O CÁLCULO DO NÚMERO DESCONHECIDO EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS DO BRASIL E DA FRANÇA

Magda Almeida [1]
Elisângela Espíndola [2]
Nadine Grapin[3]
Mariana Moran[4]

GD1: Livro Didático e Currículo

Resumo
Este artigo se insere nos estudos comparativos do sistema escolar francês e brasileiro, desenvolvidos no projeto: LEMatIS - Ensino de Matemática e Desigualdades Escolares. Aqui, buscamos analisar as praxeologias sobre o cálculo do número desconhecido em livros didáticos (LD) da França (no CM1) e do Brasil (no 4º ano do ensino fundamental) envolvendo as operações de adição e de subtração. A pesquisa é baseada na Teoria Antropológica do Didático. Foram analisados os LD (do aluno e do professor) de duas coleções, uma de cada país. Dentre os resultados, destacamos o cálculo do número desconhecido sob a forma « a -? = c », como a tarefa de maior frequência nos LD analisados. Ademais, a forte presença dos ostensivos algébricos no LD francês e aritméticos no LD brasileiro. Revelando uma ênfase sobre o cálculo mental no LD do Brasil, dentre as técnicas para resolver as tarefas do tipo T - Calcular o número desconhecido em uma igualdade sob a forma « a +/-? = c » ou «? +/- b = c ». Sendo as técnicas ancoradas nas propriedades das operações inversas e da igualdade, mais exploradas no LD francês.
Palavras-chave: Teoria antropológica do didático. Cálculo do número desconhecido. Livros didáticos da França e do Brasil. Anos iniciais do ensino fundamental.

1 Introdução

Este artigo é fruto dos estudos desenvolvidos no projeto de cooperação internacional, financiado de maneira bilateral, pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), no Brasil e pelo *Comité Français d'Évaluation de la Coopération Universitaire et Scientifique avec le Brésil* (Cofecub), na França: LEMatIS - Ensino de Matemática e Desigualdades Escolares[5].

[1] Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) • Doutoranda • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • magda.almeida@ufrpe.br • https://orcid.org/0009-0000-8139-052X
[2] Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) • Doutorado • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • elisangela.melo@ufrpe.br • https://orcid.org/0000-0002-3769-0768
[3] Université Paris Est Créteil (UPEC) • Doutorado • Paris, França • nadine.grapin@u-pec.fr • https://orcid.org/0000-0002-1096-4140
[4] Universidade Estadual do Paraná (UEM) • Doutorado • Maringá, Paraná (PR), Brasil • mmbarroso@.uem.br • https://orcid.org/0000-0001-8887-8560

[5] LEMatIS - L'Enseignement des Mathématiques et Inégalités Scolaires.

No presente artigo, nosso olhar é voltado para as adaptações dos autores de livros didáticos (LD) às exigências da inserção da álgebra nos programas escolares dos anos iniciais do Brasil e da França. No cenário brasileiro, essa inserção (do 1º ao 5º ano do ensino fundamental) ocorreu em 2018, com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Na França, a álgebra começou a ser incorporada, no ano de 2025, apenas no programa do 3º ciclo (*Cours Moyen 1 - CM1; Cours Moyen 2 - CM2 e 6ème année*).

No decorrer deste artigo, buscamos refinar as diferenças e semelhanças entre os programas escolares da França e do Brasil sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais. Apresentamos o quadro teórico e metodológico adotado para a pesquisa: a Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1999). E na sequência, apresentamos os resultados e considerações frente ao objetivo de analisar as praxeologias sobre o cálculo do número desconhecido em livros didáticos da França (no CM1) e do Brasil (no 4º ano do ensino fundamental), envolvendo as operações de adição e de subtração.

2 Orientações curriculares sobre a álgebra nos anos iniciais na França e no Brasil

No cenário brasileiro, conforme a BNCC (Brasil, 2018), o pensamento algébrico é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Segundo le *Ministère de l'Éducation Nationale* (France, 2025), a partir do 3º ciclo (4º ao 6º ano), a introdução do pensamento algébrico marca uma mudança de paradigma: trata-se de raciocinar sobre números desconhecidos, que serão representados no 4º ciclo (7º ao 9º ano) por letras.

É a partir do 3º ano do ensino fundamental (EF), que na unidade temática "álgebra", aparece na BNCC, o estudo das "relações entre a adição e a subtração, e entre a multiplicação e a divisão", correlato à habilidade EF03MA11: "Compreender o conceito de igualdade para escrever diferentes adições ou subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença" (Brasil, 2018, p.287).

Já, no programa francês, até o 3º ano (*Cour Élémentaire 2 - CE2*), os problemas matemáticos são essencialmente de natureza aritmética, envolvendo números ou grandezas (France, 2025). Contudo, compreende-se que nos raciocínios que o aluno mobiliza para resolvê-los, ele progride do conhecido para o desconhecido.

Assim, no 3º ano, podemos evidenciar no programa francês, no domínio dos "Números", no escopo do cálculo mental e dos fatos numéricos, a indicação que: O aluno

sabe completar igualdades *à trous* (em lacunas), com adição e subtração ou multiplicação e divisão, por exemplo, do tipo: 4 + … = 12; 5 + 3 = …; 10 = 7 + …; ou, do tipo: 2 × … = 12 ; 2 × 16 = … ; 2 × … = 70 . Além disso, o aluno demonstra compreensão sobre as operações inversas. Por exemplo: 7 × 13 = 91, logo 91 ÷ 7 = 13 e 91 ÷ 13 = 7. No Brasil, também podemos encontrar estes elementos, nas habilidades: EF03MA03 – "Construir e utilizar os fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito" (Brasil, 2018, p. 287) e EF02MA05 – "Construir os fatos básicos da adição e da subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito" (Brasil, 2018, p. 283).

Diante disso, apresentamos no Quadro 1, uma comparação do que é previsto para os estudos de álgebra no 4º ano, ou seja, na entrada da álgebra no programa francês em relação ao previsto pela BNCC, no Brasil. Com destaque para os objetos de conhecimentos (OC) e suas respectivas habilidades no currículo brasileiro e objetivos de aprendizagem (OA) e exemplos de sucesso propostos no currículo francês.

Quadro 1 – Álgebra no 4º ano nos currículos do Brasil e da França

BRASIL - 4º ano		**FRANCE - 4º ano (CM1)**	
OC	Habilidade	OA	Exemplos de sucesso
Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão	EF04MA13	Encontrar o número que falta em uma igualdade *à trous*.	[...] O aluno sabe encontrar mentalmente o número que falta em uma igualdade como as seguintes: 347 = 20 + …; 5 760 – … = 5 360; 4 000 – … = 3 999; 2 × 137 × 5 = 137 × …; 24 × 5 = … × 10; 144 + 7 = 142 + …; 142 – 14 = … – 17. Por escrito, o aluno sabe encontrar o número que falta em uma igualdade *à trous* como: 748 + … = 1200; 24 × 5 = 20 × 5 + … × 5; 28 – 18 = … : 5.
Propriedades da igualdade	EF04MA14 EF04MA15	Determinar o valor de um número desconhecido utilizando um símbolo ou uma letra para representá-lo.	O aluno compreende que números desconhecidos podem ser representados por símbolos ou por letras. O aluno sabe resolver problemas onde os números são representados por símbolos ou letras, tais como: ► Dispomos de lápis todos idênticos. Temos o seguinte resultado: Qual é a massa de um lápis?  ► Maxime colocou três tesouras idênticas em um prato de sua balança e obteve o equilíbrio adicionando diferentes pesos, como indicado no esquema abaixo. Qual é a massa de uma tesoura?  ► Rose escolheu um número anotado como N e efetuou o seguinte cálculo: 3 × (2 + N). Ela encontrou 27. Qual é o número N que ela escolheu?

Fonte : Brasil (2018) e Ministère de l'Education Nationale (France, 2025).

Sobre o OA francês "encontrar o número que falta em uma igualdade *à trous*" (Quadro 1), percebemos uma correlação com a habilidade EF04MA13: "Reconhecer, por

meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão para aplicá-las na resolução de problemas" (Brasil,2018, p.291). Contudo, no programa francês, orienta-se que: A fim de favorecer a aprendizagem sólida das habilidades de cálculo (mental ou escrito), os alunos do 3º ciclo não dispõem do uso de calculadoras pessoais. Embora o professor possa disponibilizá-las quando julgar relevante o seu uso, seja para realizar uma tarefa específica ou atender às necessidades de certos alunos (France, 2025).

Já sobre as habilidades EF04MA14: "Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos" (Brasil, 2018, p. 291) e EF04MA15: "Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais"(*ibidem*), podemos constatar no programa francês, orientações sobre a exploração das noções de equivalência e de igualdade para o cálculo do número desconhecido, por exemplo, em situações representadas com a balança de dois pratos (Quadro 1).

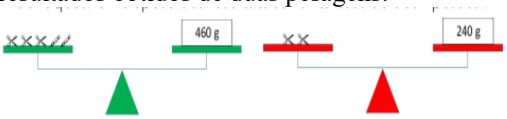
Conforme o *Ministère de l'Éducation Nationale* (France, 2025), a passagem progressiva da aritmética para a álgebra necessita de tempo e de uma abordagem adaptada. Para acompanhar essa transição, o programa do 3º ciclo introduz alguns modelos pré-algébricos (esquemas de barras, balanças, padrões evolutivos). Essas ferramentas permitem manipular números desconhecidos representados por símbolos ou por palavras, facilitando o acesso a esse novo modo de raciocínio.

Em termos de progressividade dos estudos do 4º ano, no Brasil, o 5º ano é aquele que finaliza os anos iniciais do EF. Na França, esse ano escolar é agregado ao 6º ano no 3º ciclo, o que suscita de certa forma, um aspecto de continuidade dos estudos precedentes.

A propósito disso, no Quadro 2, expomos o que é proposto para o 5º ano nos dois países, sobre os conteúdos algébricos, particularmente, em tela, neste artigo.

Quadro 2 – Álgebra no 5º ano nos currículos do Brasil e da França

BRASIL - 5º ano		**FRANCE - CM2**	
OC	Habilidade	OA	Exemplos de sucesso
Propriedades da igualdade e noção de equivalência	EF05MA10	Encontrar o número que falta em uma	Em casos simples, o aluno sabe encontrar mentalmente o número que falta em uma igualdade, por exemplo, a partir de igualdades como as seguintes: 347 = 20 + … ; 5 760 – … = 5 360 ; … – 1 = 3 999 ; 2 × 137 × 5 = 137 × … ; 24 × 5 = … × 10 ; 24 × 5 = 20 × 5 + … × 5 ; 144

		igualdade *à trous*	+ 237 = … + 239 ; 142 – 54 = … – 57. O aluno sabe encontrar o número que falta em uma igualdade *à trou* como (2 × …) – 5 = 23 utilizando seus conhecimentos em cálculo e as propriedades das operações. Os membros das igualdades propostas contêm, no máximo, duas operações, como 8 + (2 × …) = 11 ou 18 = 10 + (…: 5).
Propriedades da igualdade e noção de equivalência	EF05MA11	Resolver problemas algébricos	O aluno compreende que números desconhecidos podem ser representados por letras ou por símbolos. O aluno sabe resolver problemas onde os números são representados por símbolos. Por exemplo: Dispomos de tesouras todas idênticas e de lápis todos idênticos. Dispomos dos seguintes resultados obtidos de duas pesagens:  Qual é a massa de uma tesoura? Qual é a massa de um lápis?

Fonte : Brasil (2018) e *Ministère de l'Education Nationale* (France, 2025).

No Brasil, as habilidades previstas para o 5º ano: EF05MA10 – "Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência" (Brasil, 2018, p.295) e "EF05MA11: Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido" (*ibidem*), reforçam as habilidades do 4º ano EF04MA14 e EF04MA15 que convergem com os OA do programa francês (CM2). Contudo, o cálculo mental é recomendado na França para a tarefa de "encontrar o número que falta em uma igualdade *à trous*", além de outras estratégias de cálculo. A elaboração de problemas é prescrita apenas no Brasil. Ou seja, na França, as orientações versam apenas sobre a resolução de problemas algébricos.

Diante do exposto, pontuamos que desde a implementação da BNCC, os LD dos anos iniciais, no Brasil, têm apresentado OC da álgebra. Na França, isso ainda está em processo de adaptação (ao programa de 2025 que estabeleceu o ensino de álgebra a partir do CM1 - 4º ano). De forma que, particularmente, interessamo-nos em investigar como os LD estão abordando o cálculo do número desconhecido na França (no CM1) e no Brasil (no 4º ano do EF), com base em uma análise de suas praxeologias, no quadro da Teoria Antropológica do Didático (TAD), que passamos a expor a seguir.

3 A TAD e os modelos praxeológicos de referência sobre o cálculo do número desconhecido em LD dos anos iniciais

A TAD (Chevallard, 1999) constitui um referencial teórico-metodológico voltado à compreensão das práticas institucionais relacionadas ao ensino e à aprendizagem. Seu princípio fundamental é que toda atividade humana pode ser descrita em termos de praxeologias. No caso da matemática, uma praxeologia organiza-se em quatro componentes: tarefas (T), técnicas (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ). Os tipos de tarefas correspondem a classes de problemas reconhecidas como pertencentes a uma mesma família; as técnicas - aos procedimentos utilizados para resolvê-los; a tecnologia - ao discurso que explica e justifica essas técnicas; e a teoria reúne princípios e propriedades que fundamentam as tecnologias.

No âmbito da TAD, o LD é entendido como um importante objeto de investigação didática, pois materializa escolhas curriculares, organiza percursos de estudo e explicita formas legitimadas de abordagem dos saberes escolares. Assim, sua análise possibilita identificar quais praxeologias são propostas aos estudantes, quais técnicas são privilegiadas e quais justificativas tecnológicas lhes dão sustentação.

No bojo da TAD, um modelo praxeológico de referência (MPR) (Bosch; Gascón, 2005), apresenta-se como uma unidade de análise do saber, por via da decomposição de uma praxeologia global em estudo (no nosso caso, a Álgebra) em um número de praxeologias regionais. Por sua vez, cada uma dessas, desdobra-se em praxeologias locais, que por fim se desdobram em praxeologias pontuais.

Diante disso, o delineamento do nosso MPR, como unidade de análise dos LD da França e do Brasil, foi baseado nos modelos já desenvolvidos por Kaspary (2020) e Marechal (2010) sobre a análise de praxeologias relacionadas ao cálculo do número desconhecido em LD dos anos iniciais. Estes MPR levam em conta tipos de tarefas que remetem à resolução de problemas do campo aditivo (Vergnaud, 1990) possíveis de serem modelizáveis e aquelas já sob a forma "a +/- b = c" ou “a +/- ? = c” ou “? +/- b = c”. No presente trabalho, nós nos concentramos sobre essas últimas, ou seja, nas tarefas envolvendo o cálculo do número/valor desconhecido/ *calcul à trou* (com lacunas).

No MPR de Kaspary (2020), o cálculo do número desconhecido foi analisado a partir da tarefa: “**T** $^{+/-}$: Encontrar o valor desconhecido em uma situação modalizável por ou dada sob a forma "a +/- b = c", onde a, b e c são números inteiros positivos”.

Essa análise ocorreu por meio de 5 variáveis (V) didáticas: **V1 - Ostensivos:** *V1a* - linguagem natural; *V1b* - pictográfica; *V1c* - linguagem aritmética e *V1d* - linguagem algébrica. **V2 - A ideia da situação**: *V2.1* - Uso de contexto (sim ou não); V2.2 - natureza do contexto (matemático ou extramatemático); *V2.3* - a estrutura aditiva (composição, transformação ou comparação) e *V2.4* - a operação da situação (adição ou subtração). **V3 - A informação desconhecida**: *V3a* - Operação direta: "a +/- b =?" e *V3b* - Operação com lacunas (*à trou*): "a +/-? = c" ou "? +/- b = c". **V4: Os 2 números conhecidos da tarefa** - *V4.1* - Tamanho dos números (2 pequenos; 1 grande e 1 pequeno, 2 grandes); V4.2 - Existência de múltiplos de 10 (nenhum múltiplo de 10; somente 1 múltiplo de 10; os dois são múltiplos de 10); *V4.3* - A ordem de grandeza dos números (mesma ordem ou ordens diferentes); *V4.4* : O tamanho da diferença (grande ou pequena). **V5: A existência de operação com reserva** - *V5.a* - com reserva ou *V5.b* - sem reserva.

As técnicas consideradas, por Kaspary (2020), para a resolução da $\mathbf{T}^{+/-}$ são organizadas em três categorias: Cálculo mental; operações inversas e relações de equivalência. No Quadro 3, expomos como Kaspary (2020) chama a atenção para as técnicas que permitem resolver uma tarefa sob a forma específica "a +? = c". Por exemplo: 8 +? = 12. E, como essas, distinguem-se por seu caráter aritmético (t1 e t2) ou algébrico (t3), pela manipulação dos seus ostensivos em jogo.

Quadro 3 - Três aplicações de técnicas para resolver a tarefa « 8 +? = 12 »

t1	t2	t3
8 +? =12 Procuramos o complemento 8, 9, 10, 11, 12 4	8 +? = 12 Aplicamos a operação inversa 12 - 8 = 4	8 +? =12 ? = 12 - 8 ? = 4

Fonte: Kaspary (2020, p. 172).

A propósito das técnicas em torno da tarefa de encontrar o valor desconhecido em uma situação modelizável por ou dada sob a forma de « a +/-? = c » ou «? +/- b = c », no Quadro 4, são apresentadas configurações quanto ao uso das operações inversas.

Quadro 4 - Técnicas algébricas para o cálculo *à trou* com operações inversas

a +? = c	? + b = c	? - b = c	a -? = c	
a +? = c ? = c - a ? = b	? + b = c ? = c - b ? = a	? - b = c ? = c + b ? = a	a -? = c - ? = c - a !	a -? = c a = c +? c +? = a ? = a - c ? = b

Fonte: Kaspary (2020, p. 172).

Podemos observar no Quadro 4, que a tarefa sob a forma "a -? = c" é particularmente mais complexa do que os outros tipos, sendo importante levar em conta, os aspectos tecnológicos das propriedades do conjunto dos números naturais e das operações aritméticas. Ademais, em relação aos tipos de tarefas modelizáveis por ou sob a forma « a +/-? = c » ou «? +/- b = c », compreende-se a possibilidade do uso das técnicas algébricas justificadas pelas tecnologias das propriedades das igualdades e das operações inversas. Por exemplo, no Quadro 5, é possível também observar a complexidade de resposta para o tipo de tarefa sob a forma "a -? = c".

Quadro 5 - Técnicas algébricas para o cálculo *à trous* envolvendo as propriedades da igualdade

a +? = c	? + b = c	? - b = c	a -? = c	
a +? = c a +? - a = c - a (a - a) +? = c - a ? = c - a	? + b = c ? + b - b = c - b ? = c	? - b = c ? - b + b = c + b ? = c + b	a -? = c a -? - c = c - c !	a -? = c a - C -? = c - c (a - c) -? = 0 (a - c) = 0 +? ? = (a -c)

Fonte: autoria própria.

Marechal (2010) trata as tarefas de “operação direta” (Kaspary, 2020) como: T: Fazer uma subtração (a - b =?) ou T: Fazer uma adição (a + b =?). No MPR de Marechal (2010) a tarefa “T^{+} - Encontrar o termo que falta em uma adição *à trou*” é composta por 2 subtipos de tarefas: Encontrar o 1º termo em uma adição *à trou* (? + b = c) e encontrar o 2º termo em uma adição *à trou* (a +? = c). O que ocorre de modo semelhante na T^{-} - Encontrar o termo que falta em uma subtração *à trou*. Outros tipos de tarefas explorados neste MPR dizem respeito à: Encontrar uma decomposição aditiva (? + ? = c) e encontrar uma decomposição com subtração (? - ? = c).

Além disso, Marechal (2010), sinaliza dois níveis complexos de tarefas: I. **Somas e subtrações complexas de nível 1** - que exigem a consideração de uma operação recíproca (a +? = c, com a subtração “? = c – a /? + b = c”, com a subtração como recíproca “? = c – b /? – b = c”, com a adição como recíproca “? = c + b”); II. **Subtração complexa de nível 2** - que requer não apenas a consideração de uma operação recíproca, mas também o cálculo do oposto para se obter a solução, ou duas inversões de operações (a - ? = c → -? = c - a →? = a - c).

Em particular, para a análise dos LD francês e brasileiro, retemos as tarefas do tipo T - Calcular o número desconhecido em uma igualdade sob a forma « a +/-? = c » ou «? +/- b = c », a partir dos seguintes procedimentos metodológicos.

Os procedimentos metodológicos para a análise dos livros didáticos

Tendo em vista o objetivo de analisar as praxeologias sobre o cálculo do número desconhecido em LD da França (no CM1) e do Brasil (4º ano), envolvendo as operações de adição e de subtração, inicialmente procedemos à escolha das coleções: "*La Méthode de Singapour*" (Kritter, 2025) e "Da escola para o mundo" (Pessota, 2021).

A escolha da coleção "*La Méthode de Singapour*" (Kritter, 2025) ocorreu em virtude de esta ser a única que identificamos, até o presente momento, adaptada ao novo programa francês. No caso do Brasil, o LD da coleção "Da escola para o mundo" (Pessota, 2021), é aquele adotado em uma escola pública, cuja análise sobre o seu uso está em curso, no projeto "Lematis".

A coleção "*La Méthode de Singapour*" - CM1 foi analisada a partir dos LD do aluno (*fichier 2 e cahier d'exercices 2*) e do guia pedagógico. A análise do LD, do 4º ano do EF, da coleção "Da escola para o mundo" ocorreu a partir do manual do professor.

Nos LD franceses (fichier 2 - CM1 e cahier d'exercices 2 - CM1) o estudo da Álgebra é proposto, especificamente, na unidade 12, com uma seção especial ao cálculo do número desconhecido (denominada "*Égalités à trous*"). De forma que nos concentramos nos exercícios apenas dessa seção.

Diferentemente, na análise do LD brasileiro, buscamos identificar todos os exercícios com a indicação pelo autor da coleção "Da escola para o mundo" (Pessota, 2021), das habilidades da BNCC relativas à álgebra: EF04MA15 e EF04MA14.

No processo de produção e análise dos dados, selecionamos na seção de exercícios e de curso (Quadro 6) todos os subtipos de tarefas: T - Calcular o número desconhecido em uma igualdade sob a forma « a +/-? = c » ou «? +/- b = c », à luz dos MPR (Marechal, 2010; Kaspary, 2020).

Quadro 6 - Os tipos de tarefas para análise dos LD

T1 - Calcular o número desconhecido em uma adição na forma « a +? = c » ou «? + b = c »	**T2 - Calcular o número desconhecido em uma subtração na forma « a -? = c » ou «? - b = c »**
$T_{1.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma « a +? = c ».	$T_{2.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma subtração sob a forma « a -? = c ».
$T_{1.2}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma «? + b = c ».	$T_{2.2}$ - Calcular o número desconhecido em uma subtração sob a forma «? - b = c ».

Fonte: Autoria própria.

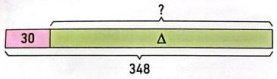
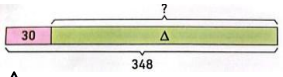
Após a identificação das tarefas T1 e T2 (Quadro 6), realizamos a leitura do guia pedagógico (LD francês) e do manual do professor (LD brasileiro) a fim de identificarmos as técnicas e tecnologias apresentadas pelos autores para a resolução dessas tarefas. Ao final da análise, comparamos os resultados obtidos, quanto a praxeologias matemáticas mais ou menos recorrentes nos LD de cada país.

Análise e discussão dos LD francês e brasileiro

No LD do aluno (*fichier 2* /CM1 - *La Méthode de Singapour*) é exposto na introdução sobre "Égalités *à trous*" que o número desconhecido pode ser representado por: um ponto de interrogação; um símbolo (△,□,♡,⊗), uma letra (como x…) e são apresentados dois exemplos, revelando-nos indícios sobre as técnicas a serem utilizadas nas respostas dos alunos às tarefas (na sessão de exercícios seguinte).

No Quadro 7, apresentamos o exemplo proposto no LD francês concernente à tarefa: $T_{1.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma « a +? = c ».

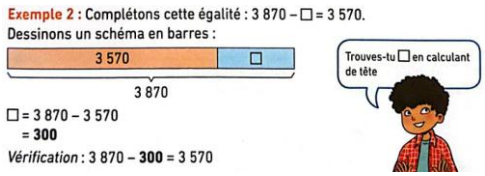
Quadro 7 - Exemplo com adição no LD do aluno (*fichier 2 /CM1*)

Exemplo	Tarefa	Técnica (t)
Cherchons le **nombre inconnu** dans une égalité à trous. Exemple 1 : 348 = 30 + Δ  On peut dessiner un schéma en barres.   **?** est l'écart entre 348 et 30, c'est la **différence** entre 348 et 30. Δ = 348 – 30 Δ = **318** *Vérification* : 30 + **318** = 348 On cherche la valeur de Δ pour que 348 = 30 + Δ. Δ = 318.	$T_{1.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma « a +? = c ». 348 = 30 + △	t: Operação inversa. "? /△ indica a diferença entre 348 e 30".  △= 348 - 30 △ = 318 O aluno é convidado a verificar que 348 = 30 + 318.

Fonte : LD "La Méthode de Singapour" (Kritter, 2025, p.109) - Fichier 2 - CM1.

O segundo exemplo, abaixo, envolve a tarefa $T_{2.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma subtração sob a forma « a -? = c ». Podemos perceber que a técnica apresentada para responder essa tarefa, baseia-se no cálculo mental, diferentemente, da tarefa do primeiro exemplo (Quadro 7).

Quadro 8 - Exemplo com subtração no LD do aluno (fichier 2 /CM1)

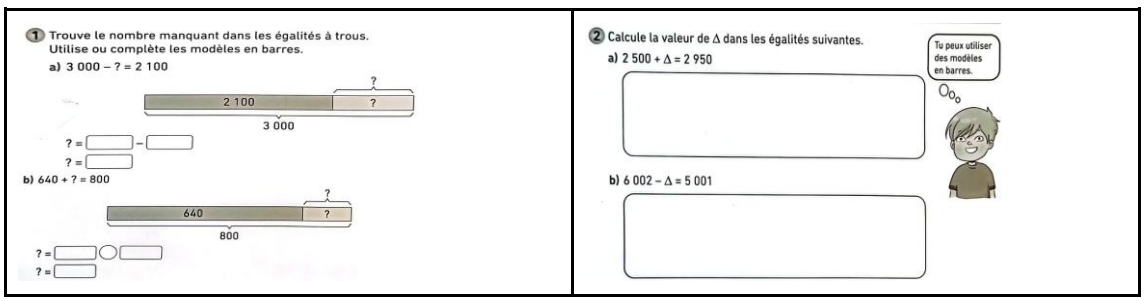
Exemplo	Tarefa	Técnica
	$T_{2.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma subtração sob a forma « a -? = c ».	t: Cálculo mental. "O □ indica a diferença entre 3870 e 3570". O aluno é convidado a calcular "de cabeça": 3870 - 3570.

Fonte : LD "La Méthode de Singapour" (Kritter, 2025, p.109) - Fichier 2 - CM1.

No guia pedagógico - "*La Méthode de Singapour*", afirma-se que o objetivo da seção "Égalités *à trous*" é levar o aluno a utilizar símbolos ou letras para representar números desconhecidos e completar igualdades *à trous* (com lacunas). Além dos exemplos (Quadro 7 e 8), sugere-se que o professor proponha situações "simples" e "fáceis" de encontrar o número desconhecido: 5 + x = 9 ou 8 - x = 6. Explorando oralmente: Procure o número que devemos juntar a 5 para obter 9 e que devemos tirar de 8 para obter 6, finalizando pela verificação da igualdade (5 + 4 = 9 ou 8 - 2 = 6) . Isto é, o aluno deve compreender que as quantidades à direita e à esquerda do sinal de igual tem valores iguais. E sugere-se que o professor ajude a desenhar os modelos em barras.

Especificamente, sobre o uso das barras, recomenda-se que se estabeleça uma relação com problemas já estudados pelos alunos do tipo parte-todo, nos quais se procura descobrir a quantidade desconhecida, sendo essa representada por "?", "△", "x" ou outros símbolos. No Quadro 9, expomos 2 tarefas do tipo $T_{2.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma subtração sob a forma « a -? = c » e 2 tarefas do tipo $T_{1.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma « a +? = c », do *cahier d'exercices* do aluno.

Quadro 9 - Exemplos de tarefas $T_{1.1}$ e $T_{2.1}$

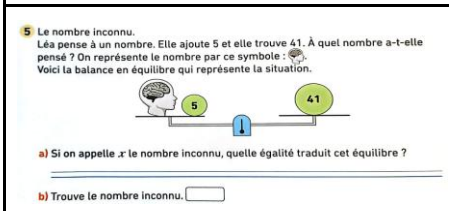


Fonte : LD "La Méthode de Singapour" (Kritter, 2025, p.106) - cahier d'exercices 2 - CM1.

Também no guia pedagógico da coleção "*La Méthode de Singapour*", sugere-se que o professor evoque a balança de dois pratos, a fim de explorar a noção de equilíbrio

preservada quando retiramos “a mesma coisa de cada lado”. No Quadro 10, temos um exemplo relacionado à $T_{1.2}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma «? + b = c », que remete à técnica baseada nos princípios da igualdade.

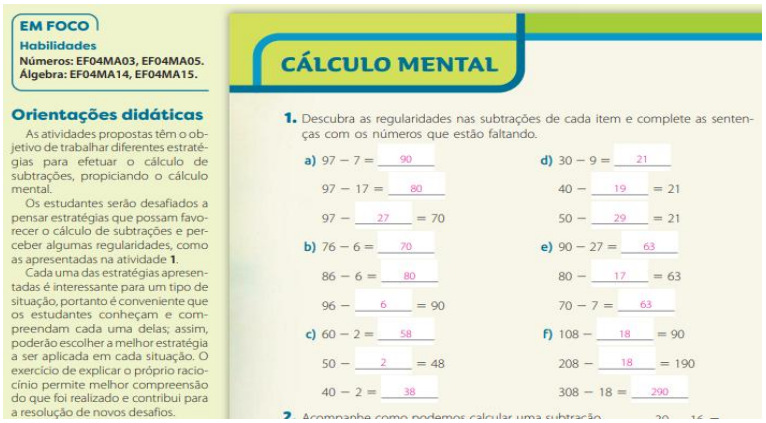
Quadro 10 - Exemplo de tarefa $T_{1.2}$ - LD francês

Exemplo	Orientação do guia pedagógico
	Apresente o exercício 5 chamado “jogo do mágico”. Acompanhe os alunos no início da resolução, mostrando a relação com a balança em equilíbrio (...). Diga aos alunos que todas essas igualdades, com a letra x (ou com outro símbolo) que representa um número desconhecido que devemos calcular, chama-se *equações.* *Escreva* esta palavra no quadro. Diga, “hoje começamos a *resolver equações*!”

Fonte : LD “La Méthode de Singapour” (Kritter, 2025, p.241) - Guide Pédagogique - CM1.

No que diz respeito ao LD brasileiro, da coleção “Da escola para o mundo”, é dito, no manual do professor que essa caracteriza--se pela exploração dos conteúdos de modo intercalado entre as unidades temáticas da BNCC: Números, Álgebra, Geometria, […]. Deste modo, identificamos em uma seção dedicada ao cálculo mental (Figura 1), as habilidades de Álgebra (EF04MA14 e EF04MA15) correlacionadas àquelas de Números (EF04MA03 e EF04MA05). De forma que as consideramos como tarefas do tipo $T_{2.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma subtração sob a forma « a -? = c ».

Figura 1 - Exemplo de tarefas do LD brasileiro - cálculo mental

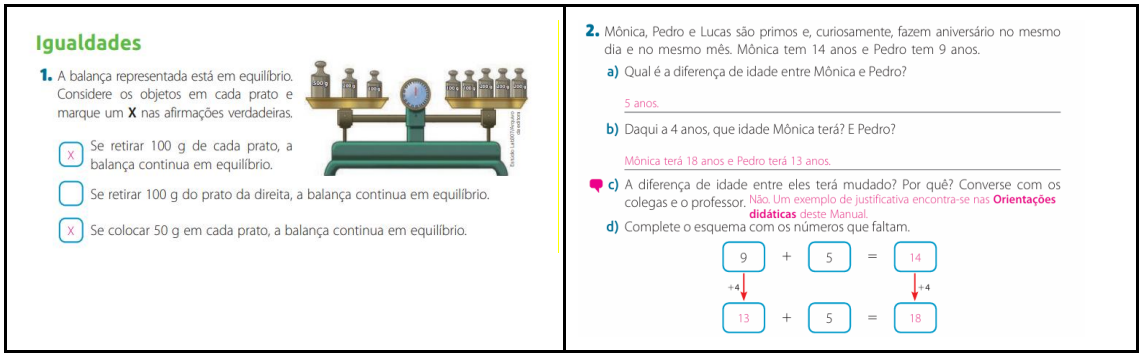


Fonte: LD “Da escola para o mundo” - 4º ano (Pessota, 2021, p. 134).

No manual do professor do LD brasileiro, afirma-se que no capítulo 2, “Igualdades, multiplicações e figuras”, trabalha-se o pensamento algébrico concernente às habilidades EF04MA14 e EF04MA15. Apenas neste capítulo identificamos, a recomendação do uso da balança, como introdução a uma série de 3 exercícios com adições e subtrações (apenas na forma “a +/-b =?”). Por exemplo, sobre o item c do 2º

exercício (Quadro 11), o autor do LD comenta: Espera-se que os estudantes concluam que a diferença continuará a ser de 5 anos (Pessota, 2021).

Quadro 11 - Exemplo de exercícios com habilidades EF04MA14 e EF04MA15

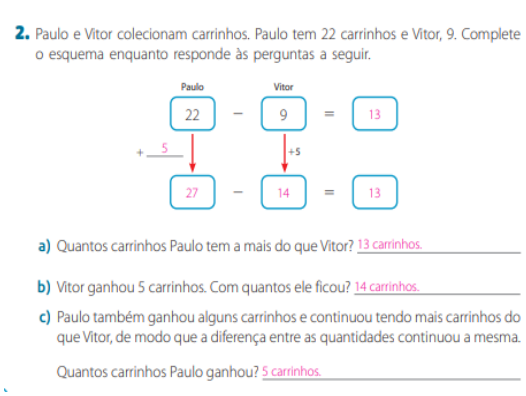


Fonte: LD "Da escola para o mundo" - 4º ano (Pessota, 2021, p. 134).

Sugere-se ainda que o professor, trabalhe oralmente outras situações iguais a essas (Quadro 11), depois, escreva as adições correspondentes, na forma de **esquemas** para que os estudantes compreendam que, quando se adiciona um valor a uma das parcelas de uma adição, esse mesmo valor será acrescido ao resultado (Pessota, 2021).

Por exemplo, no manual do professor, afirma-se que a atividade 2 (Quadro 12) avalia a determinação do número desconhecido em uma igualdade.

Quadro 12 - Exemplo de exercícios com habilidades EF04MA14 e EF04MA15

Manual do professor	**Exercício**
Atividade 2 : Para resolver os itens a e b, os estudantes devem fazer subtrações e adições simples usando **estratégias pessoais**. Para resolver os itens c e d, os estudantes podem **descobrir o número que, tirando-se 14, resulta em 13** e concluir que Paulo também precisa ganhar 5 carrinhos para que a diferença se mantenha. Ou, então, eles podem perceber que, **para que a diferença entre as quantidades seja mantida**, Paulo deve ganhar a mesma quantidade de carrinhos que Vitor ganhou. Caso eles tenham dificuldade, incentive-os a **completar o esquema** com todas as informações já obtidas nas respostas aos itens anteriores.	

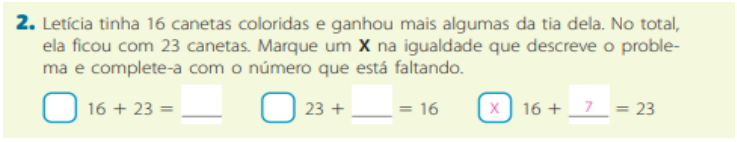
Fonte: LD "Da escola para o mundo" - 4º ano (Pessota, 2021, p. 98, grifo nosso).

Especialmente, no item c (Quadro 12), inferimos uma $T_{1.2}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma «? + b = c » (? - 14 = 13) e uma $T_{2.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma subtração sob a forma « a -? = c » (22 +? = 27), com apelo às técnicas de cálculo mental e implicitamente de operação inversa.

Conforme o autor da coleção “Da escola para o mundo”, ao longo dos volumes, são introduzidas propostas de atividades que envolvem a observação e a análise de relações numéricas e de operações e suas propriedades, que possibilita a construção de uma solução estratégica (por exemplo, em atividades que envolvam o uso do sinal de igualdade para explorar a noção de equivalência, e não apenas como indicador de um resultado) (Pessota, 2021).

Ademais, identificamos um único exercício, relacionado à habilidade EF04MA15 (Figura 2), que consideramos como uma tarefa - $T_{1.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma « a +? = c », com uso da técnica - cálculo mental. Sendo este, de certa forma diferente dos demais exercícios do LD brasileiro (quadros 11 e 12) quanto aos ostensivos centrados na linguagem natural e aritmética.

Figura 2 - Exemplo de tarefa $T_{1.1}$ - LD do Brasil



Fonte: LD “Da escola para o mundo” (Pessota, 2021).

A título de síntese, expomos no Quadro 13, os resultados sobre o quantitativo dos tipos de tarefas das duas coleções. Ressaltando que para resolvê-las, no LD francês, destacam-se as técnicas justificadas pelas tecnologias das operações inversas, de cálculo mental e das propriedades de equivalência. Enquanto, no LD do Brasil, prevalecem as técnicas relacionadas ao cálculo mental.

Quadro 13 - Panorama dos tipos de tarefas nos LD dos dois países

Subtipos de tarefas	LD BR	LD FR
$T_{1.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma « a +? = c ».	1	6
$T_{1.2}$ - Calcular o número desconhecido em uma adição sob a forma «? + b = c ».	1	2
$T_{2.1}$ - Calcular o número desconhecido em uma subtração sob a forma « a -? = c ».	9	5
$T_{2.2}$ - Calcular o número desconhecido em uma subtração sob a forma «? - b = c ».	0	0

Fonte: Autoria própria.

Outro aspecto de destaque, diz respeito aos diferentes ostensivos presentes nas tarefas dos LD dos dois países. Pelo exposto, a ausência da representação do número desconhecido, convencionalmente, por ostensivos algébricos ou pictográficos (Kaspary, 2020) no LD brasileiro, é um aspecto que nos chamou a atenção. Tendo em vista, que isso é bastante explorado no LD francês.

Considerações finais

Neste artigo, expomos um recorte do MPR sobre o cálculo do número desconhecido em construção no âmbito do projeto LEMatIS, como unidade de análise dos LD do Brasil e da França. Grosso modo, os resultados parciais deste trabalho nos apontam que ainda temos muito a descobrir e compreender sobre como são abordadas as relações entre aritmética e álgebra, nos LD e, como isso impacta o ensino do cálculo do termo desconhecido nos anos iniciais. Assim, como continuidade deste trabalho pretendemos analisar outros LD nos dois países a fim de ampliar o escopo das praxeologias matemáticas sobre este objeto de estudo.

REFERÊNCIAS

BOSCH, M. ; GASCÓN, J. La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 25, n. 2, p.105-160, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular***.** Brasília, DF, 2018.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n.19, v.2, p. 221-266, 1999.

FRANCE. Ministère de l'Education Nationale. *Bulletin officiel n° 16 du 17 avril 2025*. Paris, 2025.

KASPARY, D. *La noosphère, un lieu de tension pour le curriculum* : Étude didactique de la mise en place d'un système d'évaluation de manuels scolaires pour l'étude du champ additif à l'école primaire. 2020. Thèse (Doctorat), Université Grenoble Alpes; Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2020.

KRITTER, C. *La Méthode de Singapour*. Maths. CM1. Paris : La librairie des écoles, 2025.

MARÉCHAL, C. *Effets des contraintes institutionnelles sur les pratiques enseignantes dans l'enseignement spécialisé*. Une analyse didactique à partir du cas de l'introduction à l'addition. 2010. Thèse (Doctorat), University of Geneva, Genève, 2010.

PESSOTA, R. *Da escola para o mundo*. Matemática. 4º ano. São Paulo: Scipione, 2021.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 10, n. 2-3, p.133-169, 1990.