IDENTIFICAÇÃO DE PADRÃO EM SEQUÊNCIAS RECURSIVAS LINEARES E SUA RELAÇÃO COM O CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM EM LIVROS DO ENSINO FUNDAMENTAL E ENSINO MÉDIO

Andreza Santana da Silva Mendes[1]
Rosinalda Aurora de Melo Teles[2]

GD1: Livro Didático e Currículo

Resumo
Este artigo objetiva analisar as situações de identificação de padrão em sequências recursivas lineares de primeira ordem e como estas se relacionam a função afim, propostas em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Para isso adotamos como fundamentação teórica a Teoria dos Campos Conceituais, tomando como foco as propriedades matemáticas, denominadas invariantes. Apresentamos a análise do conteúdo de três coleções de livros didáticos de um mesmo autor, cada uma para um nível escolar, observando nas atividades em todos os capítulos e levando em consideração as habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular com temas como padrão, regularidade e sequências. Foram identificados 53 itens que abordam situações de identificação de padrão ou regularidade nos três níveis de ensino, categorizadas segundo os invariantes teoricamente estabelecidos para a situação. Observou-se, inclusive, a ausência de itens no 5º e no 9º ano do Ensino Fundamental, o que já era esperado, uma vez que não há habilidades sobre os temas no documento curricular que orienta esses anos escolares. Os resultados destacam que a relação das sequências recursivas com a função afim se dá, pelos invariantes observados, na manipulação das operações que estão imbricadas nas fórmulas que as regem, nas relações de correspondências entre os termos e suas ordens e a imagem e o domínio da função, respectivamente, assim como ao crescimento ou decrescimento da sequência e da função afim.

Palavras-chave: Invariantes. Função afim. Sequências recursivas lineares. Livro didático. Ensino Fundamental e Médio.

1 Introdução

A compreensão do conceito de função constitui um dos pilares centrais da Educação Matemática. Na educação básica, esse conceito começa a ser trabalhado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, por meio do desenvolvimento do pensamento algébrico, mais especificamente do pensamento funcional, sendo aprofundado progressivamente nos anos finais e formalizado, sobretudo, no Ensino Médio.

Pesquisas que evidenciam dificuldades inerentes ao ensino do conceito de função apontam para as opções metodológicas voltadas a uma abordagem estática desse conceito, além da ênfase em sua representação analítica (Vinner, 1983; Sierpinska, 1992; Sajka,

[1] Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Mestrado • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • andrezass19@hotmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0001-9675-3557
[2] Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) • Doutorado • Recife, Pernambuco (PE), Brasil • rosinalda.teles@ufpe.br • ORCID https://orcid.org/0000-0002-7289-3501

2003), ou ainda ausência de trabalho a partir das diversas noções iniciais para a construção da aprendizagem deste conceito (Oliveira, 1997). Na revisão de literatura realizada para a tese, encontramos 14 pesquisas na Base Digital de Teses e Dissertações (BDTD) a partir das palavras “sequência recursiva” e “função afim”, no período de 2010 a 2023. No entanto, nenhuma delas objetivou relacionar as sequências recursivas lineares e a função afim.

Dentre os estudos analisados, destacamos dois estudos que fizeram análise em livro didático. O de Theodorovski (2014), que analisou a abordagem das sequências e padrões ao longo dos livros didáticos do 7º e 8º anos do Ensino Fundamental, em que salienta como resultado que a abordagem das atividades sobressai os capítulos de álgebra, estando presentes nos capítulos de geometria e de números. E o de Silva (2022) que analisou à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as praxeologias matemáticas presentes nas duas coleções mais vendidas no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2019, tarefas que possibilitem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os documentos de orientações curriculares frisam a importância de trabalhar com regularidades e padrões como forma de desenvolver a generalização desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (Brasil, 1997) como na BNCC (Brasil, 2018). As sequências, de acordo com os documentos supracitados devem ser estudadas ao longo da escolaridade básica, por isso, a sua conexão com a aprendizagem progressiva do conceito de função é relevante.

Matematicamente, as sequências podem ser numéricas ou figurais e podem ser descritas por uma lei de formação que se baseia nos padrões, isto é, o modo como ela se estabelece. As sequências do tipo lineares são sequências numéricas que seguem uma relação linear entre os seus termos. Essa relação implica que cada termo subsequente da sequência pode ser obtido adicionando ou subtraindo uma constante fixa ao termo anterior. Delimitamos para este estudo apenas as sequências do tipo linear por estabelecermos a associação entre ela e a função afim.

Para correlacionar esses conceitos, embasamo-nos na noção de invariante disposta na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), que se refere as relações e propriedades existentes em um conceito (Vergnaud, 1990).

Considerando os pressupostos apresentados, o objetivo desse artigo, recorte da tese da primeira autora e orientado pela segunda, é analisar as atividades referentes a situação de identificação de padrão em sequências recursivas lineares de primeira ordem e como estas correspondem a função afim, propostas em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio.

2 Relação entre sequência recursiva linear e função afim na atividade de identificar um padrão

As sequências recursivas lineares são tipos específicos de sequências matemáticas que seguem uma relação linear entre os seus termos. Uma sequência pode ser definida como uma função cujo domínio é o conjunto $\mathbb{N}$ dos números naturais. Usando a notação $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ para definir a sequência, isto é, $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Dessa forma, temos uma função aonde cada número natural *n* corresponde a um número real a_n (Lima, Carvalho, Wagner e Morgado, 2006).

Desta definição, podemos concluir que a sequência é uma especificidade de função cujo domínio está restrito ao conjunto dos números naturais. O que destoa da abrangência da função afim, pois seu domínio é o conjunto dos números reais, conforme a definição de Lima, Carvalho, Wagner e Morgado (2006, p. 87): "Uma função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes a e $b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$".

Na sequência recursiva, há uma relação de recorrência que permite estabelecer mudanças de um termo para o outro, em que o termo seguinte (a_{n+1}) possui dependência com o termo anterior (a_n), por exemplo, na sequência {1, 4, 7, 10, ...}, o segundo termo é composto pela adição do primeiro termo ao número três, e assim acontece para os demais termos, sucessivamente, sendo possível estabelecer a lei de recorrência para qualquer termo *a* de ordem *n:* $a_n = a_{n-1} + 3$, para $n \geq 2$ *e* $a_1 = 1$.

Estas sequências podem ser classificadas em homogêneas ou não homogêneas. Elas são homogêneas quando não possuem termos independentes de a_n, ou seja, na descrição da lei de recorrência, não existe nenhum termo que adiciona ou subtrai o termo a_n, como o exemplo: $a_{n+1} = 2a_n$. Já as não homogêneas são as que possuem termo independente, como é o caso da sequência $a_{n+1} = 2a_n - 3$.

Determinamos a partir disto alguns invariantes que possibilitam aproximar ou distanciar esses conceitos, como expressa no Quadro 1, no entanto, outros podem emergir

a partir deles, e inclusive das análises empíricas.

Quadro 1 – Invariantes de função afim versus sequências recursivas lineares de primeira ordem

	Função Afim	**Sequências recursivas lineares**
Quanto à definição	"Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes a e $b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$". (Lima, Carvalho, Wagner e Morgado, 2006, p. 87).	É uma função linear cujo domínio é o conjunto $\mathbb{N}$. Usando a notação $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ para definir a sequência, isto é, $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, e $a_n \in \mathbb{R}$. (Lima, Carvalho, Wagner e Morgado, 2006).
Quanto ao domínio	Conjunto dos números reais.	Conjunto dos números naturais.
Quanto à imagem	Conjunto dos números reais.	Conjunto dos números reais.
Quanto aos casos particulares	Função linear $(f(x) = ax)$ e Função constante $(f(x) = b)$.	Sequências recursivas lineares de primeira, segunda, terceira... ordens.
Quanto ao tipo	Crescente, constante e decrescente.	Crescente, constante e decrescente.
Quanto à continuidade	Contínua.	Descontínua.
Quanto à fórmula	Caso particular – Função linear $(f(x) = ax)$, com $x\ e\ f(x) \in \mathbb{R}$.	Lei de recorrência - Homogênea (sem termo independente): $a_{n+1} = a_n$ Termo geral - $a_n = a.n$, com $n \in \mathbb{N}\ e\ a_n \in \mathbb{R}$.
	Função afim $(f(x) = ax + b)$, com $x\ e\ f(x) \in \mathbb{R}$.	Lei de recorrência - Não homogênea (Com termo independente): $a_{n+1} = a_n + b$ Termo geral - $a_n = a.n + b$, com $n \in \mathbb{N}\ e\ a_n \in \mathbb{R}$.

Fonte: As autoras.

À noção de invariantes a qual nos referimos não é a de invariantes operatórios, conforme Vergnaud (1990). Quando falamos em invariante no seu sentido mais amplo, referimo-nos às propriedades e relações estáveis que permanecem na organização do esquema conduzido a uma classe de situações, e sendo assim, determinadas em um conceito. Em nosso caso, o de função afim com respectivas relações as sequências recursivas lineares de primeira ordem.

Entendemos que inclusos aos invariantes dispostos no quadro 1, podemos encontrar outras ramificações, como as operações (adição e multiplicação, por exemplo) quanto à fórmula, e que se fazem mais visíveis na proposição das situações de identificação de padrão ou regularidade. Ou ainda, a diferenciação quanto ao domínio que também está explicita na definição.

Quanto às aproximações, no Quadro 1, identificamos semelhanças, quanto à imagem, e ao tipo, isto é, o comportamento de valores analisados em relação às suas posições. Além disso, quanto à fórmula, existe uma aproximação entre as das funções afim e a do termo geral das sequências recursivas lineares, quanto ao sentido e

correspondência entre elas. Ou seja, os coeficientes *a* e *b* representados na fórmula da função afim, são os mesmos quando realizamos a transformação para a fórmula do termo geral.

Percebemos distanciamento na definição, quanto à continuidade, o que está intrinsecamente ligado ao domínio de ambos os conceitos. Isso permite a compreensão de que, mesmo o estudo de sequência possibilitando o aprimoramento e a construção do conceito de função afim, é essencial mostrar as diferenças para que não haja confusão entre os dois no momento do aprendizado.

Por conseguinte, selecionamos as habilidades da BNCC que correspondem à identificação de padrão em sequências recursivas ao longo dos anos escolares.

2.1 O que propõe a Base Nacional Comum Curricular ao longo dos anos escolares enquanto habilidade de identificação de padrão?

Nos anos iniciais, desde o 1° ano do Ensino Fundamental existem habilidades que permeiam a identificação do padrão em sequências recursivas lineares, como mostra o Quadro 2.

Quadro 2 – Habilidades de identificação do padrão em sequências recursivas nos anos iniciais do Ensino Fundamental na BNCC

Unidade temática	Ano escolar	Objetos de conhecimentos	Habilidades
Álgebra	1º ano	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
		Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
Álgebra	2º ano	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
Álgebra	3º ano	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
Álgebra	4º ano	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Unidade temática	Ano escolar	Objetos de conhecimentos	Habilidades
		Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

Fonte: Autoras, adaptado de Brasil (2018).

Nos anos iniciais, todas as habilidades estão descritas na unidade temática álgebra, e conecta o uso de sequências às investigações com operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

No Quadro 2 e Quadro 3, a seguir, nota-se a ausência de habilidades voltadas para o estudo de sequências no 5º e 9º ano do Ensino Fundamental, o que consideramos uma quebra no currículo, principalmente por serem anos de transição dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental e dos anos finais para o Ensino Médio, respectivamente. Entendemos que a construção do conceito de função também possui conexão com outros conceitos que são explorados nesses anos, no entanto, não justifica a ruptura do conceito de sequência que pode ser implementado em diferentes unidades temáticas nesses anos escolares.

Quadro 3 – Habilidades de identificação do padrão em sequências recursivas nos anos finais do Ensino Fundamental na BNCC

Unidade temática	Ano escolar	Objetos de conhecimentos	Habilidades
Geometria	6º ano	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Grandezas e medidas	6º ano	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
Álgebra	7º ano	Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
		Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Unidade temática	Ano escolar	Objetos de conhecimentos	Habilidades
Álgebra	8º ano	Sequências recursivas e não recursivas.	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

Fonte: Autoras, adaptado de Brasil (2018).

Nos anos finais, como mostra o Quadro 3, existe a conexão entre as unidades temáticas de geometria e de grandezas e medidas para a exploração de sequências. Isso se deve ao processo de generalização na relação entre os entes geométricos presentes nas figuras espaciais, assim como na relação proporcional entre a medida do lado e o perímetro de uma figura plana, no caso o quadrado. Dessa forma, conjecturamos a importância da conexão entre as diferentes unidades temáticas para a construção do conceito de função afim.

No Ensino Médio, são enfatizadas habilidades de maneira geral, sem citar anos específicos dessa etapa escolar, conforme o Quadro 4.

Quadro 4 – Habilidades de identificação do padrão em sequências recursivas no Ensino Médio na BNCC

Habilidades
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Fonte: Autoras, adaptado de Brasil (2018).

Sem nomear as unidades temáticas, a BNCC (2018) relaciona as sequências recursivas com a progressão aritmética, com a função afim e relação entre a composição de polígonos ladrilhados no plano conjecturando padrões existentes entre estes.

3 Procedimentos Metodológicos e Discussão dos Dados

Este estudo metodologicamente caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa com análise de livros didáticos, em conformidade com o objetivo que é – analisar situações de identificação de padrão em sequências recursivas lineares de primeira ordem e como estas correspondem a função afim, propostas em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Foram selecionadas três coleções de livros didáticos de um mesmo autor, tendo como pressuposto que sua visão sobre o ensino e a aprendizagem dos conceitos explorados seguem progressivamente as mesmas ao longo dos anos escolares.

Sendo as coleções da editora Ática e de autoria do Luiz Roberto Dante:

- Anos iniciais do Ensino Fundamental: Coleção Ápis – Matemática (PNLD – 2019);
- Anos finais do Ensino Fundamental: Coleção Teláris – Matemática (PNLD – 2020);
- Ensino Médio – Matemática em contextos (PNLD – 2021).

A análise foi feita a partir da seleção de todas as atividades do livro, destacadas em todos os capítulos e de acordo com as habilidades da BNCC. Identificamos as que possuíam em sua estrutura as palavras (temas): padrão, regularidade, sequência, e após isso o recorte estabelecido foi sobre de qual sequência se tratava, desse modo, foram retiradas todas as atividades que envolviam sequências recursivas não lineares e sequências repetitivas, para a organização do *corpus*. O próximo passo foi realizar as análises a partir dos invariantes teoricamente determinados, no entanto, verificamos que eles eram genéricos, então, a partir deles caracterizamos alguns invariantes foram mais específicos para a análise.

3.1 As situações de identificação do padrão ou regularidade nas sequências recursivas lineares de primeira ordem nos livros didáticos

Conforme explicitado na discussão das habilidades da BNCC (Brasil, 2018), existem orientações para o trabalho com a identificação de padrão do 1º ao 4º e do 6º ao 8º ano do Ensino Fundamental, assim como no Ensino Médio. Nas séries que não são propostas habilidades de identificação de padrão ou regularidade, não há presença de questões no livro didático analisado, já que estes precisam estar em conformidade com este documento de orientação curricular.

Foram identificados 53 itens de situações cujo objetivo é identificar o padrão ou a regularidade em uma sequência recursiva linear, distribuídas conforme percentuais descritos na Tabela 1. O 6º ano do Ensino Fundamental é o ano escolar que apresenta o maior número de itens. Ao confrontar esses dados com as habilidades previstas na BNCC, observa-se que tais atividades não se concentram na unidade temática Álgebra, mas nas unidades de Geometria e Grandezas e Medidas.

Tabela 1 – Percentual de atividades caracterizadas pela situação de identificação de padrão nos livros didáticos

Subgrupo de situações	Coleção Ápis (Dante, 2017)					Coleção Teláris (Dante, 2018)				Coleção matemática em contextos (Dante; Viana. 2020)		TOTAL
	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Função A. e Q.	Funçao E. L. e Sequ.	
Identificação do padrão ou da regularidade	7,5%	17%	13,2%	1,9%		37,8%	7,5%	5,7%			9,4%	**100%**

Fonte: Dados da pesquisa.

As situações de identificação de padrões ou regularidades em sequências recursivas lineares de primeira ordem têm como objetivo encontrar a regra que rege o comportamento da sequência, ou seja, compreender se ela cresce ou decresce com base em determinado valor e operação. Não sendo necessária a determinação de uma lei de formação, podendo ser apenas registrada por intermédio da representação em língua natural e numérica.

Quanto aos invariantes, destaca-se as operações de adição (fórmula de recorrência) e multiplicação (termo geral) para os casos de crescimento, e subtração (fórmula de recorrência) e divisão (termo geral) para os casos de decrescimento das sequências, sendo este último apresentando-se, normalmente, por números decimais. Isso se sucede da fórmula.

Ao mencionar as operações de adição e subtração, é possível usar a ideia de generalização pela fórmula de recorrência ao termo independente, quando esta é não homogênea. Por exemplo, no padrão "cresce de dois em dois" na sequência numérica: {2, 4, 6, 8, ...}, a notação pela fórmula de recorrência é somar dois ao termo anterior: $a_n = a_{n-1} + 2$. Esse dois, mencionado no mesmo padrão, quando descrito na fórmula do termo geral passa a operar com a multiplicação: $a_n = 2 \cdot n$, e poderia se descrito na língua natural como o termo é o dobro do seu valor posicional. Sendo assim, o valor numérico correspondente ao padrão da sequência opera de maneira distinta em cada uma das fórmulas.

Assim, nas situações de identificação do padrão em sequências recursivas, analisadas nos livros didáticos, as resoluções escritas propostas pelo manual do professor indicam as operações de adição e subtração em relação ao termo anterior, o que configura a generalização pela fórmula de recorrência.

Descrevemos com fórmulas de recorrência homogênea as sequências que não têm a presença de termo independente. Sendo as operações de multiplicação e divisão quem indicam o valor que altera a variável, ou seja, os elementos da sequência. Essa operação de divisão é normalmente representada na forma fracionária, a qual pode ser convertida em números decimais também.

Além disso, as atividades dos anos iniciais que se inserem nessa situação não ficam apenas em relação a operar, mas também de buscar características em uma sequência de números naturais, isto é, como inicia ou como termina cada termo da sequência, por exemplo. Ou ainda, de identificar regularidades ao tratar elementos de figuras geométricas.

Dessa forma, a Tabela 2 apresenta a frequência percentual dos invariantes identificados nas atividades relacionadas a essa situação. É importante frisar que a análise está sendo realizada por itens e não apenas pelas questões, e que em um item pode conter mais de um invariante.

Tabela 2 – Invariantes contemplados na situação de identificação do padrão ou regularidade nos livros didáticos

Operações (derivada da fórmula)	Adição	23%
	Subtração	11%
	Multiplicação	3,6%
	Divisão	2,4%
Tipo	Crescente	30%
	Decrescente	12%
	Constante	1,2%
Característica[3]	Quanto ao início	1,2%
	Quanto ao fim	14,4%
	Contempla geometria	1,2%

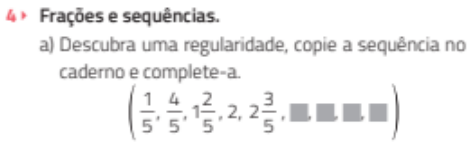
Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme exposto na Tabela 2, o quantitativo de situações de sequências recursivas lineares do tipo crescente contempladas no livro didático é consideravelmente maior do que a constante e a decrescente, isso se deve as operações de adição e multiplicação que possibilitam o crescimento da sequência. Para fins de exemplificação, apresentamos um excerto de questão correspondente aos anos finais do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio. Para os anos iniciais, observamos que as sequências classificadas nesse âmbito correspondem a resultados da tabuada.

[3] Invariante que emergiu das análises.

Aa Figura 1 apresenta uma atividade retirada do livro didático do 7º ano do Ensino Fundamental, da coleção Teláris, na qual é explorada uma sequência recursiva linear crescente.

Figura 1 - Excerto de atividade sobre sequência recursiva linear crescente no livro didático dos anos finais do Ensino Fundamental


4 Frações e sequências.
a) Descubra uma regularidade, copie a sequência no caderno e complete-a.
$\left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, 1\frac{2}{5}, 2, 2\frac{3}{5}, \blacksquare, \blacksquare, \blacksquare, \blacksquare\right)$

Fonte: Dante (2018, p.72).

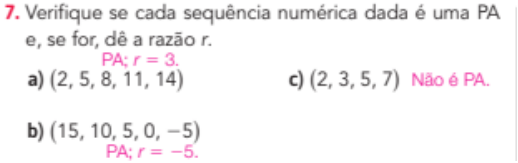
Essa atividade que explora sequência é apresentada em um capítulo que trabalha os números racionais. Uma possível estratégia para descobrir qual a regularidade é transformar as frações em números decimais para perceber que é uma sequência crescente cujo termo que se deseja é a soma do termo anterior ao valor 0,6.

$$\frac{1}{5} = 1 \div 5 = 0{,}2;\ \frac{4}{5} = 4 \div 5 = 0{,}8;\ 1\frac{2}{5} = 1 + (2 \div 5) = 1 + 0{,}4 = 1{,}4;\ \ldots$$

O manual do professor apresenta apenas a resposta da atividade, sem explicitar estratégias para identificação da regularidade, de modo que a interpretação apresentada constitui elaboração deste estudo. Considerando o currículo, a atividade articula-se à unidade temática números e operações, mobilizando transformações e operações com números racionais, além de favorecer processos de generalização algébrica.

O excerto de atividade retirada da coleção Matemática em Contextos: Função exponencial, função logarítmica e sequências, é resolvida por meio de progressão aritmética, isto é, encontrando a razão dessa progressão, conforme mostra a Figura 2.

Figura 2 - Excerto de atividade sobre sequência recursiva linear crescente no livro didático do Ensino Médio


7. Verifique se cada sequência numérica dada é uma PA e, se for, dê a razão *r*.
a) (2, 5, 8, 11, 14) PA; $r = 3$.
b) (15, 10, 5, 0, −5) PA; $r = -5$.
c) (2, 3, 5, 7) Não é PA.

Fonte: Viana, Dante (2020, p. 121).

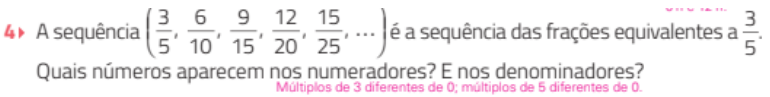
Nesse caso, a alternativa 'a' apresenta um exemplo de sequência crescente, enquanto a alternativa 'b' corresponde a uma sequência decrescente. Diferentemente das propostas observadas nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, nas quais a forma de indicação da resposta pode oferecer indícios de generalização por meio da fórmula de recorrência — ao realizar operações com o termo anterior normalmente na representação

em língua natural. No Ensino Médio, embora possamos realizar da mesma forma, e no manual a representação utilizada seja a numérica, ao solicitar a razão de uma progressão aritmética implica um rigor no simbolismo algébrico para determinar o que foi solicitado.

Isso quer dizer, utilizando a fórmula da PA, essa razão (padrão) multiplica o termo geral n, na fórmula $a_n = a_1 + (n-1).r$, com $n \geq 1$. Assim, se calcularmos as operações que estão na fórmula chegamos a $a_n = a_1 - r + n.r$, e se r e a_1 são números reais quaisquer, sobra n que simboliza qualquer termo de ordem na sequência.

A predominância de sequências do tipo crescente, na adoção destes livros didáticos, pode limitar as oportunidades de percepção entre os comportamentos variados das sequências e sua conexão com a função afim, o que pode contribuir para dificuldades futuras, tanto na compreensão de sequências decrescentes quanto, sobretudo, das sequências constantes — estas últimas praticamente ausentes, com exceção de uma única atividade, conforme ilustrado no excerto da Figura 3.

Figura 3 - Excerto de atividade sobre sequência recursiva linear constante no livro didático dos anos finais do Ensino Fundamental



Fonte: Dante (2018, p. 47).

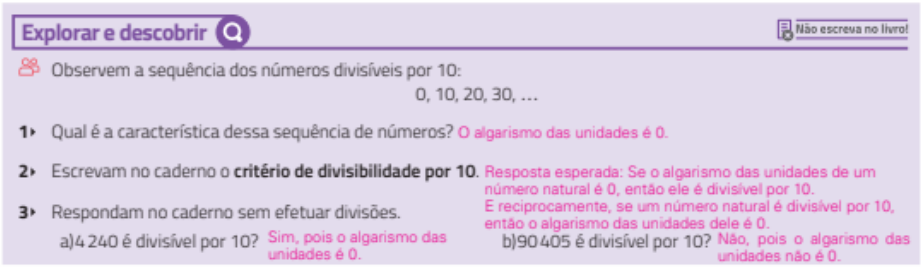
Nesse excerto, categorizamos como sequência constante, pois todos os termos apresentados são frações equivalentes que simbolizam o mesmo valor numérico, já fornecido na questão. No entanto, o que é solicitado na mesma, contempla duas sequências distintas, a dos numeradores e a dos denominadores, respectivamente, a sequência dos múltiplos de 3 e a sequência dos múltiplos de 5 diferentes de zero. Isto implica, em cada um dos termos dessa sequência serem resultados da multiplicação de um número natural $\frac{n}{n}$ por $\frac{3}{5}$, ou seja, o termo $a_2 = a_1.\frac{2}{2}$; o termo $a_3 = a_1.\frac{3}{3}$, e assim sucessivamente. No entanto, essa multiplicação por $\frac{n}{n}$ é o mesmo que multiplicar por 1, ao dividirmos numerador pelo denominador, assim concluímos que é uma sequência constante.

Quanto ao invariante características, apontadas para esse tipo de situação e encontradas nos livros didáticos, a forma como os elementos de uma sequência são finalizados são os quesitos mais encontrados nas atividades, principalmente, quando cita números pares e ímpares (anos iniciais do Ensino Fundamental) e nos critérios de divisibilidade (anos finais do Ensino Fundamental). Nesses itens notamos que existe a

relação com a unidade temática números e operações, embora na BNCC as habilidades estejam na álgebra.

Como exemplo, observamos o excerto retirado do livro do sexto ano na coleção Teláris, apresentado na Figura 4.

Figura 4 - Excerto de atividade sobre características em sequência recursiva linear quanto ao final de seus termos no livro didático dos anos finais do Ensino Fundamental

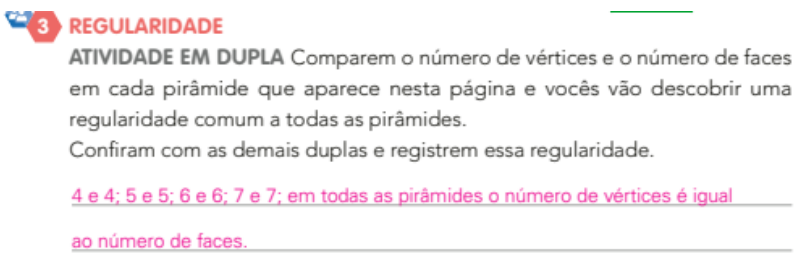


Fonte: Dante (2018, p. 103).

Observe que a primeira e a terceira questão buscam identificar uma característica a partir do critério de divisibilidade por 10, ou seja, são todos os números que terminam em zero. Esta característica é apenas uma regra que contempla todos os termos da sequência, mas não é o padrão que rege a sequência, de tal forma que a sequência dos múltiplos de 10 sempre vai somando ao termo anterior dez unidades, para encontrar o próximo termo. No entanto, conhecer a característica, permite identificar com clareza o padrão, previamente.

Para o caso em que a característica envolve conceitos geométricos, encontramos apenas uma atividade que contempla a situação de identificar o padrão em sequências recursivas lineares por esse invariante, sendo esta retirada da coleção Ápis no livro do quarto ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e envolvendo os elementos presentes em pirâmides. E isso destoa da proposição das habilidades da BNCC, já que esperávamos ter diferentes abordagens nesse âmbito no sexto ano do Ensino Fundamental, em que esta habilidade é proposta.

Figura 5 - Excerto de atividade sobre características em sequência recursiva linear quanto ao final de seus termos no livro didático dos anos finais do Ensino Fundamental



Fonte: Dante (2017, p. 43).

Antes da terceira questão, o livro apresenta outras duas questões contendo representações figurais das pirâmides triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal, e solicita que o estudante informe a quantidade de vértices, arestas e faces. Sendo assim, na questão apresentada na Figura 5, a demanda para o estudante é identificar a regularidade entre o número de vértices e o número de faces. Trata-se, na prática, de duas sequências: uma relacionada ao número de vértices das pirâmides e outra ao número de faces, que conjuntamente buscam evidenciar que, em cada caso, o número de vértices é igual ao número de faces.

Considerações Finais

Ao analisar as atividades referentes a situação de identificação de padrão em sequências recursivas lineares de primeira ordem e como estas se relacionam a função afim, propostas em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, foi evidenciado a presença de itens nos três níveis de ensino, inclusive em outras unidades temáticas além da álgebra, conforme esperado, de acordo com a análise da BNCC (Brasil, 2018).

A correspondência das sequências recursivas com a função afim se dá pelos invariantes observados, tanto na manipulação das operações que estão imbricadas nas fórmulas que as regem, nas relações de correspondências entre os termos e suas ordens e a imagem e o domínio da função, respectivamente, assim como ao crescimento ou decrescimento da sequência e da função afim.

Nesse último aspecto, chama atenção o fato de que a maioria dos itens analisados nos livros didáticos envolve sequências crescentes, enquanto apenas uma atividade contempla uma sequência constante. Esse resultado suscita alguns questionamentos que podem ser respondidos em pesquisas futuras: a pouca diversidade de situações pode comprometer o desenvolvimento do pensamento funcional? Quando o conceito de função afim for formalizado, especialmente em seu caso particular, a função constante, a ausência de experiências com diferentes tipos de sequências poderá trazer prejuízos à aprendizagem dos estudantes?

Consideramos que o avanço científico que esse estudo possibilita, está na análise e comparação entre as sequências recursivas e a função afim, apontando, a partir das atividades analisadas nos livros didáticos, distanciamentos e aproximações que conectam os dois conceitos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997.

DANTE, L. R. **Ápis Matemática, 4º ano: anos iniciais do ensino fundamental**. 3º Ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, L. R. **Teláris Matemática, 6º ano: anos finais do ensino fundamental**. 3º Ed. São Paulo: Ática, 2018.

DANTE, L. R. **Teláris Matemática, 7º ano: anos finais do ensino fundamental**. 3º Ed. São Paulo: Ática, 2018.

DANTE, L. R; VIANA, F. **Matemática em contextos: função exponencial, função logarítmica e sequências.** 1º Ed. São Paulo: Ática, 2020.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E. & MORGADO, A. C. **Matemática no Ensino Médio**. v. 1, Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2006.

OLIVEIRA, N. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem.** (Mestrado em Ensino de Matemática) - Ensino de Matemática, PUC, 1997.

SAJKA, M. A Secondary School Student's Understanding of the Concept of Functions — A Case Study. **Educational Studies in Mathematics**, 2003, 53, 229–254.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: Dubinsky, E.; Harel, G. (Ed.). **The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy**. Washington, DC: Mathematical Association of America, 1992. v. 25, p. 25-58. ISBN: 0-88385-081-8.

SILVA, R. M. da. **A inserção da álgebra nos anos iniciais com ênfase no pensamento algébrico: uma análise sob a ótica da teoria antropológica do didático**. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, 2022.

THEODOROVSKI, R. **Padrões e o trabalho com sequências recursivas: uma abordagem no desenvolvimento algébrico.** 85 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Área de concentração: Matemática), Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2014.

VERGNAUD, G. Catégories logiques et invariants opératoires. **Archives de Psychologie, Genève**, n. 58, p. 145-149, 1990.

VINNER, S. Concept definition, concept image and the notion of function. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 14, n. 3, p. 293-305, 1983. DOI: 10.1080/0020739830140305. Disponível em: https://doi.org/10.1080/0020739830140305. Acesso em: 2 mar. 2021.