UMA ANÁLISE DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA EM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS EM UM LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO

Ronaldo Batista Siqueira Junior[1]
Rieuse Lopes (orientadora) [2]
Janine Freitas Mota (co-orientadora)[3]

GD1: Livro Didático e Currículo

Resumo
O objetivo deste estudo, recorte de uma investigação desenvolvida em um Trabalho de Conclusão de Curso realizado pelo primeiro autor, é analisar os registros de representação semiótica mobilizados no livro Prisma Matemática: Geometria e Trigonometria, de Bonjorno, Giovanni Junior e Sousa, aprovado no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD, 2021), para o Ensino Médio, bem como compreender como esses registros são mobilizados e abordados na obra, à luz de aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Diante disso, buscou-se responder à seguinte questão: quais registros de representação semiótica do conteúdo de funções trigonométricas estão presentes e como são abordados em um livro didático de Matemática do Ensino Médio? Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de natureza documental, desenvolvida por meio da análise dos registros de representação semiótica presentes no capítulo de funções trigonométricas do livro didático selecionado. A análise foi organizada em quatro categorias: definição; construção e interpretação de gráficos; situações aplicadas; e exercícios resolvidos e propostos. Os resultados indicaram a predominância do registro algébrico nos enunciados e resoluções, a presença de conversões e tratamentos, principalmente nas seções teóricas, e o uso do registro geométrico como mediador na construção dos gráficos. Conclui-se que a integração entre diferentes registros de representação semiótica constitui uma característica do capítulo analisado e, sob a perspectiva da TRRS, pode contribuir para a apreensão das funções trigonométricas.

Palavras-chave: Funções Trigonométricas. Livro Didático. Registros de Representação Semiótica.

1 Introdução

Este estudo constitui um recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) e apresenta como objetivo analisar os registros de representação semiótica mobilizados no livro Prisma Matemática: Geometria e Trigonometria, de Bonjorno, Giovanni Junior e Sousa, aprovado no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD, 2021), para o Ensino Médio, bem como compreender como esses registros são mobilizados e

[1] Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES) • Licenciado em Matemática • Montes Claros, Minas Gerais (MG), Brasil • ronaldobsjunior.rbsj@gmail.com • ORCID: https://orcid.org/0009-0000-9055-4733.
[2] Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES) • Doutora em Educação Matemática. • Montes Claros, Minas Gerais (MG), Brasil • janine.mota@unimontes.br • ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1653-9521.
[3] Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES) • Doutora em Educação Matemática. • Montes Claros, Minas Gerais (MG), Brasil • rieuse.lopes@unimontes.br • ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2342-3084.

abordados na obra, à luz de aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

Segundo Duval (2011), os registros de representação semiótica correspondem aos diferentes sistemas de representação utilizados para expressar um mesmo objeto matemático, como a língua natural, a escrita algébrica e os gráficos. As conversões correspondem às transformações de uma representação pertencente a um determinado registro em outra representação de um registro diferente, mantendo-se o mesmo objeto matemático, sendo essa atividade cognitiva central na TRRS.

Diante da centralidade do livro didático no contexto educacional brasileiro, por constituir-se como um dos principais materiais utilizados pelos professores na organização de suas práticas docentes, torna-se relevante analisar como esse material organiza e apresenta os conceitos matemáticos, considerando as possibilidades de articulação entre diferentes registros de representação semiótica. Para tal, a TRRS, fornece uma lente analítica essencial, ao enfatizar que a apreensão conceitual dos objetos matemáticos depende da articulação e conversão entre diferentes registros de representação. Nesse sentido, a apresentação de definições ou resoluções de tarefas em um único registro pode limitar as possibilidades de articulação entre diferentes registros de representação semiótica. Diante disso, apresenta-se a seguinte questão: *quais registros de representação semiótica do conteúdo de funções trigonométricas estão presentes e como são abordados em um livro didático de Matemática do Ensino Médio?*

Este estudo organiza-se da seguinte forma: inicialmente, apresenta-se a fundamentação teórica acerca da TRRS e aspectos relacionados ao objeto matemático investigado. Posteriormente, descreve-se os procedimentos metodológicos e os critérios de seleção e análise do livro didático. Em seguida, são apresentadas as análises do capítulo de funções trigonométricas da obra *Prisma Matemática: Geometria e Trigonometria* (Bonjorno, Giovanni Junior e Sousa, 2020). Por fim, apresentam-se as considerações finais.

2 Referencial Teórico

O referencial teórico deste estudo contempla discussões acerca das funções trigonométricas, do papel do livro didático no ensino de Matemática e da TRRS, além de pesquisas que analisam livros didáticos à luz dessa teoria.

As funções trigonométricas, além de fundamentais para a compreensão de fenômenos periódicos e aplicações nas ciências e tecnologias, constituem um conteúdo que demanda a mobilização de diferentes formas de representação.

Nesse contexto, o livro didático assume papel central na mediação entre o conhecimento científico e o saber escolar, orientando o trabalho docente e a aprendizagem discente. A TRRS, desenvolvida pelo pesquisador Raymond Duval, possibilita compreender como os estudantes constroem significados matemáticos por meio das atividades cognitivas de tratamento e conversão. Assim, a análise dos registros presentes nos livros didáticos permite investigar em que medida esses materiais favorecem a apreensão conceitual das funções trigonométricas e o desenvolvimento do pensamento matemático.

Conforme Duval (2011), os objetos matemáticos, por serem abstratos, não podem ser diretamente apreendidos pela percepção, sendo acessados por meio de representações semióticas. Dessa forma, a apreensão conceitual dos objetos matemáticos exige a coordenação entre diferentes registros de representação semiótica, sendo as operações de tratamento e conversão fundamentais nesse processo.

Consoante Duval (1993, p. 39), as representações semióticas podem ser definidas como "produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento". Essas representações são organizadas em quatro sistemas semióticos, denominados registros, sendo eles: língua natural, configurações geométricas, sistemas de escrita (com expressões e equações) e os gráficos cartesianos.

Entretanto, segundo a TRRS, a aprendizagem matemática se torna significativa quando o estudante não apenas utiliza diferentes registros, mas é capaz de realizar conversões entre eles. Assim, a atividade cognitiva de conversão assume papel fundamental na TRRS, pois exige que os estudantes reconheçam que diferentes registros podem representar um mesmo objeto matemático, promovendo a construção de relações entre registros. Essa habilidade é, portanto, essencial para o ensino e a apreensão dos conceitos matemáticos.

Para que um sistema de signos seja considerado um registro de representação semiótica, deve possibilitar três atividades cognitivas fundamentais: formação de

representações identificáveis, tratamentos e conversões. Essas atividades permitem ao estudante operar sobre os objetos matemáticos por meio de diferentes registros.

A formação de uma representação identificável ocorre quando um objeto matemático é expresso de forma clara e reconhecível dentro de um determinado sistema de signos, respeitando suas regras, convenções e simbologias. Por exemplo, a expressão $f(x) = sen\ (x)$ constitui uma representação válida no registro algébrico por seguir a notação matemática formal. Essa formação é essencial para a comunicação e interpretação adequada do conteúdo matemático.

O tratamento consiste em transformações realizadas dentro de um mesmo registro de representação, seguindo as regras e operações próprias desse sistema semiótico. No registro algébrico, por exemplo, a simplificação descrita na equação seguinte: $f(x) = 5sen(x) + 2sen(x) = (5 + 2)\ sen(x) = 7sen(x)$ caracteriza um tratamento, pois as operações realizadas permanecem no mesmo registro. Essa atividade evidencia a utilização das operações próprias do sistema algébrico. Já a conversão consiste na transformação de uma representação pertencente a um registro em outra representação de um registro diferente, preservando o mesmo objeto matemático. Essa atividade cognitiva envolve o reconhecimento das relações existentes entre diferentes formas de representação e assume papel fundamental na apreensão dos conceitos matemáticos. Por exemplo, a função seno pode ser representada, algebricamente, como $f(x) = sen(x)$ e, graficamente, como uma curva periódica no plano cartesiano.

A conversão entre registros exige a compreensão do vínculo conceitual entre diferentes representações de um mesmo objeto, não se restringindo à aplicação automática de regras. Nesse sentido, Duval (1993), classifica os registros de representação semiótica de acordo com sua função e estrutura.

A análise de livros didáticos de Matemática à luz da TRRS tem se consolidado como uma possibilidade de investigação na Educação Matemática. Santos, Grützmann e Soares (2021) destacam que a forma como os objetos matemáticos são apresentados nos livros didáticos pode influenciar as transformações cognitivas propostas aos estudantes, bem como a mobilização e articulação de diferentes registros de representação semiótica. Além disso, a análise de livros pode contribuir para identificar possíveis dificuldades no processo de ensino.

No campo das Funções Trigonométricas, Costa (2022) analisou a abordagem desse conteúdo em dois livros didáticos à luz da TRRS, investigando os registros mobilizados e as conversões presentes nas obras. A autora concluiu que, embora os livros analisados contemplassem diferentes registros de representação, a articulação entre eles nem sempre ocorria de forma ampla, considerando os pressupostos da TRRS.

Outras pesquisas também evidenciam a relevância da análise de materiais curriculares fundamentada nessa teoria. À título de exemplo, Rempel (2021) investigou a abordagem do Tangram em livros didáticos. Machado (2019) analisou a abordagem da semelhança de figuras e Silva, Prando e Gualandi (2020) examinaram o conteúdo de funções em livros de Matemática. Esses estudos reforçam a contribuição da TRRS como uma perspectiva teórica para compreender como diferentes registros de representação são mobilizados nos materiais curriculares.

Diferentemente das pesquisas que já foram realizadas, o presente estudo foca na análise dos registros de representação semiótica mobilizados na abordagem das funções trigonométricas em uma obra específica de Matemática voltada para o Ensino Médio, considerando as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão presentes no capítulo analisado.

3 Procedimentos Metodológicos

Este estudo, de abordagem qualitativa e caráter documental, analisou o livro didático *Prisma Matemática: Geometria e Trigonometria* (Bonjorno, Giovanni Junior e Sousa, 2020), aprovado pelo PNLD da edição de 2021. A escolha da obra baseou-se em dados do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, obtidos no sistema PNLD online[4], considerando os seguintes parâmetros: PNLD 2021 – Objeto 2 (Ensino Médio); Rede: Estadual; Situação: Finalizada; Estado: Minas Gerais e Município: Montes Claros. A partir desses critérios, foram verificadas as indicações das obras realizadas pelas escolas, considerando a primeira e segunda opção de escolha. O livro selecionado apresentou maior indicação como primeira opção, sendo escolhido por 17 escolas, e como segunda opção por 8 escolas, totalizando 25 unidades escolares.

Para a análise dos dados, fundamentamo-nos na TRRS, considerando indicadores estabelecidos *a priori* a partir de seus principais pressupostos: a diversidade de registros

[4] Disponível em: https://simec.mec.gov.br/livros/publico/index_escolha.php.

de representação semiótica mobilizados; a identificação de atividades cognitivas de tratamento e conversão entre registros; e as possibilidades de articulação entre diferentes representações presentes na obra. Durante a fase de exploração do capítulo selecionado, foram realizadas leituras recorrentes das definições, exemplos, tarefas resolvidas e propostas, buscando identificar aproximações e distanciamentos em relação aos pressupostos da TRRS. Além disso, foram observados os registros mobilizados na abordagem das funções trigonométricas, bem como as transformações de tratamentos e conversões entre os registros. A seguir, no Quadro 1, apresentam-se as categorias elaboradas para a análise e suas respectivas descrições.

Quadro 1 – Categorias elaboradas para análise

Categoria	***Descrição***
a) Definição	Analisar os registros de representação semiótica mobilizados na apresentação dos conceitos de funções trigonométricas, identificando as formas de representação utilizadas e possíveis articulações entre diferentes registros.
b) Construção e interpretação de gráficos	Analisar a abordagem utilizada para a construção dos gráficos de funções trigonométricas, observando as relações estabelecidas entre o registro gráfico e outros registros de representação, especialmente o algébrico, bem como possíveis conversões.
c) Situações aplicadas	Analisar os registros de representação utilizados na apresentação de situações do cotidiano envolvendo funções trigonométricas, considerando as relações estabelecidas entre o contexto apresentado e o objeto matemático.
d) Tarefas resolvidas e propostas	Analisar os registros de representação mobilizados nos enunciados e resoluções de tarefas, identificando os tratamentos e as conversões entre registros exigidos ou possibilitados aos estudantes.

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Para a análise dos dados apresentados neste estudo, as categorias foram organizadas separadamente, possibilitando uma análise sistemática e coerente com os objetivos do estudo. Considerando que este estudo constitui um recorte de uma pesquisa mais ampla, são apresentadas neste estudo as análises referentes às categorias: a) Definição e b) Construção e interpretação de gráficos.

4 Análise do capítulo de funções trigonométricas à luz da TRRS

O capítulo 4 do livro analisado, denominado Funções Trigonométricas é composto por vinte e seis páginas (p. 126 – 151), e é subdividido em cinco tópicos e quatro subtópicos, conforme apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 – Distribuição dos tópicos e subtópicos do capítulo de Funções Trigonométricas

Tópicos	***Subtópicos***

Funções Periódicas – p. 128	–
Função Seno – p. 128	Gráfico da função seno – p. 128 Sistema Massa e Mola: Velocidade – p. 130
Função Cosseno – p. 134	Gráfico da função Cosseno – p. 134 Sistema Massa e Mola: Posição – p. 136
Equações Trigonométricas – p. 140	–
Inequações Trigonométricas – p. 140	–

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

No início do capítulo, são apresentadas as competências e habilidades[5] da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a serem desenvolvidas. No texto introdutório, os autores utilizam a Lua como curiosidade para destacar como a periodicidade de seus fenômenos evidencia sua relevância nos campos científico e empírico.

Em seguida, os estudantes são estimulados a pesquisar sobre a Astronomia, em especial sobre os períodos e a influência da Lua sobre a cultura de diferentes povos. Além disso, o telescópio é apresentado como uma curiosidade relacionada ao conteúdo. Esse início mostra-se importante, pois apresenta uma contextualização do conteúdo, relacionando fenômenos periódicos a situações presentes no cotidiano e introduzindo aspectos que serão retomados ao longo do capítulo.

No decorrer da Unidade, os autores recorrem a outra situação concreta: o pêndulo, associado às funções trigonométricas, contexto acompanhado de conceitos matemáticos que estabelecem relações entre situações contextualizadas e o objeto de estudo. O material ainda apresenta caixas de texto denominadas *Saiba que...*, destinadas a relembrar conceitos fundamentais e *Pense e responda*, que estimulam a reflexão sobre os conteúdos abordados. Também há uma seção intitulada *Para ouvir*, com um *podcast* sobre tempestades solares relacionadas às funções trigonométricas, ampliando as possibilidades de conexão do estudante com contextos reais.

Outra parte do capítulo, denominada Fórum, destina-se a apresentar brevemente o trabalho de pesquisadores. Essa seção tem como objetivo debater a importância de compreender o mundo onde vivemos, as pesquisas acadêmicas e como utilizamos os modelos matemáticos em nosso cotidiano. Mais adiante, a seção *Conexões* explora o fenômeno das marés, destacando sua relação com as fases lunares e as funções trigonométricas, reforçando o vínculo entre o conteúdo e situações reais. O livro conta

[5] Competências gerais 1, 2 e 5; Competências específicas e habilidades da área de Matemática e suas tecnologias 1 e 3; Competência específica da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias 2.

ainda com a seção *Explorando a tecnologia*, na qual os autores analisam as funções seno e cosseno com o auxílio do *software* GeoGebra.

Na última página, encontra-se a seção *Para refletir* que retoma, de forma sucinta, os conteúdos abordados, propondo tarefas para que o estudante reflita sobre sua aprendizagem.

Destacamos que, para esta investigação, consideramos apenas o texto explicativo e as tarefas resolvidas no capítulo 4, com foco nos registros de representação mobilizados pelos autores. As tarefas propostas e complementares não foram incluídas, pois este estudo constitui um recorte da análise realizada.

A partir desse recorte, buscamos analisar como os autores apresentam os conceitos relacionados às funções trigonométricas, considerando os registros de representação semiótica mobilizados, bem como as possíveis articulações entre eles por meio de tratamentos e conversões. Assim, iniciamos pela análise das definições introduzidas no capítulo, observando os elementos conceituais e representacionais presentes na abordagem adotada pelos autores.

4.1 Definição

Logo na Introdução do capítulo, os autores apresentam um exemplo do relógio de pêndulo para introduzir as ideias iniciais sobre as funções trigonométricas, ressaltando que o pêndulo realiza um movimento de vai e vem, denominado movimento oscilatório. Em seguida, destacam que, assim como nessa situação, existem outros fenômenos que se repetem em intervalos regulares de tempo, os quais são chamados de fenômenos periódicos e podem ser modelados por funções periódicas. Na sequência, é apresentada a definição de função periódica, apresentada na Figura 1, e é informado que um dos principais exemplos desse tipo de função é a função trigonométrica.

Figura 1 – Definição de função periódica

> Matematicamente, dizemos que uma função real de variável real é periódica se existe um número real positivo p, tal que $f(x + p) = f(x)$ para todo x do domínio de f. Ou seja, a função se repete a cada intervalo de números reais de comprimento p. Quando o valor de p é o menor valor positivo possível, chamamos de período da função. Estudaremos o período mais adiante neste Capítulo.

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020, p. 128).

A situação apresentada na Figura 1 enquadra-se na categoria *Definição*, pois apresenta conceitos de uma função periódica. É possível perceber que os conceitos são apresentados pela articulação entre o registro algébrico e a língua natural, permitindo ao leitor relacionar a expressão matemática à descrição das propriedades da função periódica. O termo "*ou seja*" estabelece uma relação explicativa entre a expressão algébrica e sua descrição em língua natural, indicando uma articulação entre diferentes formas de representação do objeto matemático.

De modo análogo, as definições das funções seno e cosseno, localizadas nas páginas 128 e 134 do material, respectivamente, enquadram-se também na categoria *Definição*, conforme ilustradas nas Figuras 2 e 3.

Figura 2 – Definição da função seno

A primeira função trigonométrica que estudaremos é a **função seno**. Ela é a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que associa a cada número real x o número real sen x, ou seja, $y = \text{sen } x$ ou $f(x) = \text{sen } x$.

O domínio e o contradomínio da função seno são iguais a $\mathbb{R}$, ou seja, $D(f) = \mathbb{R}$ e $CD(f) = \mathbb{R}$.

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020, p. 128).

Observa-se, na definição da função seno, a apresentação da relação entre os valores do domínio e suas respectivas imagens associadas ao círculo trigonométrico, favorecendo a compreensão da correspondência característica desse tipo de função.

Figura 3 – Definição da função cosseno

Denomina-se **função cosseno** a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que associa a cada número real x o número real cos x, ou seja, $y = \cos x$ ou $f(x) = \cos x$.

O domínio e o contradomínio da função cosseno são iguais a $\mathbb{R}$, ou seja, $D(f) = \mathbb{R}$ e $CD(f) = \mathbb{R}$.

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020, p. 134).

De maneira similar, a definição da função cosseno evidencia a associação entre os elementos do domínio e do contradomínio, utilizando representações vinculadas ao círculo trigonométrico para introduzir o comportamento da função.

Para a apresentação das definições mencionadas, os autores utilizaram, simultaneamente, os registros em língua natural e o algébrico. Em ambos os casos, identificam-se duas ocorrências de conversão do registro da língua natural para o registro algébrico. Essa articulação pode ser observada no uso da expressão "ou seja", utilizada pelos autores para relacionar a representação algébrica apresentada à explicação em língua natural. Além disso, há uma tentativa de conversão no sentido inverso, isto é, do

registro algébrico para a língua natural; contudo, a identificação dessa conversão revela-se sutil, uma vez que não é facilmente perceptível no discurso do livro didático.

Tal situação pode gerar lacunas na apreensão desses conceitos, pois, conforme destaca Duval (2011), a conversão entre registros constitui a operação cognitiva essencial para a apreensão dos objetos matemáticos, mas nem sempre é explicitada de forma clara nas representações, o que pode dificultar sua identificação por parte do estudante. Assim, embora a coordenação entre registros esteja presente, sua explicitação limitada pode limitar as possibilidades de explicitação das relações entre diferentes registros de representação no material analisado.

Mais adiante no livro, é apresentada a definição do período das funções seno e cosseno. Os autores retomam o fato de que as funções seno e cosseno se repetem em intervalos de 2π, o que significa que a função assume os mesmos valores nos intervalos $[-2\pi, 0]$, $[0,2\pi]$ e assim sucessivamente. Além disso, essa propriedade é expressa por meio da relação $\text{sen}(x - 2\pi) = \text{sen}(x) = \text{sen}(x + 2\pi)$ e, da mesma forma, $\cos(x - 2\pi) = \cos(x) = \cos(x + 2\pi)$ que, em termos gerais, pode ser escrita como $\text{sen}(x + 2k\pi) = \text{sen}(x)$ e $\cos(2k\pi) = \cos(2\pi)$ em que $k \in \mathbb{Z}$.

Na sequência, para complementar a explicação, os autores afirmam que, se existe um número p tal que $\text{sen}(x + p) = \text{sen}(x)$, do mesmo modo, $\cos(x + p) = \cos(x)$, o menor valor de p para o qual isso ocorre é denominado período da função. Para a função $f(x) = \text{sen}(x)$ e $f(x) = \cos(x)$, o período é $p = 2\pi$.

Como exemplo, é apresentada a função $g(x) = \text{sen}\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ em que o período é π. A função é utilizada para mostrar o processo de determinação do período. Para encontrar esse valor, basta igualar as expressões $\left[2x_1 + \frac{\pi}{2}\right] = 0$ e $\left[2x_2 + \frac{\pi}{2}\right] = 2\pi$, e, ao isolar x_1 e x_2, determinar a diferença em módulo $| x_2 - x_1 |$, que corresponde ao período da função.

Em seguida, as funções $f(x) = sen(x)$ e $g(x) = \text{sen}\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ são comparadas, evidenciando que elas possuem períodos diferentes, conforme pode ser observado na Figura 4:

Figura 4 – Período das funções f(x) e g(x)

Matematicamente, dizemos que uma função real de variável real é periódica se existe um número real positivo p, tal que $f(x + p) = f(x)$ para todo x do domínio de f. Ou seja, a função se repete a cada intervalo de números reais de comprimento p. Quando o valor de p é o menor valor positivo possível, chamamos de período da função. Estudaremos o período mais adiante neste Capítulo.

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020, p. 130).

Do mesmo modo, é apresentado como exemplo a função $f(x) = cos\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{3}\right)$ em que o período é 8π. Porém, diferentemente do que foi feito na explicação da função seno, essa função não foi apresentada no registro gráfico.

Por fim, os autores generalizam a fórmula para determinar o período. Para uma função do tipo $\text{sen}(cx + d)$, com $c \neq 0$, o período é dado por $p = \frac{2\pi}{|c|}$. Utilizando o raciocínio aplicado às funções $f(x)$ e $g(x)$, é realizado o tratamento interno ao registro algébrico que leva à dedução dessa expressão geral para o período. A Figura 5 apresenta os procedimentos realizados pelos autores.

Figura 5 – Procedimentos para a determinação do período

$$cx_1 + d = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{d}{c}$$

$$cx_2 + d = 2\pi \Rightarrow x_2 = \frac{2\pi - d}{c}$$

$$p = |x_2 - x_1| = \left|\frac{2\pi - d}{c} - \left(-\frac{d}{c}\right)\right| = \left|\frac{2\pi}{c}\right| \Rightarrow p = \frac{2\pi}{|c|}$$

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020, p. 130).

Para a apresentação dessa definição, foram mobilizados diferentes registros de representação semiótica: língua natural, numérico, algébrico e gráfico. O registro em língua natural foi utilizado como ponto de partida das explicações; o numérico apareceu em dois momentos; o algébrico predominou ao longo da exposição; e o gráfico possibilita a visualização das características da função analisada. Observa-se a ocorrência de conversões entre registros, inicialmente da língua natural para o numérico e, posteriormente, para o algébrico. Também foi identificada a conversão do registro algébrico para o gráfico. Além disso, identificam-se dois tratamentos internos ao registro algébrico ao longo da explicação. Essas articulações dialogam diretamente com a TRRS, uma vez que, segundo Duval (2012), a apreensão conceitual dos objetos matemáticos é

ampliada quando os estudantes conseguem realizar conversões entre diferentes registros de representação.

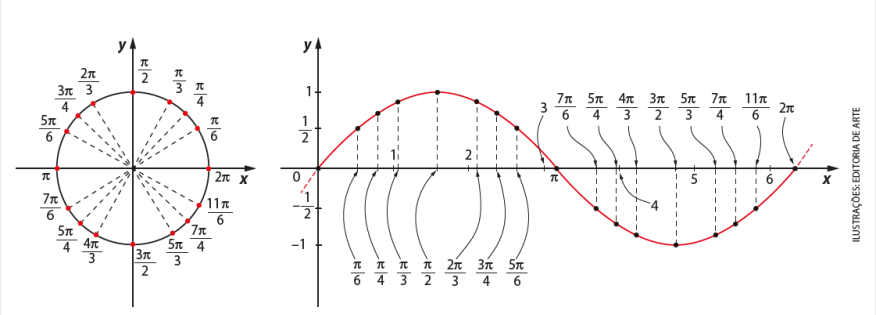
Ao final do subtítulo referente ao gráfico da função cosseno, os autores retomam a definição de que o seno do complementar de um arco é igual ao cosseno desse arco, estendendo essa relação às funções trigonométricas. Nessa abordagem, foram mobilizados os registros em língua natural, algébrico e gráfico. Observa-se a ocorrência de conversões do registro em língua natural para o algébrico e, posteriormente, do algébrico para o gráfico. Essa articulação entre registros, especialmente a relação estabelecida entre as representações algébrica e gráfica, evidencia possibilidades de coordenação entre diferentes formas de representação do objeto matemático. Diante disso, torna-se pertinente discutir como os autores conduzem a construção e a interpretação dos gráficos das funções trigonométricas, o que será feito a seguir.

4.2 Construção e interpretação de gráficos

Após a definição, em ambos os casos, é apresentado o gráfico da função seno e cosseno, o qual se insere na categoria *Construção e interpretação de gráficos*. Os autores explicam que o gráfico de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é o conjunto de pontos formados pelos pares ordenados (x, y), com $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ e $y = f(x)$.

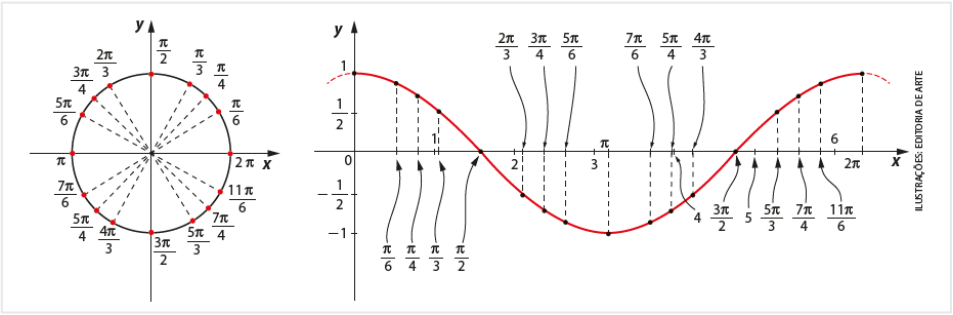
Para a construção do gráfico, consideram inicialmente os valores reais dentro do intervalo $[0,2\pi]$. Os autores ainda destacam que, no capítulo anterior, já haviam sido estudados os valores de $\text{sen}(x)$ e $\cos(x)$ para qualquer número real x, conforme apresentado nas Figuras 6 e 7, a seguir:

Figura 6 – Gráfico da função seno



Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020 p. 129).

Figura 7 – Gráfico da função cosseno



Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020 p. 134).

Nas Figuras 6 e 7, os autores apresentam a construção dos gráficos das funções seno e cosseno, respectivamente. Em ambos os casos, a figura à esquerda mostra os valores de $\text{sen}(x)$ e $\cos(x)$representados no círculo trigonométrico, enquanto a figura à direita exibe o comportamento das funções ao longo do eixo x, no intervalo $[0,2\pi]$.

Na construção do gráfico da função seno apresentada no material, observa-se uma abordagem intermediária, em que a representação inicia no registro algébrico, passa pelo geométrico e culmina no gráfico cartesiano. Nesse processo, o círculo trigonométrico atua como registro mediador, favorecendo a articulação entre diferentes representações e possibilitando a análise do comportamento da função. A principal atividade cognitiva envolvida nessa construção é a conversão do registro algébrico para o gráfico. Contudo, essa conversão não ocorre de forma direta: o autor utiliza o círculo trigonométrico como registro intermediário, no qual são indicados os valores do domínio (os ângulos) e suas respectivas imagens. A partir desses valores, são determinados os pontos no plano cartesiano que, unidos, formam a curva da função.

Como a explicação sobre o significado geométrico do seno e do cosseno no círculo trigonométrico já havia sido apresentada no capítulo anterior, neste capítulo os autores apenas indicam os pontos correspondentes, sem retomar a localização desses valores no círculo.

Sob a perspectiva da TRRS, a construção de gráficos ultrapassa um procedimento técnico, configurando-se como um processo cognitivo fundamental para a aprendizagem matemática. Segundo Duval (2011), a prática escolar frequentemente privilegia a abordagem ponto a ponto, em que o gráfico é construído a partir da associação entre pares numéricos e pontos no plano. Para o autor, essa prática pode constituir um obstáculo à apreensão conceitual, pois enfatiza a passagem do registro algébrico (a equação) para o registro gráfico, enquanto as maiores dificuldades dos estudantes geralmente se

encontram no processo inverso, isto é, na interpretação do gráfico e na identificação da relação matemática que ele representa.

Os autores acrescentam que, sendo o domínio das funções o conjunto dos números reais, essas estão definidas para valores menores que 0 e maiores que 2π.

As funções recebem as denominações de senoide, no caso da função seno, e cossenoide, para a função cosseno. Os autores destacam o comportamento da função seno em diferentes intervalos do domínio, evidenciando seus movimentos de crescimento e decrescimento. No intervalo $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, a função cresce, variando de 0 a 1; em $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$, decresce, variando de 1 a 0; em $\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$, continua decrescente, variando de 0 a -1; e, por fim, em $[\frac{3\pi}{2},2\pi]$, cresce novamente, variando de -1 a 0.

No caso da função cosseno, no intervalo $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, a função decresce, variando de 1 a 0; em $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$, continua decrescente, variando de 0 a -1; em $\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$, cresce, variando de -1 a 0; e, por fim, em $[\frac{3\pi}{2},2\pi]$, continua crescente, variando de 0 a 1. No livro, é destacado que o conjunto imagem dessas funções é o intervalo $[-1,1]$, o que significa que as funções $\text{sen}(x)$ e $\cos(x)$ assumem valores entre -1 e 1.

Até esse momento, foram mobilizados os registros algébrico, numérico, gráfico e em língua natural. Observa-se a ocorrência de conversões entre registros, inicialmente do gráfico para a língua natural, quando a função passa a ser descrita como crescente ou decrescente em determinados intervalos.

Além disso, ao apresentar o conjunto imagem das funções seno e cosseno, os autores partem do registro em língua natural e realizam a conversão para o registro algébrico. Essa articulação evidencia a relação entre diferentes representações de um mesmo objeto matemático, aspecto valorizado pela TRRS.**5 Considerações Finais**

Este estudo teve como objetivo *analisar os registros de representação semiótica mobilizados no livro Prisma Matemática: Geometria e Trigonometria, de Bonjorno, Giovanni Junior e Sousa, aprovado no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD, 2021), para o Ensino Médio, bem como compreender como esses registros são mobilizados e abordados na obra, à luz de aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.* Neste recorte, foram consideradas duas categorias de análise: a) Definição, b) Construção e interpretação de gráficos, o que possibilitou

analisar de que forma os registros são articulados e quais operações cognitivas são identificadas em cada etapa.

Nas seções de definição, observa-se a predominância dos registros algébrico e em língua natural, o que é compreensível, visto que o conteúdo está sendo introduzido. Contudo, destaca-se a presença do registro gráfico na definição de período. Assim, foram observadas articulações entre os registros algébrico e em língua natural, sendo identificadas situações em que essas representações estabelecem relações entre si. Quanto às atividades cognitivas, foram identificadas ocorrências de tratamentos e possíveis conversões entre registros.

Na seção de construção e interpretação dos gráficos, o registro gráfico assume papel central, uma vez que as informações apresentadas visam construí-lo ou extrair dele significados. O registro algébrico fornece o suporte necessário para a explicação, enquanto o geométrico atua como intermediário, relacionando o círculo trigonométrico às funções seno e cosseno. A organização do capítulo possibilita observar a relação entre as definições apresentadas e suas representações gráficas. Observam-se conversões do registro algébrico para o geométrico e deste para o gráfico, bem como do gráfico para o numérico e, posteriormente, para o algébrico. Essa articulação entre registros evidencia que diferentes representações podem estar relacionadas a um mesmo objeto matemático, aspecto central na perspectiva da TRRS. De forma geral, identifica-se que o capítulo de funções trigonométricas apresenta uma diversidade de registros e mobiliza diferentes operações cognitivas, especialmente nas seções teóricas.

Esta análise baseou-se em um único livro didático; por isso, recomenda-se que futuras investigações incluam outros materiais, a fim de comparar o modo como os registros de representação são especificados na abordagem dos conteúdos. Sugere-se, ainda, a abordagem do conteúdo em contexto de sala de aula, para verificar empiricamente as contribuições e limitações identificadas.

Conclui-se que o capítulo analisado apresenta diferentes registros de representação semiótica e situações em que são identificadas articulações entre essas representações, aspectos que dialogam com os pressupostos da TRRS. Além disso, a TRRS constitui um importante referencial teórico para analisar a forma como os livros didáticos apresentam e articulam diferentes registros de representação matemática.

Referências

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUZA, Paulo Roberto Camara de. *Prisma*: matemática ensino médio – geometria e trigonometria. São Paulo: FTD, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.

COSTA, Renata Gaspar da. *Funções trigonométricas no contexto dos registros de representação semiótica*: uma análise em livros didáticos. 2022. 124f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Federal do Maranhão, São Luís.

DUVAL, Raymond. Registres de représentation sémiotique et fonctionnemente cognitif de la pensée. In: *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. IREM: Strasbourg, 1993. p. 37-64.

DUVAL, Raymond. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. *Revemat*, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96–112, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revemat*, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

MACHADO, Hugo Alves. *Um estudo da semelhança de figuras envolvendo as representações semióticas presentes nos livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental*. 2019. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza.

REMPEL, Graciele. *Tangram nos livros didáticos de matemática*: um estudo à luz da Teoria de Registros de Representação Semiótica. 2021. 110f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó.

SANTOS, Gabrielle Nunes dos; GRÜTZMANN, Thaís Philipsen; SOARES, Maria Arlita da Silveira. Um estudo sobre os sistemas lineares sob a ótica dos registros de representação semiótica. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v. 10, n. 22, p. 242–266, 2021.

SILVA, Izabella Batista; PRANDO, Giovani; GUALANDI, Jorge Henrique. Contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a análise do capítulo de funções de um livro didático. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 4, e202006, p. 1-16, 2020.

Declaração de uso de IA: Durante a elaboração deste artigo, foi utilizado o modelo GPT-5 (OpenAI) como ferramenta auxiliar para revisão linguística, melhoria da clareza e coesão textual para reestruturação do manuscrito. Todo o conteúdo foi revisado, validado e aprovado pelos autores, que assumem integral responsabilidade pela versão final.