COMPARAÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS À LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA: UMA ANÁLISE SOBRE A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Douglas Ribeiro Guimarães[1]
Rúbia Barcelos Amaral[2]

GD1: Livro Didático e Currículo

Resumo
Neste texto é trazida uma comparação entre dois livros didáticos de Matemática aprovados em diferentes edições do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), com foco no conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo. O objetivo do estudo foi identificar mudanças no conteúdo e nas tarefas propostas aos estudantes, considerando especialmente a representação da realidade à luz da Educação Matemática Crítica. A investigação possui abordagem qualitativa e foi desenvolvida por meio da análise comparativa dos livros destinados ao Ensino Médio, publicados pela mesma editora e organizados por autores em comum. Como procedimento metodológico, utilizou-se o Sistema Teorema, contemplando as etapas de planejamento, exploração do material e tratamento dos dados, com foco na análise estratificada do conteúdo e das tarefas. Os resultados indicam que os dois livros mantêm forte aproximação estrutural e predominância de tarefas vinculadas ao paradigma do exercício, com referências majoritariamente à matemática pura e à semirrealidade. Entretanto, o livro mais recente apresenta avanços ao incorporar propostas relacionadas à acessibilidade e aos deslizamentos de terra, aproximando o conteúdo de situações reais e ampliando possibilidades de desenvolvimento da matemacia. Apesar disso, a presença de referências à realidade ainda é reduzida e pouco explorada criticamente.

Palavras-chave: Livro Didático. Educação Matemática Crítica. Trigonometria. Realidade. PNLD.

1 Introdução

Compreender o conteúdo presente em livros didáticos de Matemática é uma das formas de investigação nesse campo de pesquisa. Esse caminho de estudo indica possibilidades para os docentes que fazem uso dos materiais, principalmente de maneira a contribuir com escolhas a serem realizadas no planejamento das aulas, na seleção de tarefas ou até mesmo no auxílio de orientações metodológicas, indicadas pelos autores.

É provável que um professor adote um mesmo livro didático por muitos anos. Contudo, também é comum o processo de escolha de novos materiais, haja vista o papel do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Diante disso, neste texto é trazida uma comparação de livros didáticos de Matemática, almejando identificar se,

[1] Universidade Estadual Paulista (UNESP) e Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza (CEETEPS) • Mestre em Educação Matemática • Rio Claro, São Paulo (SP), Brasil • douglasrguimaraes5@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0001-6247-3506
[2] Universidade Estadual Paulista (UNESP) • Doutora em Educação Matemática • Rio Claro, São Paulo (SP), Brasil • rubia.amaral@unesp.br • ORCID https://orcid.org/0000-0003-4393-6127

em uma mesma coleção, em anos distintos de publicação, o conteúdo presente é ou não alterado.

Como defendem Perovano, Guimarães e Litoldo (2022), a comparação de livros didáticos de Matemática é uma tendência de pesquisa que indica avanços conceituais, no sentido de que a análise de um conteúdo específico, por exemplo, proporciona reflexões aos pesquisadores e aos professores no que tange a apresentação e a abordagem do trabalho a ser realizado em sala de aula.

Em decorrência de espaço, a presente comunicação científica faz uma restrição na comparação de livros didáticos. Assim, o objetivo de pesquisa é identificar mudanças no conteúdo e nas tarefas de trigonometria no triângulo retângulo de uma coleção de livros didáticos de Matemática aprovada em dois editais do PNLD para o Ensino Médio, com foco na representação da realidade.

Adotou-se como aporte teórico para os dados a Educação Matemática Crítica, a partir das compreensões de Skovsmose (1994; 2000; 2001) a respeito dos ambientes de aprendizagem e da matemacia. Logo, a análise será uma comparação das coleções à luz dessas discussões, focando na questão de representação da realidade presente nas obras.

2 Educação Matemática Crítica: discussões em torno da realidade

Defende-se nesta pesquisa a Educação Matemática Crítica (EMC) como postura teórica para compreensão de aspectos relacionados com o ensino e a aprendizagem da Matemática. Essa postura se reflete na forma de análise dos dados, e irá trazer um foco para como a realidade está sendo representada no conteúdo e nas tarefas de trigonometria no triângulo retângulo em livros didáticos de Matemática.

Uma das preocupações da EMC é o desenvolvimento da matemacia dos estudantes, entendida como uma competência relacionada à capacidade de resolver cálculos, com emprego de técnicas e procedimentos, e também a habilidade de reflexão e crítica do papel da Matemática no mundo (Skovsmose, 1994; 2001). Apesar disso, há distintas formas de definir a matemacia, e a que se adotou para esta pesquisa decorre da sua articulação com três pilares: conhecimento matemático, conhecimento tecnológico e conhecimento reflexivo.

O conhecimento matemático relaciona-se com uma variedade de competências alusivas às habilidades matemáticas. Além de oportunizar aos estudantes as formas de pensamento, o uso de teoremas e suas demonstrações, também lhes permite executar e

dominar algoritmos para cálculos, utilizar procedimentos e técnicas, e até mesmo descobrir e inventar novas áreas da Matemática (Skovsmose, 1994; 2001).

O conhecimento tecnológico vai além, referindo-se ao conhecimento matemático aplicado, no qual métodos formais são empregados para alcançar objetivos tecnológicos específicos. Esses métodos, conforme explicado por Skovsmose (2001), são discutidos dentro do contexto de sociedades altamente tecnológicas, e incluem uma análise das suas características formais. Além disso, o conhecimento tecnológico também se destaca pela sua capacidade de construir modelos para representar fenômenos do mundo real.

Finalmente, o conhecimento reflexivo representa uma síntese dos dois pilares anteriores, além de oferecer uma análise mais profunda da reflexão inicial. Ele avalia e discute não apenas os objetivos tecnológicos, mas também fornece uma visão aprofundada das suas implicações éticas e sociais (Skovsmose, 1994; 2001).

Compreende-se que atrelar os três pilares é o que torna a matemacia possível. Enxerga-se que desenvolver essa competência crítica em relação ao papel da Matemática no mundo contribui para a formação dos estudantes, oportunizando discussões associadas à própria Matemática, suas aplicações e suas diferentes formas de utilização na sociedade contemporânea.

Outra preocupação da EMC refere-se aos ambientes de aprendizagem, propostos por Skovsmose (2000). Um ambiente de aprendizagem envolve as formas como a sala de aula de Matemática é organizada, os modos de desenvolver a comunicação e o diálogo, quais materiais e recursos serão utilizados, as distintas maneiras de avaliar os estudantes, entre tantos outros elementos presentes no ensino e na aprendizagem de Matemática.

Como forma de organizar os diferentes ambientes de aprendizagem, Skovsmose (2000) propõe uma matriz (Quadro 1) que diferencia as práticas adotadas pelos docentes com as possíveis referências de contextos para cada uma delas. Nessa divisão, há dois grandes paradigmas de práticas, o paradigma do exercício e o cenário para investigação, e três referências de contexto, a matemática pura, a semirrealidade e a realidade.

Quadro 1 – Ambientes de aprendizagem

	Paradigma do exercício	Cenário para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semirrealidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p. 8).

O paradigma do exercício está relacionado com a tradição da Matemática escolar, que se refere ao uso excessivo de exercícios e técnicas de resolução; grande parte da aula é feita de maneira expositiva pelo professor; e o livro didático de Matemática se torna um representante desse cenário, ao trazer, por exemplo, exercícios com uma e somente uma resposta correta. No paradigma do exercício as informações e os dados presentes nos enunciados são exatos, necessários e suficientes.

O cenário para investigação é um ambiente voltado às descobertas dos alunos, aos modos de formular questões e gerar explicações aos fenômenos. Diferentemente do paradigma do exercício, em que os alunos passam por um processo de não questionamento e aceitação da tradição escolar, nos cenários para investigação ocorre um convite feito pelo professor aos estudantes, para realizarem explorações e explicações. A ideia do convite seria deixar os alunos no comando do processo de investigação, com a atuação do professor enquanto um mediador.

A referência à matemática pura marca um ambiente centrado em exercícios que envolvem questões apenas matemáticas, em que não há espaço para quaisquer outros elementos ou aspectos além da área. Exemplos são as situações com equações, funções, cálculos de área e volume, expressões algébricas, resultados e demonstrações de teoremas, uso de algoritmos e técnicas ou fórmulas etc.

A semirrealidade não apresenta uma realidade que de fato é considerada, mas uma realidade construída/simulada. No caso dos livros didáticos, por exemplo, é criada pelos autores. Aqui há uma preocupação de que o aluno não trabalhe somente com tarefas ambientadas na Matemática, entretanto, esse movimento ocorre, usualmente, de maneira superficial, não conseguindo abarcar a realidade de maneira reflexiva, de modo que não cabe quaisquer outros questionamentos acerca dos detalhes do contexto da tarefa, sendo relevantes somente ‘dados numéricos’ para a solução, todas contidas no enunciado.

Já a realidade engloba os aspectos nos quais os estudantes possuem contato com a experiência cotidiana. Diferentemente da semirrealidade, aqui os questionamentos e as dúvidas sobre os contextos referenciados são permitidos, uma vez que tratam sobre dados e informações retirados, produzidos ou encontrados na vida real; não foram fabricados ou inventados por entes de fora do processo educacional.

A partir dessas compreensões teóricas, entende-se que a análise de livros didáticos de Matemática demanda olhar não apenas para os conteúdos matemáticos apresentados,

mas também para os modos como os contextos são construídos e mobilizados nas tarefas propostas aos estudantes. Nesse sentido, a perspectiva da EMC permite problematizar quais oportunidades de aprendizagem são oferecidas aos alunos no estudo da trigonometria no triângulo retângulo, especialmente no que se refere às possibilidades de desenvolvimento da matemacia (Skovsmose, 1994; 2001) e da reflexão crítica sobre o uso da Matemática em diferentes práticas e contextos, como exemplificado pela matriz de ambientes de aprendizagem proposta por Skovsmose (2000).

3 Procedimentos metodológicos

Diante do objetivo de pesquisa, optou-se por uma abordagem qualitativa (Creswell, 2010) a partir da análise comparativa de dois livros didáticos de Matemática. O conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo foi escolhido devido ao potencial de relação com a realidade, como evidenciado em estudo anterior (Guimarães, 2022).

Os dois livros didáticos analisados são das coleções Matemática: ciência e aplicações (Iezzi *et al*., 2016) e Identidade Saraiva (Iezzi *et al*., 2024). Ambas foram escolhidas por serem as coleções adotadas na escola onde o primeiro autor desta comunicação é docente. Os livros foram escritos pelo mesmo autor principal, e são editorados pela Saraiva, por isso sua comparação é justificada.

Para a análise do material, seguiu-se a proposta do Sistema Teorema, conforme apresentado por Amaral *et al*. (2022). Tal orientação se divide em três momentos: planejamento, exploração do material e tratamento de dados. O planejamento, como em qualquer investigação, é uma etapa fundamental, que dialoga com o objetivo da pesquisa. De acordo com ele, escolheu-se o que Amaral *et al*. (2022) nomeiam por vista do livro didático, que se refere às investigações que tomam o material como um objeto de estudo em si, visando analisar questões pertinentes do conteúdo, propostas metodológicas, conceitos, entre outros aspectos. Nesta comunicação, a vista do livro didático dá atenção ao conteúdo e às tarefas de trigonometria no triângulo retângulo.

A segunda etapa, exploração do material, envolve a descrição de aspectos estruturais dos livros, como autoria, editoria, local e ano de publicação, etapa escolar, volumes que compõem a coleção, perfil/formação dos autores, quantidade de páginas, segmentação (capítulo ou unidades) e materiais complementares. Ainda nessa etapa, são identificados os capítulos ou unidades a serem analisados e as quantidades de tarefas. Convém destacar que se considerou cada item como uma tarefa.

Por fim, a última etapa envolve o tratamento dos dados. Amaral *et al*. (2022) sugerem algumas possibilidades de tratamento. Nesta pesquisa, por uma comparação de livros didáticos, seguiu-se pelo caminho da análise estratificada. Ela tem como preocupação a análise de uma discussão específica que, no presente caso, foca no conteúdo e nas tarefas de trigonometria no triângulo retângulo. Além disso, o tratamento é a etapa da análise em si dos materiais, recorrendo ao referencial teórico como lente interpretativa.

4 Apresentação dos dados

O livro didático da coleção Matemática: ciência e aplicações tem como autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida. O material analisado estava na sua 9ª edição e a editora Saraiva Educação Ltda. é a responsável pelos diretos da edição. O ano do livro é 2016, sendo São Paulo a cidade de publicação. Uma informação relevante é que a coleção de livros desses autores foi a mais distribuída no edital do PNLD 2018, com um total de 2.044.129 livros, dentre as três séries do Ensino Médio (Guimarães, 2022).

Segundo dados presentes na primeira página do livro, as formações e atuações profissionais dos autores são as seguintes: Gelson Iezzi é engenheiro metalúrgico e licenciado em Matemática, sendo professor da rede particular de ensino em São Paulo; Osvaldo Dolce é engenheiro civil e professor da rede pública estadual de São Paulo; David Degenszajn é licenciado em Matemática e professor da rede particular de ensino em São Paulo; Roberto Périgo é licenciado e bacharel em Matemática e professor da rede particular de ensino e de cursos pré-vestibulares em São Paulo; e Nilze de Almeida é mestra em Ensino de Matemática, licenciada em Matemática e professora da rede pública estadual de São Paulo.

Já o livro didático da coleção Identidade Saraiva foi escrito por Gelson Iezzi, David Degenszajn, Marcio Tamari e Guilherme Pasmanik. Foi analisada a primeira edição do livro, que também tem como editora a Saraiva Educação Ltda. A cidade e o ano de publicação são, respectivamente, São Paulo e 2024. A coleção de livros desses autores, conforme escolha do Estado de São Paulo, é a única usada por toda a rede.

Em relação as formações e atuações dos dois autores diferentes da primeira coleção, tem-se as seguintes informações: Marcio Tamari é Mestre em Matemática, licenciado em Matemática e professor da rede particular de ensino de São Paulo; já

Guilherme Pasmanik é licenciado em Matemática, graduado em Engenharia Elétrica com ênfase em Computação e professor da rede particular de ensino de São Paulo.

No que se refere à localização do conteúdo analisado na pesquisa, em ambos os livros ele se concentra após um capítulo que trata de semelhança, triângulos retângulos e congruência e antes da apresentação de área de figuras planas. Um recorte do sumário de cada livro encontra-se na Figura 1.



Figura 1 – Sumário dos livros analisados

Fonte: à esquerda (Iezzi *et al.*, 2016, p. 6) e à direita (Iezzi *et al*., 2024, p. 8).

E, no que tange ao conteúdo em si, foi realizada uma organização no Quadro 2 relacionando os nomes das seções e divisões dentro delas para ambos os livros. Inseriu-se também uma coluna com observações sobre o significado atribuído pelos autores em seções específicas, bem como as quantidades de tarefas nos materiais.

Quadro 2 – Organização das seções analisadas e observações

Livro 2016

Seções	Observações
Um pouco de história	Apresenta o significado da palavra trigonometria e seu desenvolvimento ao longo da história da Matemática.
Razões trigonométricas: • Acessibilidade e inclinação de uma rampa; • Tangente de um ângulo agudo; • Tabela de razões trigonométricas; • Seno e cosseno de um ângulo agudo.	Define o conceito de declividade a partir das rampas de acessibilidade. Também conceitua os cálculos de seno, cosseno e tangente para ângulos agudos. Explica como obter esses resultados com calculadora científica.
Exercícios resolvidos	Seção com duas tarefas resolvidas.
Exercícios	Seção com 35 tarefas.
Ângulos notáveis: • Triângulo equilátero; • Quadrado.	Explicitação dos ângulos notáveis e a presença deles no triângulo equilátero e quadrado.
Exercício resolvido	Seção com duas tarefas resolvidas.
Exercícios	Seção com 21 tarefas.
Troque ideias	Apresenta a relação entre as razões trigonométricas a partir do triângulo retângulo.

Desafio	Seção com uma tarefa.

Livro 2024

Seções	Observações
Razões trigonométricas: • História da Matemática; • Introdução; • Tangente de um ângulo agudo; • Tabela de razões trigonométricas; • Seno e cosseno de um ângulo agudo.	Apresenta o significado da palavra trigonometria e seu desenvolvimento ao longo da história da Matemática. Além disso, define o conceito de declividade a partir das rampas de acessibilidade. Conceitua os cálculos de seno, cosseno e tangente para ângulos agudos e explica como obter esses resultados com calculadora científica.
Atividades resolvidas	Seção com duas tarefas resolvidas.
Atividades	Seção com 29 tarefas.
Experimente	Exemplifica as razões trigonométricas a partir do uso de softwares.
Ângulos notáveis: • Triângulo equilátero; • Quadrado.	Explicitação dos ângulos notáveis e a presença deles no triângulo equilátero e quadrado.
Atividade resolvida	Seção com uma tarefa resolvida.
Atividades	Seção com 22 tarefas.
Interligando	Seção que propõe o trabalho interdisciplinar a partir do tema acessibilidade.
Projeto	Seção que propõe o trabalho interdisciplinar a partir dos deslizamentos de terra.

Fonte: Dados da pesquisa (2026).

De um modo geral, os livros se assemelham quanto à estrutura, ordenação e quantidade de tarefas. No entanto, algumas diferenças na forma de abordagem e inclusão de relações mais explícitas com a realidade, foco desta pesquisa, foram observadas e serão objeto de discussão na seção seguinte.

5 Análise dos dados

A abordagem histórica apresentada nos dois livros é a mesma, inclusive com a reprodução textual de parte de um livro de História da Matemática. Os autores consideram que trazer essa perspectiva "[...] coloca os estudantes em contato com um processo de construção do conhecimento e com os encaminhamentos na resolução de problemas enfrentados pela humanidade no decorrer do tempo" (Iezzi *et al.*, 2016, p. 289), e auxilia no reconhecimento da criatividade enquanto forma de resolver problemas historicamente situados (Iezzi *et al.*, 2024).

O conteúdo histórico sobre a trigonometria exprime as relações com a realidade, visto que os problemas enfrentados pelas antigas civilizações envolviam mensuração e demarcação de terrenos às margens dos rios. Além disso, diferentes instrumentos de medição, como a groma, o teodolito e o gnômon foram desenvolvidos para resolver situações com ângulos e distâncias.

Entende-se que esse caráter historicizado do conteúdo de trigonometria evidencia os conhecimentos matemático e tecnológico, podendo levar os estudantes a uma compreensão do papel da Matemática para resolver problemas, e enquanto forma de constituir ferramentas tecnológicas, como é o caso dos instrumentos citados. Assim, há uma tendência que contribui para o estabelecimento da matemacia (Skovsmose, 1994; 2001), mas sem a presença do conhecimento reflexivo, visto que não há questionamentos direcionados aos alunos.

Outro ponto observado em ambos os livros se refere à construção e definição de conceitos trigonométricos a partir de situações com referência na realidade (Skovsmose, 2000), como é o caso da rampa de acessibilidade. Os autores utilizam as mesmas fotografias para exemplificar o conceito de declividade, além de indicar as normas estabelecidas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas quanto ao máximo de declividade em passeios públicos (ABNT, 2020).

Apesar dessa preocupação com a realidade e sua articulação com os conceitos matemáticos de razão, porcentagem e tangente, a continuidade da apresentação do conteúdo nos dois livros traz foco quase total para a matemática pura, indicando as formas de calcular, além da tangente, os valores de seno e cosseno de ângulos agudos. A exceção que aparece é apenas um exemplo semirreal para o cálculo da tangente em uma rampa.

Em relação ao livro de 2016, o restante do conteúdo, com explicitação dos ângulos notáveis e a presença deles no triângulo equilátero e quadrado, bem como a apresentação da relação entre as razões trigonométricas a partir do triângulo retângulo sugerem um trabalho voltado apenas a matemática pura, com foco nas técnicas e procedimentos para resolver problemas.

Já o livro de 2024 também manteve essa abordagem para as mesmas seções, mas adicionou duas seções que apresentam as relações do conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo com situações reais, como o caso da acessibilidade e do deslizamento de terras. As orientações pedagógicas citadas pelos próprios autores vão ao encontro dos Temas Contemporâneos Transversais, que são referenciados na Base Nacional Comum Curricular[3] como formas de contextualizar o ensino a partir de temas do interesse dos estudantes e de sua importância para o desenvolvimento da cidadania (Brasil, 2019).

[3] A Base Nacional Comum Curricular é o documento normativo que rege a Educação Básica brasileira.

A análise sobre essas duas seções revela uma proposta interdisciplinar de Iezzi *et al.* (2024) a respeito de possibilidades de relacionar o conteúdo matemático com aplicações reais. Apesar disso, a acessibilidade se torna o tema por si só, e o papel do conhecimento matemático para compreensão da temática ocorre de maneira superficial, sem reflexões que permitam ao estudante analisar a situação e questionar as medidas indicadas para os locais serem ou não acessíveis (Figura 2).

3. Uma loja, preocupada com a acessibilidade das vitrines e dos mostruários, projetou-os de maneira que a altura visual deles estivesse ao alcance das pessoas que usam cadeira de rodas. Segundo as normas de acessibilidade, para peças de observação horizontal, a iluminação deve ser perpendicular ao piso; já para peças de observação vertical, a iluminação deve incidir sobre a peça a 30°, formando 60° com a horizontal. O acervo disponível para manuseio deve estar disposto de modo que as pessoas em cadeira de rodas o alcancem, conforme ilustra a imagem.

Pelas normas de acessibilidade, a medida da altura da superfície de exposição deve ser entre 75 cm e 85 cm. Calcule a medida da altura da bancada do mostruário e verifique se foi construída de maneira acessível.

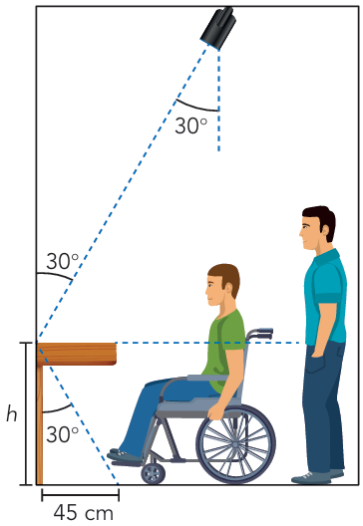


Figura 2 – Tarefa em contexto de acessibilidade

Fonte: Iezzi *et al*. (2024, p. 185).

A temática de deslizamento de terras, por outro lado, aborda a proposição de um projeto a ser realizado em grupo com foco na atuação dos estudantes em suas comunidades, com o objetivo de conhecer e identificar áreas de risco de deslizamentos. Como indicam os autores, o trabalho com projeto ocorre "[...] por meio de situações-problema que desafiem os estudantes a aplicar seus conhecimentos e habilidades de maneira prática" (Iezzi *et al.*, 2024, p. 331).

Dessa forma, o conhecimento matemático não apenas se interliga com as situações reais, mas é um meio para compreender e reconhecer a sua importância e, possivelmente, gerar ações concretas. Assim, se vê que a matemacia pode ser desenvolvida a partir dessa tarefa, pois indica as articulações dos três pilares (Skovsmose, 1994; 2001): o ferramental matemático para o cálculo de inclinação, o tecnológico para confecção de modelos, e o reflexivo diante da argumentação e divulgação das áreas de risco na comunidade dos estudantes.

No que se refere às tarefas propostas aos estudantes, realizou-se a classificação delas na matriz dos ambientes de aprendizagem (Skovsmose, 2000). Essa organização,

disposta nas Tabelas 1 e 2, apenas auxilia na visualização dos dados, e não confere um caráter determinista sobre as tarefas, visto que em sala de aula o professor pode reformulá-las (Milani, 2020).

Tabela 1 – Classificação de tarefas de Iezzi et al. (2016)

	Paradigma do exercício	Cenário para investigação	Total
Referências à matemática pura	26	1	27
Referências à semirrealidade	29	0	29
Referências à realidade	0	0	0
Total	55	1	56

Fonte: Dados da pesquisa (2026).

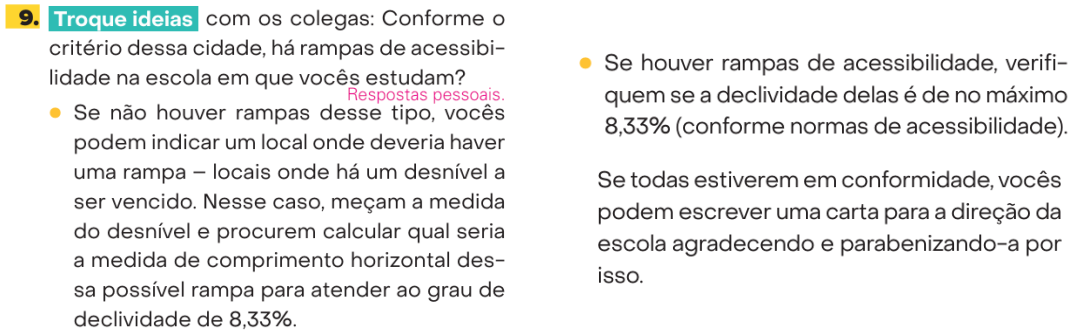
Tabela 2 – Classificação de tarefas de Iezzi et al. (2024)

	Paradigma do exercício	Cenário para investigação	Total
Referências à matemática pura	22	3	25
Referências à semirrealidade	24	0	24
Referências à realidade	1	1	2
Total	47	4	51

Fonte: Dados da pesquisa (2026).

Os dados das tabelas indicam que não há grandes mudanças entre os livros didáticos no que se refere às tarefas dentro do paradigma do exercício. As tarefas nessa situação indicam o uso de verbos no imperativo, sobretudo os ambientes (1) e (3), tais como ‘determine’, ‘calcule’, ‘obtenha’, ‘classifique’ e ‘represente’.

No entanto, chama atenção que apenas no livro de 2024 haja referências à realidade, mesmo que em número baixo, com menos de 5% do total de tarefas. São trazidas na Figura 3 as duas tarefas que pertencem aos ambientes (5) e (6) para exemplificar o aparecimento e a forma como a realidade é representada pelos autores.



9. **Troque ideias** com os colegas: Conforme o critério dessa cidade, há rampas de acessibilidade na escola em que vocês estudam?

Respostas pessoais.

- Se não houver rampas desse tipo, vocês podem indicar um local onde deveria haver uma rampa – locais onde há um desnível a ser vencido. Nesse caso, meçam a medida do desnível e procurem calcular qual seria a medida de comprimento horizontal dessa possível rampa para atender ao grau de declividade de 8,33%.
- Se houver rampas de acessibilidade, verifiquem se a declividade delas é de no máximo 8,33% (conforme normas de acessibilidade).

Se todas estiverem em conformidade, vocês podem escrever uma carta para a direção da escola agradecendo e parabenizando-a por isso.

Figura 3 – Tarefas em contexto de realidade

Fonte: Iezzi *et al*. (2024, p. 178).

As duas tarefas, pertencentes ao mesmo enunciado, retratam o contexto de acessibilidade na escola dos possíveis usuários do livro didático. É interessante perceber

que apenas o contexto das rampas é que aparece como realidade, indo ao encontro das seções iniciais do material, que constrói o conceito de tangente a partir da inclinação da rampa de acessibilidade.

Compreende-se que o papel da Matemática para compreender o mundo, função a qual a matemacia tem grande potencialidade, acaba por ficar limitada nos livros didáticos, visto que apenas a inclinação de rampas ganha destaque como recurso real de conexão entre os conceitos e os aspectos físicos do mundo. Limitar o conteúdo de trigonometria do triângulo retângulo a um único contexto real dificulta a ampliação do olhar crítico dos estudantes, até porque não é garantido que em todas as suas localidades haja rampas.

A predominância de tarefas vinculadas aos ambientes (1) e (3) da matriz de Skovsmose (2000) reforça a centralidade do paradigma do exercício na organização do conteúdo. Mesmo quando há referências à semirrealidade, estas aparecem, em grande parte, como contextos ilustrativos utilizados apenas para introduzir ou aplicar procedimentos previamente definidos, sem abertura para exploração, formulação de hipóteses ou problematizações. Dessa forma, a realidade tende a assumir um papel instrumental, funcionando como cenário para o treino de técnicas matemáticas, e não como objeto de investigação crítica.

Essa característica pode ser percebida, por exemplo, na recorrência de exercícios que utilizam medidas de escadas, rampas, postes ou sombras apenas para substituir valores em relações trigonométricas já estabelecidas. Embora tais situações estabeleçam algum vínculo com elementos do cotidiano, elas permanecem fortemente direcionadas por comandos fechados e por expectativas de respostas únicas. Assim, os estudantes são conduzidos prioritariamente à execução de cálculos, o que limita possibilidades de argumentação, tomada de decisão e reflexão sobre os contextos apresentados, o que seria fundamental para o desenvolvimento da matemacia (Skovsmose, 1994; 2001).

Ao comparar as duas edições, observa-se que o livro de 2024 apresenta um movimento de ampliação das conexões entre trigonometria e realidade, especialmente pela inserção de tarefas investigativas e pela aproximação com temas sociais contemporâneos. Contudo, tais inserções ainda aparecem de forma pontual e pouco articulada ao conjunto da obra. A maior parte do capítulo continua estruturada sob uma lógica procedimental, centrada na formalização dos conceitos e no desenvolvimento de técnicas operatórias.

Nesse sentido, entende-se que as mudanças identificadas entre as edições revelam avanços importantes, sobretudo pela incorporação de discussões ligadas à cidadania, acessibilidade e riscos ambientais. Entretanto, tais avanços ainda coexistem com uma perspectiva tradicional de ensino da Matemática, em que a contextualização aparece de maneira periférica. A realidade é trazida para o livro didático, mas raramente se constitui como espaço de investigação crítica capaz de mobilizar a matemacia em seu pilar reflexivo.

Diante disso, considera-se que o ensino de trigonometria no triângulo retângulo poderia explorar uma maior diversidade de situações reais relacionadas aos diferentes contextos vivenciados pelos estudantes, tais como problemas urbanos, construções, tecnologias digitais, navegação, arquitetura, cartografia e fenômenos naturais. A ampliação desses contextos, associada a propostas investigativas, poderia favorecer não apenas a aprendizagem conceitual da trigonometria, mas também a compreensão do papel social da Matemática na leitura e interpretação do mundo.

6 Considerações finais

Esta pesquisa teve como objetivo identificar mudanças no conteúdo e nas tarefas de trigonometria no triângulo retângulo de uma coleção de livros didáticos de Matemática aprovada em dois editais do PNLD, com foco na representação da realidade. À luz da Educação Matemática Crítica, especialmente das discussões de Skovsmose (1994; 2000; 2001) acerca da matemacia e dos ambientes de aprendizagem, buscou-se compreender de que forma os livros analisados estabelecem relações entre os conceitos trigonométricos e situações da realidade.

Os resultados indicam que os dois livros apresentam forte aproximação estrutural, tanto na organização do conteúdo quanto na quantidade e no perfil das tarefas propostas. Em ambos os materiais, prevalecem tarefas vinculadas ao paradigma do exercício e com referência à matemática pura e à semirrealidade, enfatizando técnicas operatórias, procedimentos algorítmicos e cálculos envolvendo seno, cosseno e tangente. Tal característica evidencia uma predominância do conhecimento matemático, conforme discutido por Skovsmose (1994; 2001), em detrimento de propostas que promovam problematizações mais amplas sobre o papel da Matemática na sociedade.

Apesar dessas semelhanças, o livro mais recente apresenta avanços no que se refere à inserção de contextos relacionados à realidade, especialmente por meio das

seções “Interligando” e “Projeto”. Essas propostas ampliam as possibilidades de articulação entre a Matemática e questões sociais, como acessibilidade e deslizamentos de terra, aproximando-se de cenários para investigação (Skovsmose, 2000). Em particular, o trabalho com projetos sobre áreas de risco evidencia potencial para mobilizar os conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo, favorecendo o desenvolvimento da matemacia (Skovsmose, 1994; 2001).

Entretanto, a análise também revela limites importantes. A presença de referências à realidade ainda é bastante reduzida quantitativamente e, em muitos casos, ocorre de forma superficial, sem promover discussões mais profundas sobre as implicações sociais, políticas e éticas envolvidas nos contextos apresentados. Além disso, a centralização da acessibilidade como principal contexto real restringe as possibilidades de diversificação das relações entre trigonometria e realidade, reduzindo o potencial crítico do conteúdo.

Assim, compreende-se que houve mudanças entre as coleções analisadas, sobretudo na tentativa de aproximar o ensino de trigonometria de temas contemporâneos e socialmente relevantes. Contudo, tais mudanças ainda são insuficientes para romper com a predominância do paradigma do exercício e para consolidar propostas voltadas efetivamente à Educação Matemática Crítica.

Por fim, defende-se que investigações dessa natureza podem contribuir tanto para pesquisas em livros didáticos quanto para a prática docente, auxiliando professores na seleção e problematização das tarefas presentes nos materiais utilizados em sala de aula. Além disso, o estudo aponta possibilidades para futuras pesquisas que analisem outros conteúdos matemáticos, diferentes coleções ou mesmo as formas como professores transformam tarefas do paradigma do exercício em cenários para investigação no contexto escolar.

REFERÊNCIAS

ABNT. *Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos*. 4. ed. Rio de Janeiro: [S.n.], 2020.

AMARAL, R. B.; MAZZI, L. C.; ANDRADE, L. V.; PEROVANO, A. P. *Livro didático de Matemática*: compreensões e reflexões no âmbito da Educação Matemática. Campinas: Mercado de Letras, 2022.

BRASIL. *Temas contemporâneos transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa*: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

GUIMARÃES, D. R. *Educação Matemática Crítica permeando capítulos de Geometria em livros didáticos*: entre direcionamentos, contextos e enunciados. 2022. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2022.

IEZZI, G.; DEGENSZAJN, D.; TAMARI, M.; PASMANIK, G. *Identidade Saraiva*: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 1: Ensino Médio. São Paulo: Saraiva, 2024.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R; ALMEIDA, N. *Matemática*: ciência e aplicações: ensino médio, volume 1. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

MILANI, R. Transformar exercícios em cenários para investigação: uma possibilidade de inserção na educação matemática crítica. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 13, n. 31, p. 1-18, 2020.

PEROVANO, A. P.; GUIMARÃES, D. R.; LITOLDO, B. F. Análise do livro didático de matemática no Third International Conference on Mathematics Textbooks Research and Development: perspectivas e possibilidades de pesquisa. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 15, n. 2, p. 237-261, 2022.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. Tradução de Jonei Cerqueira Barbosa. *Bolema*, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica*: a questão da democracia. Tradução de Abgail Lins e Jussara de Loiola Araújo. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.