# ENTRE REGISTROS E REGULAÇÕES: O POTENCIAL COGNITIVO E METACOGNITIVO DE TAREFAS DE SIMETRIA ORTOGONAL EM UM LIVRO DIDÁTICO

João Alípio Costa Almeida [1]
Galvina Maria de Souza [2]

**GD1: Livro Didático e Currículo**

**Resumo**
Este estudo, parte de uma pesquisa de mestrado em andamento, tem como objetivo investigar a potencialidade pedagógica para a mobilização de processos cognitivos e metacognitivos nas atividades de simetria ortogonal contidas em um livro didático de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental, buscando compreender suas possíveis implicações para o aprendizado autônomo desse conteúdo. Adota-se abordagem qualitativa e documental, fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), no que se refere à dimensão cognitiva, e nos estudos de Alan Schoenfeld sobre metacognição. A análise incidiu sobre o livro *A conquista matemática*, por meio do mapeamento das representações semióticas mobilizadas nas tarefas e da classificação dos comandos com potencial de regulação metacognitiva. Os resultados sugerem uma progressão na complexidade semiótica ao longo da unidade, com a coordenação entre os registros algébrico, geométrico e de língua natural exigindo, potencialmente, maior controle executivo por parte do estudante. Observou-se ainda que, embora as tarefas iniciais, voltadas ao reconhecimento visual, possam favorecer a dependência de respostas externas, em razão da ausência de solicitações de justificativa, o uso do *software* GeoGebra e as seções de síntese parecem favorecer o exercício do planejamento e da autorregulação.

**Palavras-chave:** Cognição. Livro Didático. Metacognição. Representação Semiótica. Simetria Ortogonal.

## 1 Introdução

Na prática pedagógica em sala de aula, a ênfase em álgebra e aritmética, em detrimento da geometria, tem gerado lacunas importantes na aprendizagem dos alunos. Torna-se necessário, portanto, investigar se a abordagem adotada pelos livros didáticos de matemática oferece condições efetivas para o desenvolvimento da cognição e da metacognição, processos importantes à compreensão dos conteúdos trabalhados.

Diante desse quadro, uma análise cuidadosa dos tópicos de geometria presentes nos livros didáticos torna-se necessária para verificar em que medida esse material se alinha às orientações curriculares vigentes. Entre os conteúdos geométricos, a simetria ortogonal ocupa lugar de destaque, sobretudo por sua capacidade de articular a percepção visual à formalização matemática. Segundo Giovanni Júnior (2022), essa simetria,

[1] Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) • Mestrando • Vitória da Conquista, Bahia (BA), Brasil • lipiicosta21@gmail.com • ORCID 0009-0002-8489-0022
[2] Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) • Doutorado • Vitória da Conquista, Bahia (BA), Brasil • galvina.souza@uesb.edu.br • ORCID 0009-0009-5773-2257

também denominada, na obra, simetria de *reflexão* ou *axial*, define-se pela relação entre duas figuras que se refletem mutuamente em torno de um eixo de simetria. Para que as figuras sejam consideradas simétricas, é preciso que seus pontos correspondentes estejam equidistantes desse eixo e que o segmento de reta que os une forme, com ele, um ângulo de 90°, origem do termo *ortogonal*.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma o seguinte sobre o objeto do conhecimento simetria ortogonal:

> é importante [...] considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (Brasil, 2018, p.271).

Os três conceitos mencionados (construção, representação e interdependência) relacionam-se diretamente às noções de registros de representação semiótica (Duval, 2012), que atravessam os domínios cognitivo e metacognitivo (Schoenfeld, 2016). Para esse objeto matemático, a BNCC recomenda as habilidades EF07MA19, EF07MA20 e EF07MA21, voltadas à transformação de polígonos no plano cartesiano, ao reconhecimento e representação de figuras simétricas e à construção de figuras geométricas por meio de simetrias. Sugere-se, para isso, o uso de instrumentos tradicionais de desenho ou de tecnologias digitais, articulando o ensino da matemática à análise de representações presentes na arte e na arquitetura (Brasil, 2018).

Na prática, contudo, esse trabalho costuma reduzir-se ao reconhecimento visual ou à aplicação mecânica de procedimentos. O livro didático, muitas vezes recurso central, e por vezes único, nas escolas públicas, exige por isso especial cautela: seu conteúdo não pode moldar o ensino de forma acrítica. Mais do que um manual a ser seguido, deve ser encarado como instrumento de reflexão, quase um agente no processo de elaboração curricular, que impõe negociação constante entre ensino e educação (Freitag, 1997; Almeida, 2011; Perovano; Amaral, 2023; Frangella, 2024).

No contexto da pesquisa de mestrado em andamento, ao avaliar as atividades do livro adotado pelas escolas públicas municipais de Vitória da Conquista, busca-se compreender suas potencialidades e limitações para uma intervenção pedagógica eficaz. A identificação de lacunas cognitivas e metacognitivas nas tarefas permite desenvolver atividades originais que ensinem simetria ortogonal e, ao mesmo tempo, incentivem a

coordenação de registros semióticos e o controle executivo do estudante, favorecendo a transição da execução passiva para a autonomia intelectual.

Na geometria, área em que as dificuldades de aprendizagem e as lacunas na formação docente são amplamente reconhecidas, o livro didático pode agravar esse quadro ao priorizar técnicas algébricas em detrimento do raciocínio dedutivo (Almouloud et al., 2004), o que reforça a necessidade de analisar criticamente esse material. Com base nisso, este estudo procurou responder à seguinte pergunta de pesquisa: *De que maneira as atividades de simetria ortogonal propostas em um livro didático de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental apresentam potencial para mobilizar processos cognitivos e metacognitivos?*

Para abordar essa questão, o objetivo geral é: *investigar a potencialidade pedagógica para a mobilização de processos cognitivos e metacognitivos nas atividades de simetria ortogonal contidas em um livro didático de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental*. Como objetivos específicos, propõe-se: 1. mapear as representações semióticas nas tarefas de simetria ortogonal, classificando as transformações cognitivas em tratamentos (mesmo registro) ou conversões (entre registros), com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica; 2. identificar e categorizar os comandos textuais e visuais dos enunciados, avaliando sua contribuição à regulação metacognitiva nas etapas de planejamento, monitoramento e avaliação; 3. discutir as implicações da estrutura das tarefas para a aprendizagem autônoma de simetria ortogonal.

## 2 Fundamentação teórica

O termo *cognição* deriva do latim *noscere* e designa, como substantivo, o ato de *conhecer*. Segundo o dicionário da língua portuguesa, a palavra remete à aquisição de conhecimento, à capacidade de discernir e assimilar esse conhecimento, bem como à percepção (Cognição, 2026). No campo da Matemática, contudo, essa aparente relação direta com o conhecimento esconde uma singularidade mais complexa.

Diferentemente dos objetos físicos, que podem ser percebidos diretamente, objetos matemáticos — como a simetria ortogonal — não se apresentam à percepção de forma imediata; sua apreensão (*noese*) depende da construção de diferentes representações semióticas (Duval, 2012). Configura-se aí o que Duval (2012) chama de *paradoxo cognitivo*: o sujeito precisa da representação (*semiose*) para acessar o conceito,

mas não pode, ao mesmo tempo, confundir o objeto matemático com o registro que o representa.

Nessa perspectiva, torna-se essencial não dissociar o pensamento do aprendiz da diversidade de registros que representam um mesmo objeto matemático. Duval (2012) explica que a cognição se apoia em duas transformações: o *tratamento*, que ocorre internamente a um mesmo registro, como um cálculo numérico; e a *conversão*, que consiste na passagem entre registros diferentes, como representar uma mesma figura no plano cartesiano ou por meio da linguagem natural. Segundo o autor, a *conversão* constitui simultaneamente o ponto-chave para a compreensão do objeto matemático e a principal fonte de dificuldades no processo de aprendizagem (Duval, 2012).

Essa dinâmica remete ao ato de conhecer. Schoenfeld (2016), no entanto, observa que a aprendizagem não se limita ao que se conhece, mas envolve também *como*, *quando* e *se* esse conhecimento é efetivamente mobilizado pelo estudante. Quando o sujeito é capaz de monitorar e autorregular seus próprios processos cognitivos, entra em jogo a *metacognição*, termo que une *meta* e *cognição* e significa, literalmente, *além da cognição*.

A competência metacognitiva envolve, portanto, o *conhecimento* e a *regulação* da própria cognição. Pioneiro dessa noção, o psicólogo americano John Hurley Flavell, especializado em desenvolvimento cognitivo infantil, formulou a ideia nos Estados Unidos no início dos anos 1970, definindo-a como "monitoramento ativo e consequente regulação e orquestração destes processos em relação aos objetos cognitivos ou dados sobre os quais eles se sustentam [...]" (Flavell, 1976, p. 232). Na mesma direção, Ribeiro (2003, p. 110) a descreve como "[...] conhecimento do próprio conhecimento, à avaliação, à regulação e à organização dos próprios processos cognitivos".

Com base nessa perspectiva, Alan Schoenfeld (2012, 2016), pesquisador dedicado à metacognição na resolução de problemas matemáticos, defende que a habilidade matemática não depende apenas dos recursos disponíveis, mas também das decisões tomadas *no momento* para gerenciar metas e crenças. O sucesso na resolução de problemas relaciona-se, assim, ao controle executivo, que é a capacidade de *planejar*, *monitorar* o progresso e *avaliar* estratégias diante de tarefas complexas.

É fundamental orientar os/as alunos/as a refletir sobre suas estratégias de aprendizagem, reconhecendo forças e fraquezas e ajustando suas ações conforme necessário, de modo a promover a autonomia intelectual. Ao articular a Teoria dos

Registros de Representação Semiótica (TRRS) e a metacognição ao ensino de matemática, os estudantes passam a planejar, monitorar e avaliar conscientemente suas estratégias de resolução de problemas, o que favorece aprendizagens mais sólidas e duradouras.

Essa conexão entre cognição, mediada pela TRRS, e metacognição é o que sustenta a independência intelectual do estudante. Na geometria, sobretudo na simetria, as atividades costumam exigir a combinação entre visualização (apreensão perceptiva e operatória) e discurso (apreensão discursiva). Ao estimular a reflexão sobre as estratégias adotadas e a justificação das construções realizadas, o ensino favorece a passagem de uma visualização superficial para uma compreensão conceitual mais profunda, evitando que o/a estudante se limite à execução mecânica de algoritmos.

Para a análise dos dados, os comandos do livro didático foram classificados de acordo com as exigências cognitivas e metacognitivas que aparentemente mobilizam. Com base em Duval (2012), verbos como identificar, comparar e construir podem estar associados predominantemente à dimensão cognitiva, uma vez que tendem a favorecer tratamentos figurais e a coordenação entre registros. Já os comandos que solicitam justificação, validação ou análise de propriedades, como justificar, argumentar e verificar, não constituem, por si mesmos, evidência de regulação metacognitiva; eles apenas criam condições textuais para que o estudante venha a monitorar seu próprio raciocínio. A efetiva mobilização do controle executivo depende de uma ação do sujeito que a análise documental, por sua natureza, não permite verificar diretamente, o que reforça a necessidade de tratar tais comandos como indicadores de potencial, e não de ocorrência confirmada, de regulação metacognitiva.

A articulação entre a TRRS e os estudos de Schoenfeld justifica-se pela natureza da simetria ortogonal, que exige do estudante a transição entre diferentes registros. É preciso ressalvar, contudo, que a conversão entre registros, por si só, constitui um processo cognitivo na acepção de Duval (2012), não devendo ser tomada como indício automático de regulação metacognitiva. A aproximação entre as duas teorias só se sustenta, portanto, quando a tarefa explicitamente demanda que o estudante reflita sobre a própria transição entre registros, e não pela simples presença de uma conversão em si.

Assim, enquanto a TRRS fundamenta a análise da transição entre registros na dimensão cognitiva, o referencial de Schoenfeld (2012, 2016) permite investigar o

controle executivo do estudante apenas nos momentos em que a tarefa convoca explicitamente o *planejamento*, o *monitoramento* ou a *avaliação* da própria estratégia. Juntas, essas teorias permitem avaliar *se* e *como* o material didático ultrapassa a simples correção mecânica.

## 3 Metodologia e procedimentos metodológicos

Esta pesquisa classifica-se como uma investigação *qualitativa* e *documental* que, ao empregar materiais não submetidos a tratamento analítico prévio (Gil, 2002; Guerra et al., 2022), possibilita a reinterpretação dos dados de acordo com os propósitos do estudo. Para a análise, foi selecionado o livro didático *A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais*, de José Ruy Giovanni Júnior, publicado em São Paulo pela editora FTD em 2022, integrante do ciclo do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2024. A escolha desse material justifica-se por se tratar do livro adotado pela rede municipal de Vitória da Conquista, na Bahia, cidade onde se desenvolve a pesquisa de mestrado em andamento.

O volume está organizado em nove unidades, cada uma subdividida em capítulos. A pesquisa restringe-se à Unidade 3, intitulada *Simetria e transformações geométricas*, com atenção particular ao tratamento dado ao conceito de simetria ortogonal, que a obra caracteriza também como simetria de *reflexão* ou *axial* (Giovanni Júnior, 2022). Foram investigados especificamente o Capítulo 1, dedicado às simetrias, no qual são apresentadas a simetria de reflexão (ou axial), atividades práticas e o uso do GeoGebra; e o Capítulo 3, que trata das transformações no plano cartesiano e aborda a reflexão de polígonos em relação aos eixos e à origem (Giovanni Júnior, 2022).

A análise buscou compreender de que maneira o material articula e/ou orienta, por meio dos termos empregados nos enunciados, a relação entre as definições teóricas e as tarefas de aplicação, considerando seu potencial para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) (Duval, 2012), e metacognitivas, com base nos estudos de Schoenfeld (2012, 2016).

A construção do banco de dados seguiu um protocolo estruturado em três etapas. Na primeira etapa, procedeu-se à seleção e à análise dos enunciados textuais das tarefas, com o objetivo de identificar possíveis indícios de habilidades cognitivas mobilizadas. Foram considerados verbos como *reconhecer*, *identificar*, *comparar*, *classificar*,

*representar*, *descrever*, *construir*, *relacionar*, *generalizar*, entendidos como potencialmente associados à orientação da construção do conhecimento na dimensão cognitiva.

Na segunda etapa, realizou-se o mapeamento das representações semióticas presentes no material. Para tanto, foram examinadas as imagens de apoio, figuras geométricas e malhas quadriculadas contidas nos Capítulos 1 e 3 da Unidade 3, ambos voltados às transformações geométricas. As transformações identificadas foram classificadas, com base em Duval (2012), como *tratamentos*, quando ocorridas dentro de um mesmo registro; ou como *conversões*, quando realizadas entre registros distintos.

Na etapa final, procedeu-se à classificação dos comandos com potencial metacognitivo, explícitos ou implícitos, buscando identificar aqueles que poderiam estimular o estudante a monitorar suas próprias ações e a exercer controle sobre seu raciocínio. Com base em Schoenfeld (2012, 2016), foram considerados termos como *justificar*, *argumentar*, *validar*, *explicar procedimentos*, *analisar propriedades* e *verificar resultados*. Quando identificados, esses comandos foram classificados, sempre que possível, nas dimensões de planejamento, monitoramento e avaliação.

## 4 Análise e discussão dos dados

A análise documental concentrou-se na Unidade 3 do livro A conquista matemática, de Giovanni Júnior (2022), destinado ao 7º ano do Ensino Fundamental. Foram identificadas 41 tarefas na unidade, das quais 12 tratam da simetria ortogonal, denominada pelo autor de simetria de reflexão ou axial. Essa diferença terminológica parece relevante: enquanto a literatura acadêmica tende a privilegiar o termo *ortogonalidade*, o material didático parece aproximar-se mais do conceito de *reflexão*.

A disposição das atividades nos capítulos 1 e 3 sugere uma priorização do desenvolvimento conceitual anterior à formalização da definição do objeto. O conteúdo organiza-se em seções específicas: *Pense e responda*, voltada à investigação inicial e à formulação de hipóteses; *Tecnologias*, que articula o conteúdo ao uso do *software* GeoGebra; e *Um novo olhar*, que encerra a unidade com uma síntese reflexiva orientada à organização do conhecimento (Giovanni Júnior, 2022). O material oferece ainda contextualizações do conceito por meio da apreciação estética de obras de arte e expressões culturais, como a arte nas pinturas de casas do povo *Ndebele* e as pinturas

*Asháninka*, além de incentivar a validação visual por meio de recursos como malhas quadriculadas, espelhos e dobraduras.

A nuvem de verbos (Figura 1), construída a partir do mapeamento dos enunciados, sugere certa diversidade na mobilização cognitiva pretendida. Além de comandos ligados à manipulação digital, como *clicar* e *arrastar*, predominam verbos associados ao reconhecimento e à representação, como *ver*, *identificar*, *comparar*, *classificar*, *descrever* e *converter*. À luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), esses comandos podem indicar a mobilização de processos de *tratamento*, internos a um mesmo registro, e de *conversão*, entre registros distintos (Duval, 2012).

A conversão de suportes despontou como um ponto crítico da análise. O livro não reserva espaço para resolução das atividades, orientando o estudante a registrar as respostas no caderno desde o início das seções. Essa transposição para o suporte escrito parece impor uma exigência de precisão semiótica. Ao registrar a atividade, o estudante pode ser levado a abandonar uma postura de percepção passiva em favor do uso de instrumentos como régua e compasso, movimento que Duval (2012) associa ao início da coordenação entre o registro figural e o registro instrumental, e que talvez exija um rigor que o suporte original do livro não consiga, por si só, acomodar.

**Figura 1 –** Nuvem de palavras com os verbos destacados




*Fonte: elaborado pelos autores (2026).*

A evolução das tarefas demonstra um aumento gradual na complexidade das exigências semióticas e executivas, conforme sintetizado no Quadro 1 abaixo:

**Quadro 1 –** Potencial de mobilização de processos cognitivos, metacognitivos e de autonomia

| Atividades | Potencial cognitivo (TRRS) | Potencial metacognitivo | Potencial de mobilização da autonomia |
|---|---|---|---|
| ***INICIAIS*** Pense e responda (cap. 1, p. 77) A1, A2 e A3 (cap. 1, p. 83) | Tratamentos geométrico-visuais e conversão simples para língua natural | Solicitação de conhecimento intuitivo; investigações iniciais com baixo planejamento. | Tarefas baseadas em reconhecimento visual imediato, sem solicitação de justificativa teórica, favorecendo a dependência de validação externa (gabarito). |
| ***CONSTRUÇÃO*** Tecnologia (cap. 1, p. 80) A4 e A5 (cap. 1, p. 83) | Transposição para suporte escrito/digital (reconstrução figural no caderno ou GeoGebra) | Planejamento de espaço e monitoramento de distorções na produção da imagem. | O estudante deve produzir a própria representação, o que pode demandar *planejamento* instrumental e *monitoramento* de propriedades. |
| ***CONTEXTOS*** A6 e A10 (cap. 1, p. 83-84) | Decomposição de registros figurais complexos em conceitos geométricos. | Avaliação via interação social e argumentação discursiva. | Uso da língua natural como ferramenta de possível *monitoramento* coletivo e desenvolvimento da apreensão geométrica por meio do debate com pares. |
| ***SÍNTESE*** A1 e A2 (cap. 3, p. 90-91) Um novo olhar (p. 95) | Coordenação semiótica múltipla (registros algébrico, geométrico e língua natural) | Avaliação reflexiva; o ato de *ensinar* como estratégia de autorregulação. | Exigência de *controle* executivo para gerir a comunicação do saber e sintetizar a coordenação de múltiplos registros. |

*Fonte: Elaborado pelos autores (2026), com base em Giovanni Júnior (2022).*

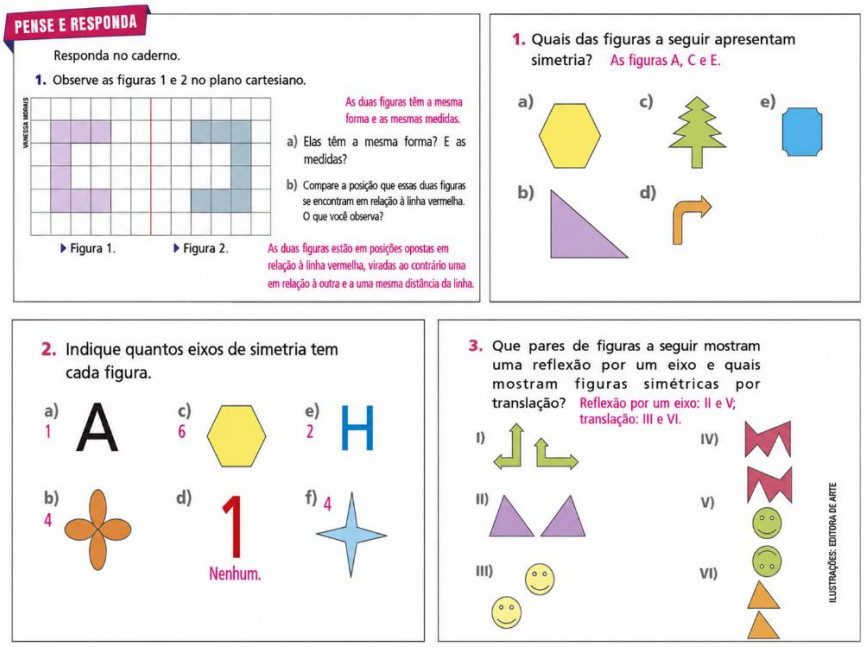
As atividades iniciais (Figura 2) parecem evidenciar o *paradoxo cognitivo* discutido por Duval (2012), onde ele traz que, para compreender o objeto matemático, o estudante depende de sua representação, mas corre o risco de confundir o conceito com a própria ilustração. Quando a *semiose*, que é a produção de representações, permanece superficial, o predomínio da percepção visual e do reconhecimento intuitivo pode limitar o avanço em direção à *noese*, isto é, à compreensão conceitual (Duval, 2012). Chama a atenção, nesse sentido, a ausência de solicitações de justificativa textual nas resoluções, o que pode indicar uma lacuna metacognitiva relevante.

Ao não exigir que o estudante justifique por que uma figura é simétrica, a tarefa parece deixar de lado a validação teórica de propriedades essenciais, como a equidistância em relação ao eixo de simetria e a ortogonalidade. Na ausência dessa exigência, o estudante pode permanecer no estágio da *visão perceptiva* (Duval, 1999), recorrendo ao gabarito ou à validação do professor em vez de buscar autonomamente a confirmação lógico-matemática. Apenas na seção *Pense e responda* observa-se um incentivo à

investigação e à formulação de hipóteses antes da definição formal, o que pode favorecer, ainda que de forma pontual, o exercício do *planejamento* e do *monitoramento* do pensamento.

Seguem, abaixo (Figura 2), as imagens das tarefas iniciais, capturadas do livro didático analisado (Giovanni Júnior, 2022):

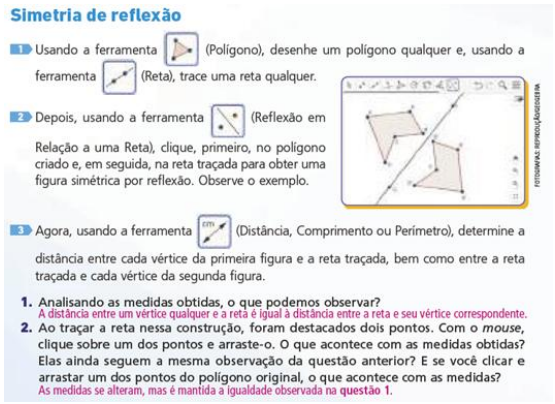
**Figura 2 –** Atividades iniciais do Capítulo I sobre Simetrias




*Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 77-83).*

A atividade sugerida com o software GeoGebra (Figura 3), assim como o uso de malhas quadriculadas, parece indicar um avanço no *controle* executivo, na perspectiva de Schoenfeld (2016). Na construção manual das tarefas (Figura 4), a malha quadriculada parece desempenhar papel relevante na *autorregulação* do conhecimento: a contagem de quadrados para assegurar a equidistância constitui uma conversão para o campo numérico, empregada na validação do registro figural. Esse movimento de *coordenação* entre o visual e o aritmético pode favorecer a identificação de distorções e a organização espacial da figura, contribuindo para que as propriedades de reflexão se sustentem na exatidão do cálculo, e não apenas na intuição visual.

**Figura 3 –** Atividade da seção *Tecnologias*



Simetria de reflexão

1 Usando a ferramenta (Polígono), desenhe um polígono qualquer e, usando a ferramenta (Reta), trace uma reta qualquer.

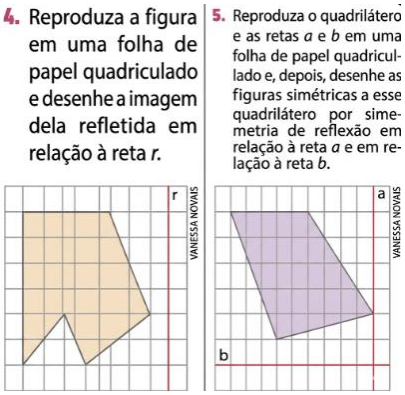
2 Depois, usando a ferramenta (Reflexão em Relação a uma Reta), clique, primeiro, no polígono criado e, em seguida, na reta traçada para obter uma figura simétrica por reflexão. Observe o exemplo.

3 Agora, usando a ferramenta (Distância, Comprimento ou Perímetro), determine a distância entre cada vértice da primeira figura e a reta traçada, bem como entre a reta traçada e cada vértice da segunda figura.

1. Analisando as medidas obtidas, o que podemos observar?
A distância entre um vértice qualquer e a reta é igual à distância entre a reta e seu vértice correspondente.
2. Ao traçar a reta nessa construção, foram destacados dois pontos. Com o *mouse*, clique sobre um dos pontos e arraste-o. O que acontece com as medidas obtidas? Elas ainda seguem a mesma observação da questão anterior? E se você clicar e arrastar um dos pontos do polígono original, o que acontece com as medidas?
As medidas se alteram, mas é mantida a igualdade observada na **questão 1**.

*Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 80).*

**Figura 4 –** Atividades 4 e 5 do cap. I



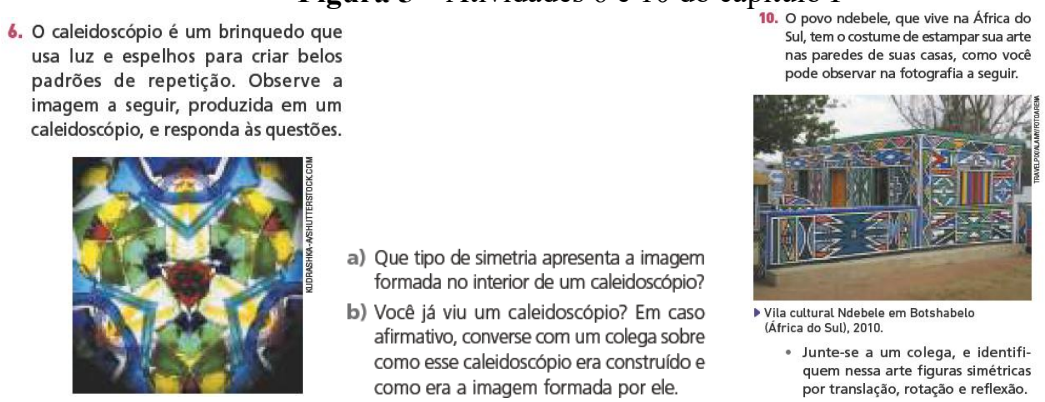
4. Reproduza a figura em uma folha de papel quadriculado e desenhe a imagem dela refletida em relação à reta *r*.

5. Reproduza o quadrilátero e as retas *a* e *b* em uma folha de papel quadriculado e, depois, desenhe as figuras simétricas a esse quadrilátero por simetria de reflexão em relação à reta *a* e em relação à reta *b*.

*Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 83).*

Comandos como *converse* e *junte-se a um colega* (Figura 5) sugerem uma possível aproximação entre a língua natural e o exercício do controle sobre o raciocínio, mas é importante ressalvar que o ato de conversar ou argumentar não configura, isoladamente, monitoramento metacognitivo, trata-se, quando muito, de uma condição propícia a esse exercício, e não de sua comprovação. Duval (2012) argumenta que a *apreensão discursiva* é relevante para a explicitação da compreensão; ao verbalizar hipóteses, o estudante pode ser levado a organizar o raciocínio de modo inteligível ao outro, o que poderia, em situação de sala de aula observada, aproximar-se do que Schoenfeld (2012) descreve como *monitoramento*, hipótese que, no entanto, esta pesquisa documental não permite verificar. O debate sobre a percepção estética e sua transposição para conceitos técnicos (como reflexão, rotação ou translação) parece deslocar do professor o monopólio da validação, favorecendo uma abordagem investigativa em que os pares atuam como espelho da coerência lógica do raciocínio.

**Figura 5** – Atividades 6 e 10 do capítulo I



6. O caleidoscópio é um brinquedo que usa luz e espelhos para criar belos padrões de repetição. Observe a imagem a seguir, produzida em um caleidoscópio, e responda às questões.

a) Que tipo de simetria apresenta a imagem formada no interior de um caleidoscópio?

b) Você já viu um caleidoscópio? Em caso afirmativo, converse com um colega sobre como esse caleidoscópio era construído e como era a imagem formada por ele.

10. O povo ndebele, que vive na África do Sul, tem o costume de estampar sua arte nas paredes de suas casas, como você pode observar na fotografia a seguir.

▸ Vila cultural Ndebele em Botshabelo (África do Sul), 2010.

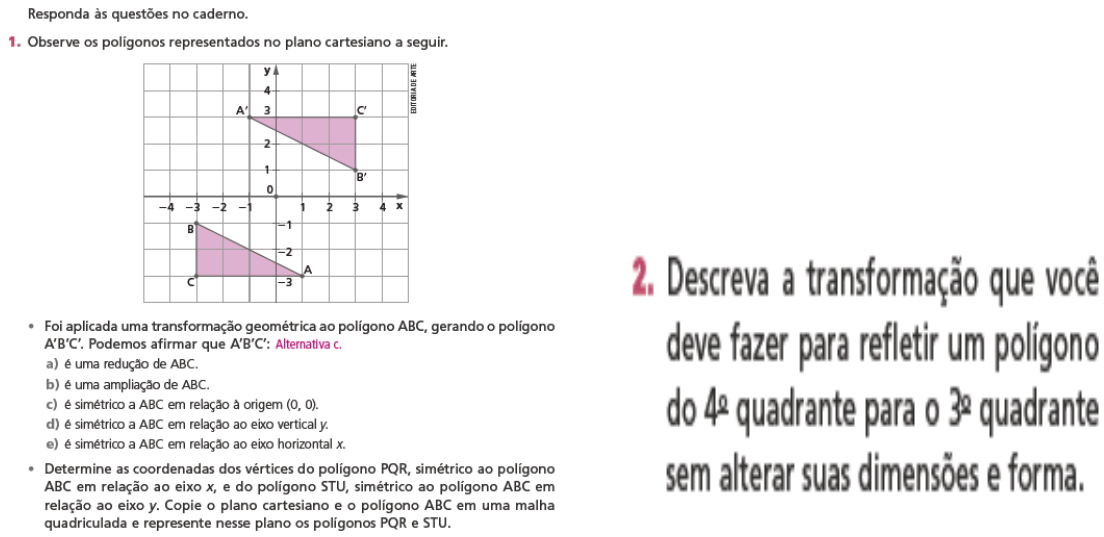
• Junte-se a um colega, e identifiquem nessa arte figuras simétricas por translação, rotação e reflexão.

*Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 83-84)*

As tarefas iniciais do capítulo 3 (Figura 6) e a seção *Um novo olhar* (Figura 7) parecem exigir um nível mais elevado de sofisticação intelectual, que acontece por meio da coordenação entre álgebra, geometria e língua natural. Nas tarefas 1 e 2 (Figura 6), a reflexão de pontos no plano requer o uso da álgebra para inverter os sinais das abscissas e ordenadas, tratamento que pode atuar como mecanismo de validação da conversão geométrica, em que o número funciona como confirmação da exatidão da forma.

O potencial metacognitivo parece atingir seu ponto mais alto na questão da seção *Um novo olhar* (Figura 7) — *como você ensinaria?* —, que demanda do estudante a representação do conceito para outra pessoa, exigindo o acompanhamento do próprio entendimento e a identificação de possíveis lacunas. Responder a essa questão pressupõe o exercício do *controle* executivo em sua forma mais completa, transformando o saber-fazer procedimental em síntese conceitual comunicável, o que pode caracterizar uma forma mais avançada de *noese* (Duval, 2012).

**Figura 6** – Atividades 1 e 2 do cap. 3 sobre Transformações no Plano



Responda às questões no caderno.

**1.** Observe os polígonos representados no plano cartesiano a seguir.

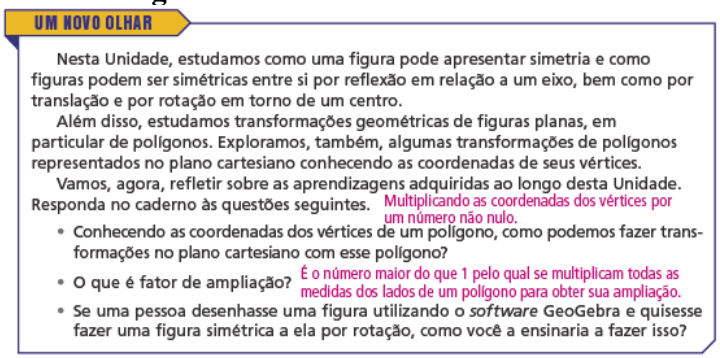


- Foi aplicada uma transformação geométrica ao polígono ABC, gerando o polígono A'B'C'. Podemos afirmar que A'B'C': Alternativa c.
  a) é uma redução de ABC.
  b) é uma ampliação de ABC.
  c) é simétrico a ABC em relação à origem (0, 0).
  d) é simétrico a ABC em relação ao eixo vertical *y*.
  e) é simétrico a ABC em relação ao eixo horizontal *x*.
- Determine as coordenadas dos vértices do polígono PQR, simétrico ao polígono ABC em relação ao eixo *x*, e do polígono STU, simétrico ao polígono ABC em relação ao eixo *y*. Copie o plano cartesiano e o polígono ABC em uma malha quadriculada e represente nesse plano os polígonos PQR e STU.

**2.** Descreva a transformação que você deve fazer para refletir um polígono do 4º quadrante para o 3º quadrante sem alterar suas dimensões e forma.

*Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 90-91)*

**Figura 7 –** Atividade *Um novo olhar*



UM NOVO OLHAR

Nesta Unidade, estudamos como uma figura pode apresentar simetria e como figuras podem ser simétricas entre si por reflexão em relação a um eixo, bem como por translação e por rotação em torno de um centro.

Além disso, estudamos transformações geométricas de figuras planas, em particular de polígonos. Exploramos, também, algumas transformações de polígonos representados no plano cartesiano conhecendo as coordenadas de seus vértices.

Vamos, agora, refletir sobre as aprendizagens adquiridas ao longo desta Unidade. Responda no caderno às questões seguintes.

- Conhecendo as coordenadas dos vértices de um polígono, como podemos fazer transformações no plano cartesiano com esse polígono? Multiplicando as coordenadas dos vértices por um número não nulo.
- O que é fator de ampliação? É o número maior do que 1 pelo qual se multiplicam todas as medidas dos lados de um polígono para obter sua ampliação.
- Se uma pessoa desenhasse uma figura utilizando o *software* GeoGebra e quisesse fazer uma figura simétrica a ela por rotação, como você a ensinaria a fazer isso?

*Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 95)*

A análise sugere que a unidade investigada tende a propor um percurso progressivo para o desenvolvimento da autonomia, ainda que esse movimento dependa de mediações não totalmente explicitadas no material. A efetividade desse percurso parece depender, em grande medida, de como as lacunas de justificativa identificadas venham a ser conduzidas em sala de aula. Embora a transição do registro visual para o algébrico pareça consistente, a mediação do professor parece indispensável para transformar o reconhecimento visual em comprovação teórica, cabendo a ele preencher as lacunas estruturais do material, de modo a incentivar o estudante a superar a execução passiva e fundamentar suas construções nas propriedades da simetria ortogonal.

## 5 Considerações finais

Este estudo investigou a potencialidade das atividades de simetria ortogonal, propostas em um livro didático de Matemática do 7º ano, para a mobilização de processos cognitivos e metacognitivos. A pesquisa partiu da premissa de que o livro didático, na condição de principal, e por vezes único, recurso em sala de aula, deveria oferecer mais do que a repetição mecânica de procedimentos, contribuindo também para o desenvolvimento intelectual do estudante.

O mapeamento das representações semióticas indicou um percurso que parece progredir da apreensão perceptiva em direção à articulação entre os registros figural, algébrico e de língua natural, com a coordenação entre tratamentos e conversões tornando-se mais exigente ao longo da unidade, sobretudo nas atividades do Capítulo 3, em que a validação algébrica passa a sustentar a conversão geométrica. Quanto aos comandos textuais e visuais, observou-se que as atividades de construção e a seção de

síntese final parecem favorecer, ainda que de forma não uniforme, o exercício do monitoramento e da autorregulação. Já as tarefas iniciais, por não solicitarem justificativa teórica, tendem a manter o estudante na dependência da validação externa (seja pelo gabarito, seja pela confirmação do professor), evidenciando uma lacuna na etapa de planejamento e avaliação das próprias estratégias.

Em conjunto, esses achados sugerem que o livro oferece um percurso relativamente consistente em direção à autonomia intelectual, ainda que essa consistência dependa fortemente da mediação docente para validar teoricamente o conhecimento construído e para incentivar a argumentação nos momentos em que o material se mostra omisso.

Como desdobramento, os diagnósticos obtidos nesta pesquisa deverão subsidiar a elaboração de uma sequência didática, cujo propósito é experimentar, em contexto de sala de aula, de que maneira a articulação intencional entre a TRRS e a metacognição pode contribuir para fortalecer a autonomia dos/as estudantes na aprendizagem da simetria ortogonal.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. de. *Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita:* um estudo exploratório nos livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino fundamental. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

ALMOULOUD, S. A. et al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*, n. 27, p. 94-108, dez. 2004. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S1413-24782004000300007. Acesso em: 02 mai. 2026.

COGNIÇÃO. In: DICIO, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2026. Disponível em: https://www.dicio.com.br/cognicao/. Acesso em: 18 abr. 2026.

DUVAL, R. Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive? In: CAHIERS de recherche sur l'enseignement des mathématiques. *Paris: IREM de Strasbourg*, n. 31, p. 37-61,1992. Disponível em: https://publimath.fr/igr93015/. Acesso em: 02 mai. 2026.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266. Acesso em: 02 mai. 2026.

DUVAL, R. Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. *In:* Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 21., 1999, Cuernavaca. *Anais* [...]. Cuernavaca, Mexico: PME-NA, 1999. p. 3-26.

FLAVELL, J. H. Metacognitive aspects of problem solving. In: Resnick, L. (ed.). *The nature of intelligence*. Hillsdale; NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1976, p. 231-236.

FRANGELLA, R. de C. P. Livro didático e currículo: do objeto fetiche à articulação discursiva. *Revista Brasileira de Educação*, v. 29, e290075, 2024. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S1413-24782024290075. Acesso em: 02 mai. 2026.

FREITAG, B. *O livro didático em questão*. São Paulo: Cortez, 1997.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas, 2002.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. *A conquista matemática:* 7º ano: ensino fundamental: anos finais. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

GUERRA, A. de L. e R. et al. Pesquisa qualitativa e seus fundamentos na investigação científica. *Revista de Gestão e Secretariado* – GeSec, São José dos Pinhais, PR, v. 15, n. 7, p. 1-15, 2024.

PEROVANO, A. P.; AMARAL, R. B. Livro didático como recurso pedagógico: conceito, função, escolha e uso. *Revista Binacional Brasil-Argentina:* Diálogo entre as Ciências, v. 12, n. 2, p. 16-32, dez. 2023.

RIBEIRO, C. Metacognição: um apoio ao processo de aprendizagem. *Psicologia:* Reflexão e Crítica, v. 16, n. 1, p. 109-116, 2003.

SCHOENFELD, A. H. Como nós pensamos. *Revista Tópicos Educacionais*, Recife, v. 18, n. 1-2, p. 24-46, jan./dez. 2012. Disponível em: https://orcid.org/0000-0003-1858-959X. Acesso em: 02 mai. 2026.

SCHOENFELD, A. H. Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, [s. l.], v. 196, n. 2, p. 1-38, 2016.