre Números e Grandezas e Medidas, uma vez que o número resulta da verificação de quantas vezes a unidade de medida está contida na grandeza considerada.

Por outro lado, embora o ato de medir seja definido como a atribuição de um número a uma grandeza, o livro apresenta que a medida da grandeza é o número seguido da unidade de medida adotada. Nesse sentido, algumas questões podem ser problematizadas: Como se poderia representar a grandeza? A grandeza existe independentemente da medida da medida que lhe é atribuída? Medida da grandeza e grandeza são objetos matemáticos idênticos? De acordo com pressupostos de Morais (2022), inspirados no modelo didático-matemático desenvolvido por Douady e Perrin-

Glorian (1989), as medidas correspondem aos números obtidos do processo de comparação entre a grandeza e uma unidade de mesma natureza. Já a grandeza pode ser representada por um número acompanhado de uma unidade de medida, sem que se reduza a essa representação.

Inspirados em Douady e Perrin-Glorian (1989), problematizamos que o ensino de grandezas na Educação Básica envolve, entre outros aspectos, a mudança de unidade de medida. Esse processo mobiliza situações que demandam do estudante compreensões relativas à propriedade de conservação da grandeza, entre elas a de que 100 centímetros equivalem a 1 metro, ainda que as medidas (números), 100 e 1, sejam diferentes.

Assim, para a mobilização de compreensões relativas às Grandezas e Medidas, é importante que o estudante compreenda que, embora 100 seja maior que 1 no campo dos Números, dependendo da unidade de medida escolhida, tais números, no campo das Grandezas e Medidas, representam outro objeto matemático que, por sua vez, possui propriedades diferentes dos Números. Neste sentido, as grandezas representadas por esses registros podem ser equivalentes, 100 centímetros = 1 metro, ou não obedecer à mesma ordenação de maior que ou menor que observada entre os números, 1 metro > 10 centímetros.

De forma análoga, duas grandezas que possuem medida 10 podem não ser idênticas, visto que as unidades de medida podem ser de naturezas distintas, como em 10 m ≠ 10 m². Tais problematizações vão ao encontro de reflexões para a superação das dificuldades manifestadas pelos estudantes da Educação Básica e identificadas em pesquisas (Douady; Perrin-Glorian, 1989; Baltar, 1996; Ferreira; Bellemain, 2016).

Nesse sentido, Morais (2022), com base em Douady e Perrin-Glorian (1989), contribui para problematizar a necessidade de distinguir grandeza, medida e unidade de medida. Nessa perspectiva, uma mesma grandeza pode admitir diferentes medidas, isto é, diferentes números, a depender da unidade escolhida. Assim, a grandeza pode ser representada por um número acompanhado de uma unidade de medida, mas sua compreensão conceitual demanda reconhecer aquilo que permanece invariante quando há mudança de unidade.

Em outras palavras, ao mudar a unidade de medida, a medida (número) varia; no entanto, a grandeza permanece invariante. Essa distinção é relevante para a análise proposta, pois permite observar que, no capítulo voltado a Grandezas e Medidas, os

números aparecem de modo constitutivo no ato de medir, mas tendem a ser apresentados no livro didático de forma associada à unidade de medida, como se a medida da grandeza fosse necessariamente o par número e unidade. Com isso, pode-se obscurecer o papel do número como medida resultante da comparação entre uma grandeza e uma unidade escolhida.

Desse modo, esta categoria permite identificar elementos importantes para a fundamentação da futura tarefa formativa. Entre eles, destacamos: o papel do número como resultado do ato de medir; a contagem de unidades como uma possibilidade de obtenção da medida (número); a necessidade de distinguir grandeza, medida e unidade de medida; e a compreensão de que a mudança de unidade altera a medida (número), mas não a grandeza considerada. Tais elementos podem subsidiar discussões com professores de Matemática em formação, especialmente no sentido de problematizar como tal livro didático apresentou os Números no capítulo destinado a Grandezas e Medidas e quais compreensões matemáticas essa apresentação pode favorecer ou limitar.

5 Considerações Finais

A comunicação teve como objetivo apresentar o movimento inicial de fundamentação de uma tarefa formativa, realizado por meio da análise prévia de livros didáticos de Matemática, com foco nas relações entre Números, Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental. A análise do Manual do Professor do livro destinado ao 6º ano da coleção *Teláris Essencial* permitiu identificar elementos que podem subsidiar, posteriormente, a construção de uma tarefa formativa a ser desenvolvida com professores de Matemática em formação.

Na primeira categoria, Grandezas e Medidas na abordagem dos Números, observamos que as relações entre essas unidades temáticas aparecem de diferentes modos no capítulo 1 destinado ao estudo dos Números. Em alguns momentos, os números são apresentados em seus usos sociais, incluindo sua função como medida; em outros, grandezas e medidas aparecem como contexto para o trabalho com arredondamentos, comparação numérica e ordenação na reta numérica.

Entretanto, a análise também evidenciou que a presença de medidas em tarefas destinadas aos Números não implica, necessariamente, uma articulação conceitual efetiva com Grandezas e Medidas. Em algumas situações, a medida aparece como informação numérica acompanhada de unidade, enquanto os processos de medição, os critérios de

aproximação, a natureza da grandeza envolvida e a distinção entre grandeza e medida permanecem pouco problematizados.

Na segunda categoria, Números na abordagem de Grandezas e Medidas, verificamos que os números assumem papel constitutivo no ato de medir. Ao definir medir como atribuir um número a uma grandeza, o material possibilita reconhecer que a medida resulta da comparação entre uma grandeza e uma unidade de mesma natureza. Por outro lado, ao definir a medida da grandeza como o número seguido da unidade de medida, o material pode aproximar, de modo pouco diferenciado, grandeza, medida e representação da medida e da grandeza.

Dessa forma, os achados da análise indicam que a relação entre Números, Grandezas e Medidas está presente no livro didático analisado, mas assume diferentes níveis de explicitação e profundidade conceitual. Ora essa relação aparece como contexto para o trabalho numérico; ora como possibilidade de articulação subjacente; ora como elemento constitutivo do ato de medir. Esses diferentes modos de presença constituem elementos relevantes para a futura tarefa formativa, pois podem orientar discussões com professores de Matemática em formação sobre como os livros didáticos apresentam, articulam ou separam objetos matemáticos que, na prática escolar, podem se relacionar.

A contribuição desta comunicação está em evidenciar que a análise prévia de livros didáticos pode constituir uma etapa de fundamentação para processos formativos, especialmente quando orientada por referenciais que permitem problematizar os modos como os objetos matemáticos são apresentados e relacionados. Nesse sentido, esperamos que os elementos aqui publicizados contribuam para a construção de tarefas formativas que favoreçam uma postura crítica, investigativa e analítica dos professores de Matemática em formação diante dos materiais didáticos escolares.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), por meio da Pró-Reitora de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação, e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, pelo apoio institucional à participação no evento.

REFERÊNCIAS

BALTAR, P. M. *Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface plane: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège*. 1996.

Thèse (Doctorat en Didactique des Mathématiques). Université Joseph Fourier. Grenoble.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/SEB, 2017.

DANTE, L. R.; VIANA, F. *Teláris Essencial: Matemática*. 6º ano, Manual do Professor. São Paulo: Ática, 2022.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M-J. Un processos d'aprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, v. 20, n. 4. p. 387-424, 1989.

FERREIRA, L. F. D; BELLEMAIN, P. M. B. A aprendizagem e o ensino das grandezas geométricas no 6º ano: quais as raízes dos entraves enfrentados pelos alunos? In: *Anais do I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática*. Bonito, 2016, p. 1-15.

GODINO, J. D. *Enfoque ontosemiótico en Educación Matemática: fundamentos, herramientas y aplicaciones*. Madrid: Aula Magna; McGraw-Hill Interamericana de España, 2024.

JANUARIO, G.; LIMA, K. Materiais curriculares como ferramentas de aprendizagem do professor que ensina Matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 8, n. 17, p. 414-433, 2019. https://doi.org/10.33871/22385800.2019.8.17.414-433

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: CARVALHO, J. B. P. F. (Org.). *Coleção explorando o ensino: Matemática*. v. 17. Brasília: MEC, 2010, p. 167-200.

MORAIS, L. B. *Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental Brasileiro*. 2022. 185f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco. Recife.