PROBLEMAS COMBINATÓRIOS E O USO DE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Maria Luiza Souza Silvestre Barbosa[1]
Ewellen Tenório de Lima[2]

GD1: Livro Didático e Currículo

Resumo
Este estudo tem como objetivo investigar como as representações simbólicas associadas à Combinatória são apresentadas em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. Essa área da Matemática, essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da resolução de problemas, possui relevância tanto acadêmica quanto prática. A pesquisa justifica-se pela importância em compreender os processos de ensino e de aprendizagem, tendo em vista o papel central que os livros didáticos exercem na formação dos estudantes. Foram analisadas três coleções de livros utilizadas em escolas públicas, abrangendo diferentes abordagens sobre o tema. A fundamentação teórica contempla a Teoria dos Campos Conceituais como instrumento para compreender a construção de conceitos e do raciocínio matemático, assim como a classificação dos problemas combinatórios em função das situações abordadas – produto de medidas, arranjos, combinações e permutações – no currículo escolar. Constatou-se uma predominância de problemas cujas representações simbólicas apresentadas estão relacionadas à utilização de fórmulas e escassez na utilização de representações específicas tais como o Princípio Fundamental da Contagem, Quadro de Possibilidades e Árvore de Possibilidades. Diante dos resultados, há um potencial a ser explorado na diversificação dos tipos de representações simbólicas (apresentadas e solicitadas aos estudantes na resolução de problemas) e na ampliação das conexões entre os conceitos combinatórios, contribuindo para um desenvolvimento mais consistente do raciocínio combinatório dos estudantes e para uma articulação mais eficiente dos conceitos em um campo conceitual amplo e integrado, evitando a formalização excessiva que pode comprometer a atribuição de sentidos aos conceitos combinatórios por parte dos estudantes.

Palavras-chave: Combinatória. Representações Simbólicas. Livro Didático. Raciocínio Combinatório.

1 Introdução

A Combinatória é um ramo da Matemática que se dedica à contagem, organização e análise de possibilidades envolvendo conjuntos de objetos. Com isso, ela se constitui uma das áreas fundamentais dessa ciência, desempenhando um papel relevante no desenvolvimento do raciocínio lógico e na resolução de problemas em diferentes campos do conhecimento, bem como em situações cotidianas. Nesse sentido, Pessoa (2009) afirma que

> a Combinatória nos permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações, selecionados a partir de um conjunto dado, ou seja, a partir de determinadas estratégias ou de determinadas fórmulas, pode-se saber quantos

[1] Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Mestranda • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • maria.luizab@ufpe.br • ORCID 0009-0000-3495-1179
[2] Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Doutora • Caruaru, Pernambuco (PE), Brasil • ewellen.lima@ufpe.br • ORCID 0000-0002-3654-0370

> elementos ou quantos eventos são possíveis numa dada situação, sem necessariamente ter que contá-los um a um (p. 72).

Para além disso, Morgado *et al*. (1991) destacam que há dois tipos de problemas que são mais frequentes no trabalho com a Combinatória, sendo eles: "1) Demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas condições. 2) Contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito e que satisfazem certas condições dadas" (p. 2). Esses autores alertam, ainda, que a solução de um problema combinatório exige uma engenhosidade e a compreensão da situação que está sendo descrita pelo problema. Com isso, é de grande valia refletir sobre as representações simbólicas apresentadas e solicitadas para que o estudante possa atribuir sentidos aos conceitos que são trabalhados através dessa temática.

Dessa perspectiva, a forma como a Combinatória é abordada nos livros didáticos exerce influência significativa na compreensão e na aprendizagem dos estudantes. O Livro Didático ocupa posição central no contexto escolar, sendo frequentemente a principal fonte de conteúdo para os estudantes e um importante instrumento de orientação para o trabalho docente. Assim, é imperativo que esses materiais apresentem organização clara, coerência conceitual e propostas didáticas que estimulem o interesse e a participação ativa dos alunos.

Nesse contexto, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), proposta por Gérard Vergnaud (1996), configura-se como um referencial relevante para examinar como os conceitos combinatórios são apresentados e apropriados pelos estudantes. Essa teoria defende que a aprendizagem ocorre por meio da construção de campos de significados, nos quais conceitos, situações e operações se articulam. Sob essa ótica, a análise de Livros Didáticos pode evidenciar em que medida tais materiais favorecem ou dificultam a construção do conhecimento, bem como oferecer subsídios para que o professor utilize esses recursos de modo a potencializar o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

O presente artigo consiste em um recorte de uma pesquisa desenvolvida no âmbito de um Trabalho de Conclusão de Curso (Barbosa, 2025), cujo objetivo foi investigar como a Combinatória é apresentada em livros didáticos do Ensino Médio, analisando suas abordagens à luz da Teoria dos Campos Conceituais. Neste recorte específico, busca-se investigar como as representações simbólicas associadas ao trabalho com Combinatória são apresentadas em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, assim, examina-se três coleções amplamente adotadas em escolas públicas. Espera-se que, ao identificar

potencialidades e limitações nas abordagens propostas, o estudo contribua para uma reflexão crítica acerca dos materiais didáticos utilizados e para o aprimoramento do ensino e da aprendizagem nessa área.

2 Fundamentação Teórica

2.1 O Livro Didático

O Livro Didático constitui-se como um instrumento central na dinâmica escolar, atuando como elo entre o saber sistematizado de determinada área do conhecimento e os sujeitos envolvidos no processo educativo. Ao oferecer uma organização sequencial dos conteúdos, ele contribui para estruturar o percurso formativo dos estudantes, ao mesmo tempo em que subsidia o planejamento e as escolhas metodológicas dos professores. Mais do que um simples compilado de informações, o Livro Didático deve orientar a seleção de conceitos, definir encaminhamentos didáticos e propor situações-problemas que influenciam diretamente a forma como o conhecimento é apresentado, explorado e consolidado ao longo do ano letivo, com base nas competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2020).

Desse modo, o Livro Didático, na contemporaneidade, caracteriza-se como um material organizado e planejado com a finalidade explícita de contribuir para a qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem. Ainda que o cotidiano escolar conte com uma variedade de recursos pedagógicos, o Livro Didático permanece como o instrumento mais utilizado pelos professores. Conforme destacam Macêdo, Brandão e Nunes (2019),

> existem diversos recursos didáticos que podem ser utilizados ao se ensinar uma temática na educação básica, como a aplicação de jogos, desafios matemáticos, recursos tecnológicos, entre outros. Porém, o principal instrumento de ensino do professor na educação básica permanece sendo o livro didático (p. 71-72).

Nesse cenário, o Livro Didático é frequentemente reconhecido por professores como um dos principais instrumentos de apoio à prática pedagógica. Tal reconhecimento decorre do fato de que ele oferece uma referência estruturada para o planejamento e para a condução das aulas, contribuindo para maior segurança no exercício docente. Ao integrar a figura do autor ao processo educativo, o livro passa a mediar uma relação entre quem ensina e quem aprende, pois, por meio do texto, o autor realiza escolhas relativas aos conteúdos abordados, às estratégias metodológicas adotadas e à organização dos conhecimentos ao longo da escolaridade. Dessa maneira, torna-se ainda mais significativo quando se consideram as fragilidades que podem marcar a formação inicial de

professores, especialmente no que se refere ao domínio dos conteúdos previstos no currículo da Educação Básica.

Nesse contexto, considerando a importância do Livro Didático e sua expressiva influência nas práticas desenvolvidas em sala de aula, este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa que teve esse material como foco de investigação (Barbosa, 2025). O recorte aqui apresentado busca analisar as potencialidades para o ensino de Combinatória a partir da forma como diferentes representações simbólicas são apresentadas e/ou solicitadas aos estudantes na abordagem deste conteúdo em livros didáticos destinados ao Ensino Médio.

2.1 O Campo Conceitual da Combinatória

A Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1996) constitui um referencial teórico relevante para compreender os processos de aprendizagem em Matemática, ao destacar a articulação entre conceitos, situações e esquemas de ação. Nessa perspectiva, o autor defende que o conhecimento não é construído de forma isolada ou fragmentada, mas se desenvolve a partir da interação entre diferentes tipos de problemas e das estratégias mobilizadas pelos sujeitos para resolvê-los. Conforme discutido por Moreira (2009), um campo conceitual envolve um conjunto diversificado de situações, conceitos, representações e operações cognitivas que se estruturam progressivamente ao longo da experiência do aprendiz.

Para além, a TCC propõe uma compreensão dinâmica da aprendizagem, na qual o estudante, ao enfrentar variadas situações-problema, é levado a mobilizar conhecimentos prévios, estabelecer relações e elaborar novos esquemas de pensamento. Esse movimento favorece a consolidação de invariantes operatórios e a ampliação das estruturas cognitivas, evidenciando que aprender Matemática implica participar de um processo contínuo de reorganização conceitual, mediado por contextos significativos e por diferentes formas de representação.

Para Vergnaud (1996), um conceito é entendido como um sistema constituído por três elementos interrelacionados: o conjunto de *situações* que lhe atribuem significado, os *invariantes operatórios* que permitem reconhecer e tratar essas situações e as *representações simbólicas* que as expressam. Nessa perspectiva, aprender implica mobilizar o conceito em diferentes contextos, identificando regularidades que orientam sua aplicação. Além disso, os esquemas assumem papel central, pois correspondem à

organização invariável da atividade do sujeito diante de determinadas classes de situações; sustentados por conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, eles orientam as ações cognitivas na resolução de problemas, evidenciando que a aprendizagem envolve a construção e a reorganização progressiva dessas estruturas.

Assim, a Combinatória constitui um campo da Matemática dedicado ao estudo das diferentes possibilidades de contagem e organização de elementos em conjuntos. Conforme destaca Borba (2010, p. 12), ela pode ser compreendida como a "arte de contar", abrangendo não apenas a enumeração direta, mas também a análise e a sistematização das distintas maneiras de agrupar e ordenar elementos atendendo a regras pré-estabelecidas pelo problema.

Com isso, a Combinatória trata-se de uma temática fundamental para a formação do raciocínio lógico, uma vez que mobiliza estratégias de análise, previsão e generalização. Além disso, seus conceitos estabelecem conexões com outras áreas do conhecimento matemático, como a Probabilidade, a Estatística e a teoria dos grafos, ampliando sua relevância no contexto da Educação Básica.

Nesse contexto, a presente pesquisa adotou a classificação unificada proposta por Borba (2010), que organiza os problemas combinatórios a partir dos *invariantes* relacionados às ideias de escolha e de ordem. Nessa perspectiva, as situações são distribuídas em quatro categorias: produto de medidas, permutação, arranjo e combinação. Os problemas de *produto de medidas* envolvem dois ou mais conjuntos distintos, dos quais se seleciona um elemento de cada para constituir as possibilidades, sendo que, nesse caso, a ordem dos elementos escolhidos não gera novas configurações. Já nas situações de *permutação*, *arranjo* e *combinação*, considera-se apenas um conjunto de elementos, do qual se selecionam todos os elementos (permutações) ou apenas parte deles (arranjos e combinações). A distinção entre essas situações está diretamente relacionada ao invariante de ordem: nas permutações e nos arranjos a disposição dos elementos é determinante para a constituição de diferentes possibilidades, enquanto nas combinações a ordem não altera o agrupamento formado.

Para além, a autora também destaca a importância de que os estudantes vivenciem diferentes *representações simbólicas* ao longo de toda a escolarização básica, para que assim eles possam construir um repertório específico para resolver problemas combinatórios de naturezas variadas. Nessa área, ao longo da escolarização, são comuns

representações tais como: Desenho, Listagem, Quadro de Possibilidades, PFC e Árvore de Possibilidades, para que, posteriormente, uma formalização progressiva conduza naturalmente ao uso de Fórmulas.

A partir desses aportes teóricos, delinearam-se as etapas investigativas, as categorias de análise e os critérios de seleção do material examinado, cujos encaminhamentos são descritos na seção a seguir.

3 Metodologia

A presente pesquisa diz respeito à análise de três coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, selecionadas a partir da recomendação do Programa Nacional do Livro e Material Didático - PNLD (Brasil, 2021) e a sua ampla adoção no estado de Pernambuco, sendo elas: *Matemática em Contextos*, especificamente o volume *Análise Combinatória, Probabilidade e Computação* (Dante e Viana, 2020); *Diálogo: Matemática e suas Tecnologias*, especialmente o volume *Estatística e Probabilidade* (Teixeira, 2020) e *Prisma Matemática*, especificamente o volume *Estatística, Combinatória e Probabilidade* (Bonjorno, Júnior e Sousa, 2020). As coleções serão representadas, respectivamente, como C1, C2 e C3.

Foram analisados, dentro das coleções selecionadas, os capítulos que abordam o conteúdo da Combinatória, assim, na coleção *Matemática em Contextos* (C1), o capítulo 1, intitulado *Análise Combinatória*. Na coleção *Diálogos* (C2), foram selecionados os capítulos 1, 3 e 4, intitulados, *Princípio Aditivo, Multiplicativo e Arranjos; Permutações; Combinação Simples e Binômio de Newton*, respectivamente. E na coleção *Prisma* (C3), foi analisado o capítulo 3, intitulado *Combinatória*, tendo por objetivo identificar e classificar as representações simbólicas relacionadas ao trabalho com a Combinatória nas questões propostas aos estudantes, tomando como base os referenciais teóricos adotados.

Essa categorização foi realizada a partir da análise dos problemas resolvidos e propostos pelo livro didático, ressalta-se que os itens das questões foram analisados separadamente, considerando que uma mesma questão pode envolver representações (apresentadas e/ou solicitadas) de naturezas distintas.

Ressalta-se, ainda, que a investigação apresenta caráter qualitativo e quantitativo, visto que “a combinação de métodos qualitativos e quantitativos permite que o pesquisador explore um problema de pesquisa de maneira mais completa, utilizando os pontos fortes de cada abordagem” (Creswell, 2007, p. 4). Dessa forma, neste estudo, a

abordagem qualitativa é empregada para compreender os significados e contextos dos dados analisados, enquanto a abordagem quantitativa é utilizada para identificar e quantificar a recorrência e distribuição de determinados padrões nos livros didáticos.

A exposição e discussão dos resultados obtidos encontram-se na seção seguinte.

4 Análise dos Resultados

Neste capítulo, apresenta-se a análise dos dados obtidos a partir do exame das coleções de livros didáticos selecionadas, com foco na identificação e caracterização das representações simbólicas utilizadas nos problemas combinatórios. Assim, a Tabela 1 apresenta os resultados obtidos a partir da classificação dos problemas combinatórios presentes nas coleções de livros didáticos analisadas. Foi identificado um total de 437 problemas, que foram classificados em função do tipo de *representação simbólica* combinatória abordada, tendo assim: Apenas Enunciado, Fórmulas, Ilustrações, PFC, Tabela Estatística e Árvore de Possibilidades.

Tabela 1 - Distribuição das representações simbólicas utilizadas nos problemas combinatórios (por coleção)

	Apenas Enunciado	Fórmulas	Ilustrações	PFC	Tabela Estatística	Árvore de Possibilidades
C1	147	29	21	8	3	1
C2	75	72	18	4	3	3
C3	61	17	3	4	1	2
Total	283	118	42	16	7	6

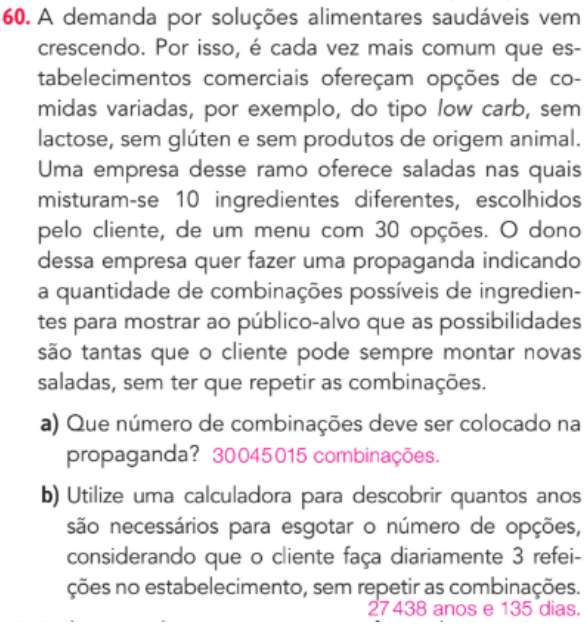
Fonte: As autoras (2025).

Com base na análise geral, observa-se que há uma maior concentração em problemas relacionados às representações de Apenas Enunciado (60%) e Fórmula (25%). Já os problemas que utilizam Ilustrações (8,9%), PFC (3,5%), Tabela Estatística (1,4%) e Árvore de Possibilidades (1,2%) ocorrem de forma bastante limitada. Percebe-se assim que os livros didáticos do Ensino Médio analisados possuem uma tendência à formalização através do grande número de problemas com Apenas Enunciado, mantendo o foco dos problemas na aplicação direta de fórmulas e na resolução das situações com ênfase algébrica e técnica, o que se torna uma limitação para a diversidade de significados e representações simbólicas mobilizadas pelos estudantes.

Nesse viés, a questão 60 da coleção C1 (Figura 1) mostra-se como um exemplo pertinente de problema proposto onde só é composto pelo enunciado. Problemas desse

tipo se repetem de forma recorrente nas coleções analisadas, conforme demonstrado na Tabela 1.

Figura 1 - Exemplo de problema utilizando a representação Apenas Enunciado (Combinação)



60. A demanda por soluções alimentares saudáveis vem crescendo. Por isso, é cada vez mais comum que estabelecimentos comerciais ofereçam opções de comidas variadas, por exemplo, do tipo *low carb*, sem lactose, sem glúten e sem produtos de origem animal. Uma empresa desse ramo oferece saladas nas quais misturam-se 10 ingredientes diferentes, escolhidos pelo cliente, de um menu com 30 opções. O dono dessa empresa quer fazer uma propaganda indicando a quantidade de combinações possíveis de ingredientes para mostrar ao público-alvo que as possibilidades são tantas que o cliente pode sempre montar novas saladas, sem ter que repetir as combinações.

a) Que número de combinações deve ser colocado na propaganda? 30 045 015 combinações.

b) Utilize uma calculadora para descobrir quantos anos são necessários para esgotar o número de opções, considerando que o cliente faça diariamente 3 refeições no estabelecimento, sem repetir as combinações. 27 438 anos e 135 dias.

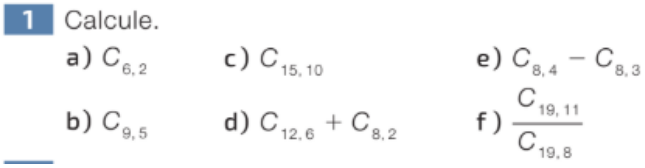
Fonte: Dante e Viana (2020, p. 41).

Nesse contexto, problemas como o apresentado anteriormente demandam do estudante um nível mais elevado de abstração e maior autonomia na mobilização de esquemas, dado o grande número de possibilidades envolvidas. Esse aspecto pode beneficiar aqueles que já possuem esquemas consolidados, mas dificultar a participação de quem ainda se encontra em processo de construção da compreensão e que, considerando que os processos de aprendizagem são singulares a cada aluno (Vergnaud, 1996). Nesse sentido, ainda que o Livro Didático não explicite uma representação simbólica específica a ser utilizada pelo estudante para resolver esse problema, inviabiliza o uso de estratégias mais informais, como o desenho e a listagem, que estariam associadas a indicação uma a uma das possibilidades consideradas.

Além disso, tais questões possibilitam verificar se o estudante identifica os invariantes de ordem e de escolha apenas a partir da leitura do enunciado. Por outro lado, caso o livro não apresente outras formas de representação de maneira articulada, a atividade pode tornar-se excludente para determinados alunos; assim, a ausência de diferentes representações pode restringir o papel do livro como mediador do processo de aprendizagem (Borba, 2010).

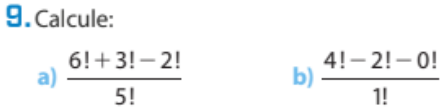
De forma análoga, a utilização de Fórmulas ganha grande destaque nos problemas das coleções analisadas, uma vez que no Ensino Médio é desejável que os problemas propostos conduzam os alunos a um nível de abstração, como mencionado anteriormente. Sendo assim, a formalização, nessa perspectiva, corresponde ao momento em que o estudante consegue organizar e estruturar o saber por meio de esquemas mais elaborados, como o uso de fórmulas. Assim, se torna natural que nessa etapa da escolarização seja recorrente a presença de questões como as apresentadas a seguir (Figura 2 e 3). Essa representação simbólica em específico, que nessas figuras é apresentada de forma direta, poderá ser mobilizada pelos estudantes ao solucionar problemas combinatórios contextualizados.

Figura 2 - Exemplo de problema utilizando a representação Fórmula (Combinação)



Fonte: Teixeira (2020, p. 50).

Figura 3 - Exemplo de problema utilizando a representação Fórmula (Fatorial)

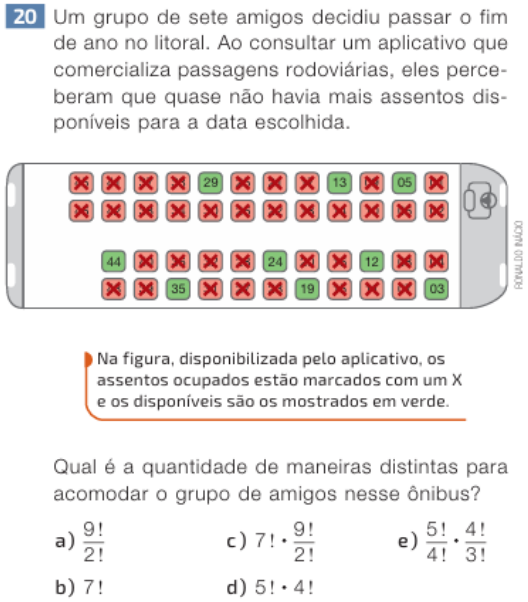


Fonte: Bonjorno; Giovanni e Sousa (2020, p. 87).

Nas três coleções analisadas, verifica-se também o uso de ilustrações como recurso de representação simbólica, sabendo-se que ao ser utilizada efetivamente e articulada com o raciocínio matemático, pode ajudar na contextualização e no engajamento do estudante para com o problema que lhe é proposto. No entanto, essa presença nos livros didáticos nem sempre garante uma intencionalidade pedagógica, em alguns casos, as imagens são meramente decorativas, não influenciando o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Um exemplo positivo da utilização significativa desse recurso é a questão 20 (Figura 4) da coleção C2, apresentada a seguir, em que a ilustração está diretamente integrada ao enunciado de forma a colaborar e reforçar as informações relevantes para a resolução do problema e permitir que o estudante visualize melhor a situação que está sendo descrita.

Figura 4 - Exemplo de problema utilizando a representação Ilustração (Arranjo)



20 Um grupo de sete amigos decidiu passar o fim de ano no litoral. Ao consultar um aplicativo que comercializa passagens rodoviárias, eles perceberam que quase não havia mais assentos disponíveis para a data escolhida.

Na figura, disponibilizada pelo aplicativo, os assentos ocupados estão marcados com um X e os disponíveis são os mostrados em verde.

Qual é a quantidade de maneiras distintas para acomodar o grupo de amigos nesse ônibus?

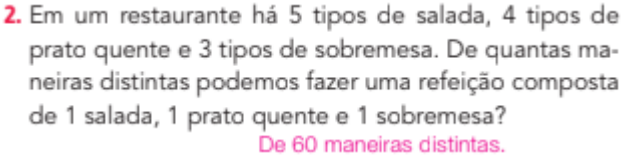
a) $\frac{9!}{2!}$ b) $7!$ c) $7! \cdot \frac{9!}{2!}$ d) $5! \cdot 4!$ e) $\frac{5!}{4!} \cdot \frac{4!}{3!}$

Fonte: Teixeira (2020, p. 51).

Com isso, é perceptível que nesses materiais, o desenho vai desempenhar um papel de mediação entre o enunciado verbal e o raciocínio matemático abordado pelo problema, apoiando a leitura e favorecendo o envolvimento do aluno com o que está sendo proposto. Ao observar as coleções que foram analisadas para este estudo, nota-se que a presença de questões como essa ainda não é a representação mais frequente, podendo assim ser mais bem explorada e utilizada dentro do ensino e da aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio.

Analisando agora os problemas que utilizam o PFC é perceptível que não é uma representação simbólica frequentemente usada dentro das coleções que foram analisadas. O PFC mostra como a contagem pode ser feita por meio da multiplicação das possibilidades nas diferentes etapas de escolha sucessivas, permitindo assim a generalização de situações sem que haja a necessidade de listar todos os casos. Com isso, a questão 2 da coleção C1 (Figura 5) é um pertinente exemplo de como a utilização do PFC ajuda nas resoluções de problemas, permitindo ao aluno uma melhor compreensão do raciocínio envolvido.

Figura 5 - Exemplo de problema utilizando a representação PFC (Produto de Medidas)



2. Em um restaurante há 5 tipos de salada, 4 tipos de prato quente e 3 tipos de sobremesa. De quantas maneiras distintas podemos fazer uma refeição composta de 1 salada, 1 prato quente e 1 sobremesa?

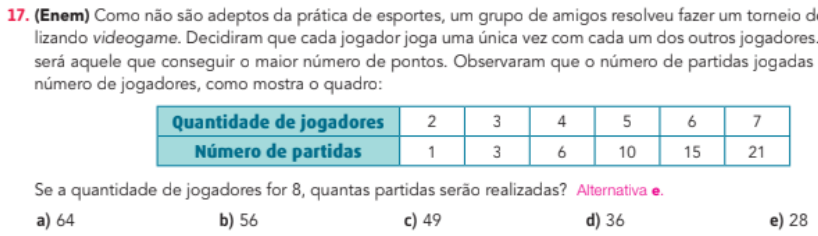
De 60 maneiras distintas.

Fonte: Dante e Viana (2020, p. 17).

A utilização do PFC ainda não se configura como uma prática consolidada em todas as coleções. Essa ausência indica a necessidade de debates mais aprofundados acerca de quais formas de representação simbólica devem ser privilegiadas no ensino de Combinatória, tendo em vista seu potencial para promover a compreensão dos invariantes presentes nas situações de contagem.

Vergnaud (1996, p. 56) afirma que "a utilização de representações diversas, como gráficos, tabelas e diagramas, enriquece o processo de ensino-aprendizagem, possibilitando que os alunos visualizem e compreendam os conceitos de forma mais ampla", nessa perspectiva, parte-se para a representação da Tabela Estatística, que auxilia na noção de esgotamento e ajuda a visualizar todos os casos possíveis, ajudando o aluno no momento de construção dos esquemas para a resolução de problemas. Assim, a questão 17 (Figura 6) da coleção C1, utiliza de uma tabela em sua composição, trazendo assim uma listagem organizada da situação abordada, exemplificando os resultados de combinações com diferentes números de jogadores, auxiliando o estudante na organização de conceitos para a resolução do problema proposto.

Figura 6 - Exemplo de problema utilizando a representação Tabela estatística (Combinação)



17. **(Enem)** Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando *videogame*. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas? Alternativa **e**.

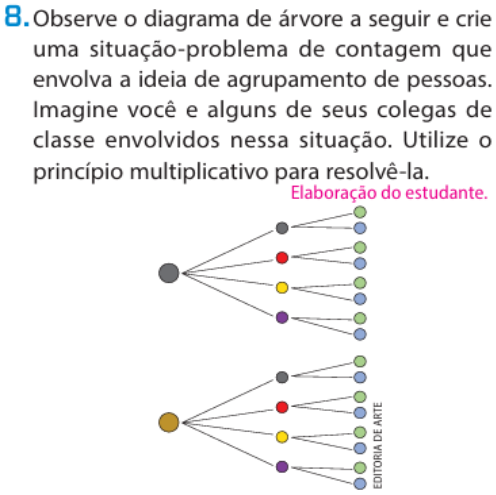
a) 64 **b)** 56 **c)** 49 **d)** 36 **e)** 28

Fonte: Dante e Viana (2020, p. 48).

O uso de tabelas estabelece uma conexão com a Estatística e possibilita, inclusive, o trabalho com dados reais; nesse contexto, favorece que o estudante reconheça as alternativas de preenchimento dos espaços vazios, observe recorrências e identifique regularidades (como o papel da ordem ou da ausência de repetição). Entretanto, trata-se ainda de uma das formas de representação simbólica menos recorrentes nos livros didáticos do Ensino Médio. Sua reduzida presença restringe a construção de estratégias investigativas pelos alunos, sobretudo por aqueles que ainda não consolidaram os esquemas necessários para a aplicação direta de fórmulas ou do princípio multiplicativo. Assim, ressalta-se a necessidade de ampliar a valorização da Tabela Estatística como recurso de apoio à compreensão e à generalização em Combinatória.

Nessa perspectiva, concluiu-se que a representação da Árvore de Possibilidades, assim como a tabela, se dá de forma escassa nas três coleções analisadas. Sabendo que a utilização de tal representação auxilia na visualização do encadeamento das escolhas, sendo assim muito útil para abordagem do princípio multiplicativo e entre outras situações combinatórias, dando foco às etapas de escolha e como o número de opções vai diminuindo ou se combinando. A questão 8 (Figura 7) da coleção C2, é uma das poucas questões classificadas que utiliza esse tipo de representação. Para além, o problema propõe ao estudante que seja construída a árvore de possibilidades e crie-se uma problemática com ela, exigindo assim que para a sua resolução, o estudante possua domínio sobre o conceito exigido.

Figura 7 - Exemplo de problema utilizando a representação Árvore de Possibilidades (Produto de Medidas)



Fonte: Bonjorno; Giovanni e Sousa (2020, p. 87).

Cabe, ainda, destacar que o quadro de possibilidades, enquanto representação simbólica própria do trabalho com a Combinatória, não foi identificado nos livros didáticos do Ensino Médio analisados nesta pesquisa. Tal ausência pode ser compreendida como coerente com a etapa de escolarização considerada, uma vez que, nesse nível de ensino, tende-se a privilegiar representações mais algébricas e formalizadas, voltadas à resolução de problemas com um número de possibilidades elevado que não viabiliza a explicitação das possibilidades uma a uma, mas sim apenas o levantamento da quantidade de possibilidades existentes.

Dessa maneira, a análise das representações simbólicas presentes nas questões revela de que modo os livros didáticos acionam distintos recursos para sustentar o

raciocínio combinatório dos estudantes; contudo, é necessária uma ampliação da presença desse tipo de problema, a fim de proporcionar ao aluno uma visualização mais clara dos conceitos combinatórios. Diante disso, a seção a seguir, trará as considerações finais da presente pesquisa, buscando assim retomar as principais contribuições deste estudo.

5 Considerações Finais

A pesquisa aqui apresentada teve como objetivo investigar as *representações simbólicas* presentes nos problemas de Combinatória em livros didáticos do Ensino Médio, analisando as suas abordagens à luz da Teoria dos Campos Conceituais. A análise aqui feita evidenciou tanto potencialidades quanto limitações das representações adotadas no tema da Combinatória.

Verificou-se um predomínio significativo das representações algébricas e numéricas, sobretudo em exercícios que requerem a aplicação direta e mecanizada de Fórmulas previamente apresentadas. Em contrapartida, representações como a Árvore de Possibilidades, as Tabelas Estatísticas e o Princípio Fundamental da Contagem (PFC) aparecem de maneira pontual e pouco aprofundada nos problemas propostos pelos livros didáticos.

Essa concentração em questões que privilegiam quase exclusivamente a linguagens mais algébricas, sem uma distribuição mais equilibrada entre diferentes formas de representação, revela uma abordagem restrita dos conceitos combinatórios, centrada na formalização e na operacionalização algorítmica. Tal orientação tende a valorizar o produto do cálculo em detrimento dos processos de organização, análise e interpretação das situações de contagem.

Como consequência, pode-se comprometer a constituição de esquemas conceituais mais amplos, flexíveis e articulados, uma vez que diferentes *representações simbólicas* cumprem papéis distintos na construção do significado, sendo apreendidas a partir do contato que os estudantes possuem com cada uma delas, bem como não favorecer a construção de um repertório amplo de representações que contemplem os invariantes das diferentes situações combinatórias abordadas. Assim, reforça-se a necessidade de uma abordagem que integre múltiplas representações, favorecendo uma compreensão mais profunda e relacional da Combinatória.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, M. L. S. S.. *Análise combinatória em livros didáticos do ensino médio: um estudo à luz da teoria dos campos conceituais*. 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática - Licenciatura) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2025.

BONJORNO, J. R., GIOVANNI, J. R., SOUSA, P. R. C. *Prisma Matemática: Estatística, Combinatória e Probabilidade*. Área do Conhecimento: Matemática e suas tecnologias. Ensino Médio. São Paulo: FTD, 2020.

BORBA, R. *O Raciocínio Combinatório na Educação Básica*. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.

BRASIL. *Programa Nacional do Livro e do Material Didático*. Brasília: MEC / Secretaria de Educação Básica, 2021.

DANTE, L. R.; VIANA, F. *Matemática em Contextos: Análise Combinatória, Probabilidade e Computação*. São Paulo: Ática, 2020.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. *Repensando multiplicação e divisão: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo: Proem Editora, 2014.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto.* 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

LIMA, E. *Combinatória, probabilidade e suas articulações no currículo dos anos finais do ensino fundamental: o que é prescrito, o que é apresentado e o que se pode fazer?* 2022. 187f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco – Recife, 2022.

MOREIRA, M. A. *A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD, O ENSINO DE CIÊNCIAS E A PESQUISA NESTA ÁREA*. Investigações em Ensino de Ciências, v. 7, n. 1, pp. 7-29, 2002.

SACRISTÁN, J. G. *O currículo: uma reflexão sobre a prática*. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

MORGADO, A.; PITOMBEIRA DE CARVALHO, J.; PINTO DE CARVALHO, P.; FERNANDEZ, P. *Análise Combinatória e Probabilidade.* Rio de Janeiro: Graftex, 1991.

TEIXEIRA, L. A. (org.). *Diálogo – Matemática e suas Tecnologias: Estatística e Probabilidade*. São Paulo: Moderna, 2020.

VERGNAUD, G. *A teoria dos campos conceituais: um modelo para a compreensão da aprendizagem*. In: Fundamentos da Didática da Matemática. 1986.

VERGNAUD, G. *Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e Didático das Matemáticas.* 1996.