

ÓRBITAS EM TORNO DA LUA COM FOCO NA MISSÃO VMMO

Lucas Leite Leão¹, Jean Paulo dos Santos Carvalho¹

¹Universidade federal do Recôncavo da Bahia, Feira de Santana, Brasil
(lucasleiteleao@aluno.ufrb.edu.br)

Resumo: Este trabalho investiga a estabilidade de órbitas em torno da Lua, com ênfase em aplicações relacionadas à missão espacial VMMO. Neste trabalho, foram conduzidas simulações numéricas utilizando os softwares Maple e GMAT, considerando o campo gravitacional lunar, modelado por harmônicos esféricos da ordem e grau 18 x 3, além da influência da Terra como terceiro corpo. Os resultados evidenciam a existência de órbitas quase congeladas, caracterizadas por baixa variação dos elementos orbitais.

Palavras-chave: Órbitas lunares; Órbitas quase congeladas; Missão VMMO.

INTRODUÇÃO

O crescente interesse internacional pelas atividades espaciais tem impulsionado pesquisas voltadas à dinâmica orbital no entorno lunar, com ênfase na identificação de trajetórias estáveis capazes de subsidiar o desenvolvimento e a viabilização de futuras missões. A missão Volatile and Mineralogy Mapping Orbiter (VMMO), por exemplo, propõe o uso de um CubeSat 12U em órbita lunar para estudos científicos, com foco no mapeamento da mineralogia e da distribuição de voláteis, especialmente nas regiões polares. A missão VMMO é um projeto da Agência Espacial Europeia (ESA) com previsão de lançamento da missão para 2028.

Em Gao et al. (2019), os autores descrevem a proposta da missão VMMO, destacando seus objetivos científicos, a arquitetura da missão e o perfil operacional em órbita lunar, evidenciando a viabilidade de missões científicas de baixo custo voltadas à exploração lunar. Rowe et al. (2021) apresentam o conceito do Lunar Volatile and Mineralogy Mapping Orbiter (VMMO), um CubeSat 12U selecionado pela Agência Espacial Europeia (ESA) para o mapeamento de voláteis e da mineralogia do polo sul lunar. A missão utiliza um lidar químico multiespectral para detectar gelo de água e outros recursos com alta resolução espacial, reforçando a viabilidade técnica do uso de CubeSats em órbita lunar.

Nesse contexto, a análise de órbitas quase congeladas se destaca por apresentar baixa variação dos elementos orbitais ao longo do tempo. Neste estudo, foram realizadas simulações com o auxílio dos softwares

Maple e GMAT, considerando o campo gravitacional lunar não uniforme, descrito por meio de harmônicos esféricos da ordem e grau 18 x 3, além da influência da Terra como terceiro corpo. Este estudo tem como objetivo avaliar a viabilidade das órbitas analisadas e propor ajustes mais robustos com base em simulações numéricas. Os resultados permitiram identificar órbitas quase congeladas com potencial aplicação na missão VMMO, bem como regiões instáveis que podem contribuir para estratégias relacionadas à dinâmica de detritos em órbita lunar.

MODELO MATEMÁTICO

A dinâmica orbital de um satélite ao redor da Lua é considerada neste trabalho, adotando-se o corpo lunar como referência central do sistema. Nesse contexto, o modelo contempla como principais fontes de perturbação o campo gravitacional lunar (U_l) e a ação gravitacional da Terra ($U_\oplus$), tratada como terceiro corpo. A partir dessas contribuições, estabelece-se o potencial total do sistema, conforme apresentado na equação (1):

$$U = U_l + U_\oplus. \quad (1)$$

Adicionalmente, analisa-se a influência dos principais termos associados aos harmônicos esféricos, com base nos coeficientes reportados por Roncoli (2005). O potencial perturbador decorrente da distribuição não uniforme de massa do corpo central é expresso em função dos elementos orbitais, considerando os harmônicos zonais de J2 a J18, bem como os termos setoriais e tesserais, representados por C22, C31, C32, C33, S22, S31, S32 e S33 (Kuga; Carrara; Rao, 2011).

As equações de movimento devido ao campo gravitacional da Lua são obtidas de Carvalho et al. (2022a, 2025).

Adota-se o plano equatorial da Lua como referência para a descrição do movimento orbital. Dessa forma, o potencial médio de perturbação associado à distribuição não uniforme de massa do corpo central pode ser representado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \langle U_C \rangle = & \langle R_{J_2} \rangle + \langle R_{J_3} \rangle + \\ & \dots + \langle R_{J_{18}} \rangle + \\ & \langle R_{C_{22},S_{22}} \rangle + \langle R_{C_{31},S_{31}} \rangle + \\ & \langle R_{C_{32},S_{32}} \rangle + \langle R_{C_{33},S_{33}} \rangle; \end{aligned} \quad (2)$$

Para mais detalhes, consultar Carvalho et al. (2022a, 2025). A contribuição do terceiro corpo é modelada por meio de uma expansão em polinômios de Legendre, considerando termos até a segunda ordem na razão entre as distâncias características do sistema. Para a obtenção do potencial perturbador, emprega-se o método de média simples, assumindo-se que o terceiro corpo descreve uma órbita elíptica e inclinada em relação ao plano de referência, conforme apresentado em Carvalho et al. (2022a, b). A interação gravitacional da Terra é representada como uma perturbação no referencial inercial Oxyz, cujo centro coincide com o corpo principal, resultando na seguinte expressão:

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\oplus} = -\mu_{\oplus} \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\oplus}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\oplus}\|^3} + \frac{\mathbf{r}_{\oplus}}{\|\mathbf{r}_{\oplus}\|^3} \right) \quad (3)$$

O parâmetro $\mu_{\oplus}$ representa a constante gravitacional associada ao corpo perturbador, enquanto $\mathbf{r}_{\oplus}$ corresponde ao vetor posição em relação ao corpo central. A formulação do potencial perturbador devido à Terra, considerando o modelo de média simples aplicado a uma órbita elíptica e inclinada, encontra-se descrita em Carvalho et al. (2022b), sendo representada por $\langle R_{\oplus} \rangle$. Essa expressão apresenta dependência temporal por meio da anomalia média do corpo perturbador, definida como $l_{\oplus} = n_{\oplus}t$, em que $n_{\oplus}$ representa o movimento médio do terceiro corpo e t o tempo decorrido.

Dessa forma, as órbitas investigadas neste estudo foram obtidas por meio da integração numérica das equações de movimento, utilizando a função potencial expressa na forma:

$$\begin{aligned} R = & \left\langle \sum_{n=2}^{18} R_{J_n} \right\rangle + \langle R_{C_{22}} \rangle + \langle R_{S_{22}} \rangle + \left\langle \sum_{m=1}^3 R_{C_{3m}} \right\rangle \\ & + \left\langle \sum_{m=1}^3 R_{S_{3m}} \right\rangle + \langle R_{\oplus} \rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

MATERIAL E MÉTODOS

A metodologia adotada baseia-se no desenvolvimento teórico integrado à implementação computacional. A abordagem central do trabalho fundamenta-se nos estudos de Gao et al. (2019), Rowe et al. (2021) e Carvalho et al. (2022a, b, 2025). Neste estudo, realiza-se a análise da estabilidade de órbitas ao redor da Lua, com foco em missões científicas em órbita de baixa altitude.

São consideradas as principais perturbações que atuam no ambiente espacial, como o campo gravitacional não uniforme da Lua e a influência da Terra como terceiro corpo, com o objetivo de identificar regiões orbitalmente estáveis, associadas à ocorrência de órbitas quase congeladas, bem como regiões instáveis com potencial aplicação na remoção de detritos em órbita lunar. As equações de movimento são resolvidas por meio de simulações numéricas com o software Maple, visando à determinação de pontos de equilíbrio associados à estabilidade orbital.

Adicionalmente, um modelo mais completo é implementado no software GMAT (General Mission Analysis Tool), desenvolvido pela NASA, um sistema multimissão de código aberto voltado à análise, concepção e simulação de missões espaciais. O GMAT é empregado na realização de simulações numéricas complementares, bem como na geração de gráficos e na visualização das trajetórias orbitais em três dimensões.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

As simulações numéricas foram conduzidas por meio do software Maple, utilizando um modelo analítico dado pela equação (4). Adicionalmente, realizaram-se simulações no GMAT (General Mission Analysis Tool), empregando um modelo gravitacional lunar mais completo, representado por uma expansão de ordem 50×50 . A equação (4) é substituída nas equações Planetárias de Lagrange, um sistema de equações diferenciais não lineares, e integrada numericamente via software Maple para investigar o comportamento dos elementos orbitais mediante as perturbações consideradas.

Dividimos o trabalho em dois conjuntos de dados para realizar as simulações numéricas, em que os dados orbitais estão apresentados na Tabela 1 e 2.

- Simulação 1.

Tabela 1. Parâmetros orbitais iniciais adotados na Simulação 1. Dados obtidos de Gao et al. (2019).

Parâmetros Orbitais	Valores iniciais
Semieixo maior (a)	1857.6 km
Excentricidade(e)	0.0428
Inclinação(i)	90°
Argumento do Pericentro(g)	270°
Longitude do Nodo Ascendente (Ω)	0°

Na Simulação 1, são considerados os harmônicos zonais do J2 ao J18, bem como os harmônicos setoriais C22, C31, C32 e C33, e os harmônicos tesserais S22, S31, S32 e S33. Além disso, incluiu-se o efeito de terceiro corpo, correspondente à Terra em órbita elíptica e inclinada, por meio do modelo R2MST (Carvalho et al., 2022b). O argumento do pericentro igual a 270° é típico de órbitas quase congeladas, definindo uma configuração na qual o pericentro se localiza sobre a região do Polo Sul lunar, contribuindo para a realização de observações científicas nessa região e para a manutenção da estabilidade orbital ao longo do tempo.

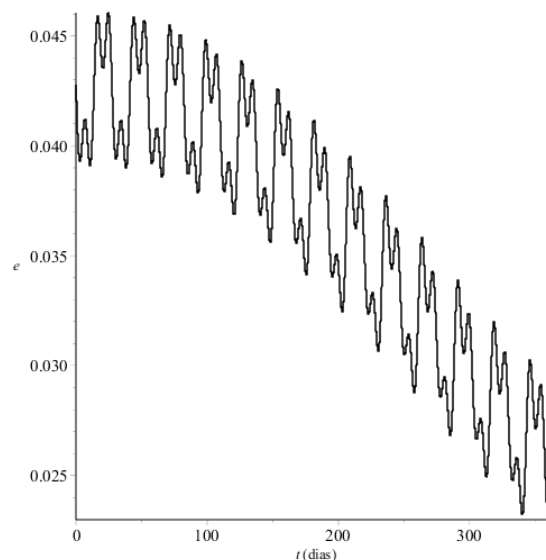


Figura 1. Excentricidade x Tempo (Dias): Condições iniciais: $a = 1857.6$ km, $e = 0.0428$, $i = 90^\circ$, $g = 270^\circ$, $\Omega = 0^\circ$. Potencial perturbador: Modelo 18 x 3.

Da solução da equação (4), via equações Planetárias de Lagrange, obtemos a Figura 1, na qual se observa um comportamento oscilatório da excentricidade ao longo do tempo, superposto a uma tendência de decréscimo gradual. A excentricidade apresenta um decaimento progressivo ao longo do tempo, partindo de $e = 0.0428$ e atingindo valores mínimos em torno de $e = 0.024$ por volta de 365 dias, com oscilações periódicas de pequena amplitude.

Como mostra a Figura 1, a excentricidade está circularizando, apresentando uma grande variação, o que pode prejudicar a missão e/ou exigir grandes gastos com manobras corretivas.

A Figura 2 mostra que o comportamento da excentricidade em função do argumento do pericentro apresenta variações ao longo do período analisado. Observa-se que a excentricidade oscila aproximadamente no intervalo de $e = 0.024$ a $e = 0.046$, enquanto o argumento do pericentro varia entre $g = 270^\circ$ e $g = 290^\circ$.

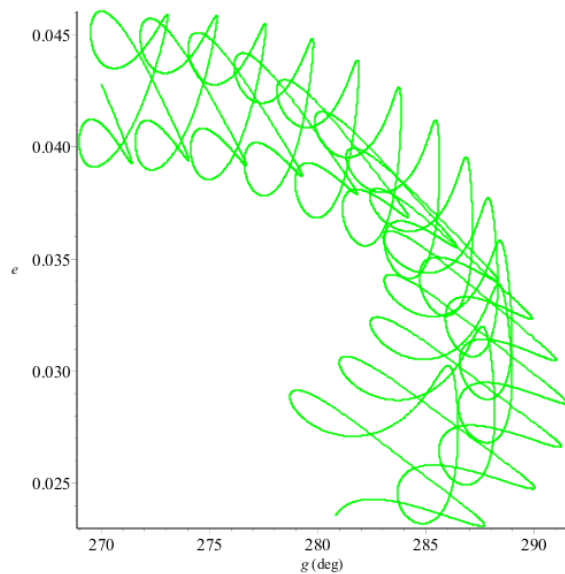


Figura 2. Excentricidade x Argumento do Pericentro: Condições iniciais: $a = 1857.6$ km, $e = 0.0428$, $i = 90^\circ$, $g = 270^\circ$, $\Omega = 0^\circ$. Potencial perturbador: Modelo 18 x 3.

Comparando o modelo analítico com um modelo mais robusto, a Figura 3 evidencia que o modelo implementado no software GMAT de ordem e grau 50 x 50 dos harmônicos esféricos, apresenta variações de maior amplitude da excentricidade ao longo de 365 dias, superando o valor de $e = 0.05$ e exibindo oscilações mais pronunciadas em comparação com o modelo analítico de ordem e grau 18×3 dos harmônicos esféricos. Mas, no geral, o modelo analítico representa com uma certa precisão a dinâmica da nave espacial ver Figura 3).

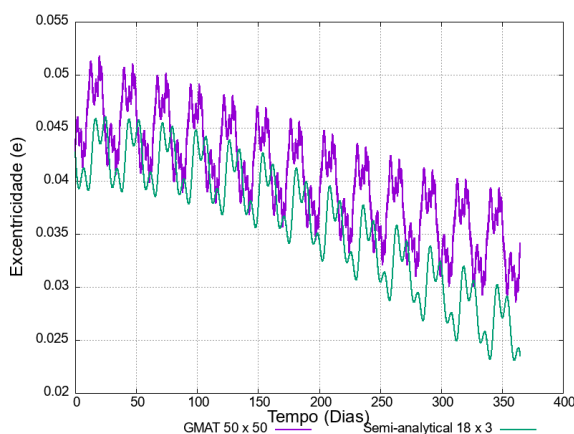


Figura 3 . Excentricidade x Tempo (Dias): Condições iniciais: $a = 1857.6$ km, $e = 0.0428$, $i = 90^\circ$, $g = 270^\circ$, $\Omega = 0^\circ$.

Sendo assim, para manter a órbita com menor variação dos elementos orbitais, e com isso, manter a órbita mais próxima do valor nominal, o que ajuda no sentido

de necessitar menos de manutenção orbital, realizamos novas simulações para diferentes valores iniciais da excentricidade. Apresentamos esses resultados na Simulação 2.

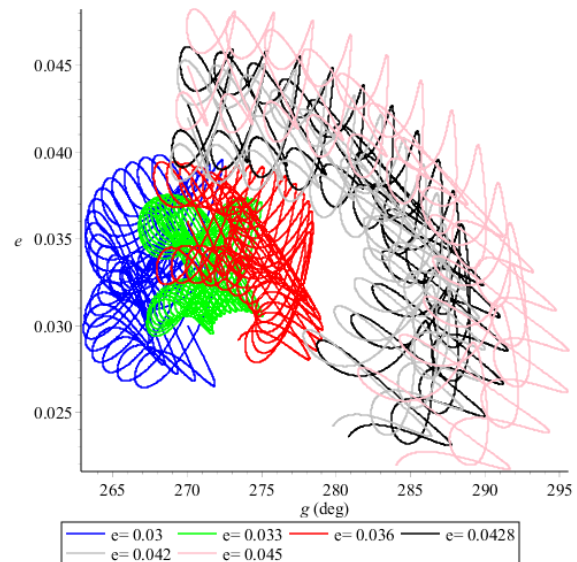


Figura 4. Diagrama Da Excentricidade x Argumento do Pericentro: Condições iniciais: $a = 1857.6$ km, $e = 0.03$, $i = 90^\circ$, $\omega = 270^\circ$, $\Omega = 0^\circ$. Potencial perturbador: Modelo 18 x 3.

A Figura 4 mostra a relação entre a excentricidade e o argumento do pericentro para diferentes condições iniciais. Observa-se que a curva correspondente a $e = 0.033$ apresenta variações de menor amplitude, tanto na excentricidade quanto no argumento do pericentro, em comparação às demais condições analisadas, inclusive o valor usado por Gao et al. (2019), que é $e = 0.0428$. Esse comportamento indica que a órbita permanece confinada em torno de uma região próxima ao ponto de equilíbrio dinâmico, caracterizando um regime de libração. Por outro lado, as demais curvas exibem oscilações de maior amplitude, associadas a uma dinâmica orbital menos estável, o que reforça a maior estabilidade do caso com $e = 0.033$.

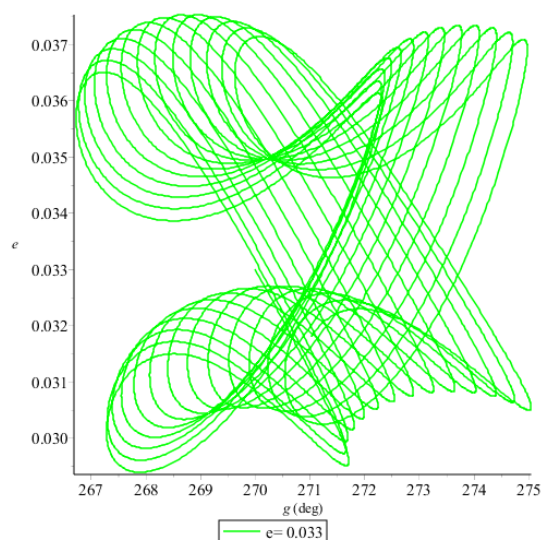


Figura 5. Diagrama Da Excentricidade x Argumento do Pericentro: Condições iniciais: $a = 1857.6$ km, $e = 0.033$, $i = 90^\circ$, $g = 270^\circ$, $\Omega = 0^\circ$. Potencial perturbador: Modelo 18 x 3.

A Figura 5, evidência, com maior nível de detalhe, o comportamento da excentricidade em função do argumento do pericentro para o caso com $e = 0.033$. Observa-se que a excentricidade varia aproximadamente no intervalo de $e = 0.030$ a $e = 0.038$, apresentando oscilações de pequena amplitude. O argumento do pericentro também apresenta variações de pequena amplitude, oscilando entre $g = 267^\circ$ e $g = 275^\circ$, caracterizando um regime de libração em torno de um ponto de equilíbrio dinâmico. Como consequência, o pericentro permanece predominantemente próximo à região do Polo Sul lunar, sem deslocamentos significativos ao longo do tempo. As pequenas oscilações observadas na excentricidade e no argumento do pericentro indicam uma órbita com elevado grau de estabilidade, classificada como quase congelada.

• Simulação 2.

Os resultados da Simulação 1 indicaram que a excentricidade $e = 0.033$ está associada a um comportamento orbital mais estável em comparação aos demais valores analisados na Figura 4. Com base nessa constatação, realizou-se uma nova simulação, na qual a excentricidade inicial foi ajustada para $e = 0.033$, como mostra a Tabela 2.

Tabela 2: Condições iniciais com o ajuste do valor da Excentricidade para $e = 0.033$.

Parâmetros Orbitais	Valores iniciais
Semieixo maior (a)	1857.6
Excentricidade(e)	0.033
Inclinação(i)	90°
Argumento do Pericentro(g)	270°
Longitude do Nodo Ascendente (Ω)	0°

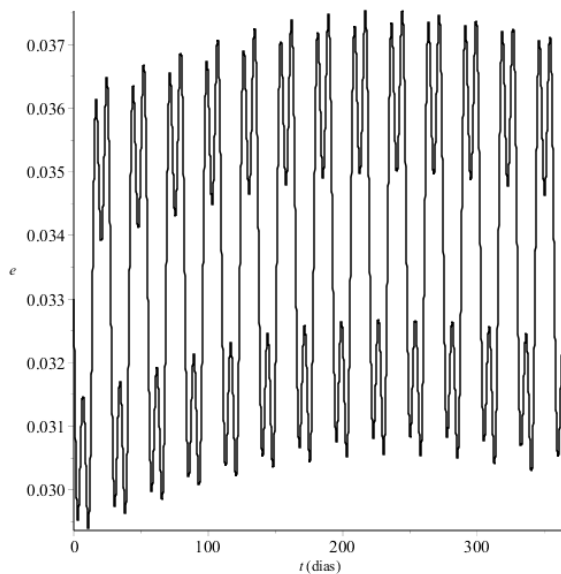


Figura 6. Excentricidade x Tempo (Dias): Condições iniciais: $a = 1857.6$ km, $e = 0.033$, $i = 90^\circ$, $g = 270^\circ$, $\Omega = 0^\circ$. Potencial perturbador: Modelo 18 x 3.

A Figura 6 mostra que a excentricidade apresenta oscilações periódicas ao longo do intervalo analisado, variando aproximadamente entre $e = 0.030$ e $e = 0.037$ ao longo de 365 dias. Apesar dessas variações, o valor médio da excentricidade permanece praticamente constante, não sendo observada tendência significativa de crescimento ou decaimento ao longo do período considerado. Esse comportamento difere daquele verificado na Figura 1, na qual a excentricidade apresenta um decaimento progressivo ao longo do tempo.

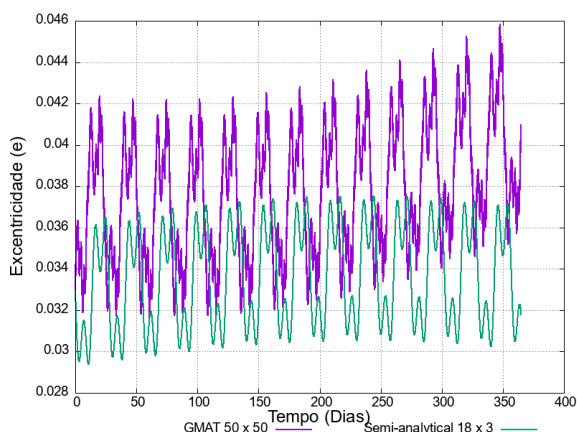


Figura 7. Excentricidade x Tempo (Dias): Condições iniciais: $a = 1857.6$ km, $e = 0.033$, $i = 90^\circ$, $g = 270^\circ$, $\Omega = 0^\circ$.

A Figura 7 evidencia que os resultados obtidos no software GMAT (50×50) apresentam oscilações mais intensas da excentricidade ao longo de 365 dias, com valores superiores a $e = 0.045$ e atingindo aproximadamente $e = 0.046$. Em comparação, o modelo semi-analítico (18×3) apresenta variações de menor amplitude, com a excentricidade oscilando entre $e = 0.030$ e $e = 0.038$, mantendo um valor médio praticamente constante ao longo do tempo. Esses resultados indicam que o modelo GMAT (50×50) apresenta uma tendência mais acentuada de crescimento da excentricidade no período analisado. Ou seja, neste caso, o modelo mais robusto (GMAT) apresentou uma ligeira diferença do modelo analítico, mas ainda assim, o modelo analítico foi importante para encontrar a excentricidade com menor variação da excentricidade, garantindo uma órbita mais próxima do valor nominal.

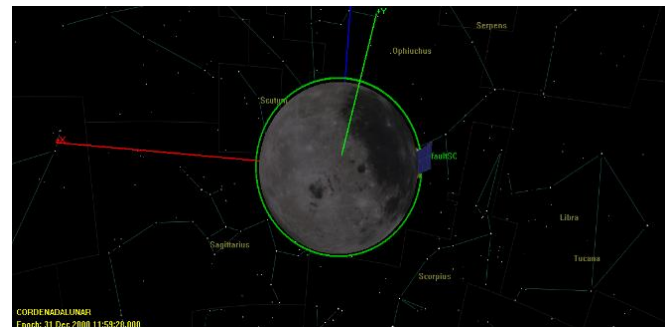


Figura 8 Gerada pelo GMAT e corresponde a órbita das condições iniciais da Figura 7.

A Figura 8 evidencia que a Lua praticamente não possui atmosfera, o que possibilita a operação de satélites em órbitas de baixa altitude sem a influência do arrasto atmosférico. Entretanto, essa condição está associada a uma limitação relevante relacionada à complexidade do campo gravitacional lunar. As irregularidades no potencial gravitacional podem induzir instabilidades orbitais significativas, sobretudo em órbitas de baixa altitude e com inclinações próximas de 90° , podendo resultar na degradação gradual da órbita e, em casos extremos, culminar na colisão do satélite com a superfície lunar.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi empregado um modelo semi-analítico do campo gravitacional lunar considerando os harmônicos zonais do J2 ao J18, além dos termos setoriais e tesserais de ordem e grau 3, bem como a perturbação gravitacional da Terra. Foram identificadas órbitas quase congeladas ao redor da



Lua, caracterizadas por variações reduzidas na excentricidade e no argumento do perigeu. Destaca-se que, com os dados da Simulação 2, a excentricidade obtida neste trabalho apresenta menor variação e o argumento do perigeu apresenta oscilações de pequena amplitude em torno de 270° , evidenciando um regime de libração típico dessas órbitas e indicando uma configuração na qual o perigeu permanece próximo à região do Polo Sul lunar, contribuindo para a estabilidade orbital ao longo do tempo, o que está de acordo com a proposta da missão VMMO. Os resultados obtidos com o modelo simplificado (18×3) foram corroborados por simulações com um modelo mais completo (50×50), realizadas no GMAT. As órbitas identificadas apresentam potencial aplicação em missões lunares, como a missão VMMO, além de indicar a possibilidade de utilização de configurações instáveis em estratégias de remoção de detritos, tema a ser explorado em trabalhos futuros.

AGRADECIMENTOS

O autor Lucas agradece ao CNPq e ao PIBIC/UFRB. O autor Jean Carvalho agradece ao CNPq (processo 408221/2025-9).

REFERÊNCIAS

- CARVALHO, J. P. S.; VILHENA DE MORAES, R.; PRADO, A. F. B. A. Lunar orbit evolution under third-body perturbation: analytical and numerical approaches. *Advances in Space Research*, v. 70, p. 125–143, 2022a.
- CARVALHO, J. P. S.; YOKOYAMA, T.; MOURÃO, D. C. Study of lunar motion using long-term numerical integrations. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, v. 134, 2022b.
- CARVALHO, J. P. S.; CASANOVA, D.; LEÃO, L. L. Viable orbits for the Brazilian Lunar Mission Garatêa-L. *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 234, 7925–7933 (2026). <https://doi.org/10.1140/epjs/s11734-025-01871-x>
- CARVALHO, J. P. S.; LEÃO, L. L. Lunar space station in high-altitude orbit. In: *Space Week Nordeste 2025: Expandindo horizontes no setor espacial*, 2025, Recife. Anais [...]. Recife: Space Week Nordeste, 2025. Disponível em: <https://spaceweeknordeste.com/>. Acesso em: 18 abr. 2026.
- GAO, Y.; KRUIZELECKY, R.; MURZIONAK, P.; LAVOIE, J.; SINCLAIR, I.; SCHINN, G.; UNDERWOOD, C. et al. Lunar Volatile and Mineralogy Mapping Orbiter (VMMO) mission. In: *International Astronautical Congress (IAC)*, 70., 2019, Washington, D.C. Proceedings [...]. Washington, D.C.: International Astronautical Federation, 2019.
- KUGA, H. K.; CARRARA, V.; RAO, K. R. Satélites artificiais: movimento orbital. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2011. Disponível em: <http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3ARJ3NH>. Acesso em: 19 mar. 2026.
- LEÃO, L. L.; CARVALHO, J. P. S. Regiões estáveis e instáveis na órbita lunar: satélites artificiais e detritos espaciais. In: *Congresso Brasileiro Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia*, 2025, Diamantina (MG). Anais [...]. Diamantina (MG): Even3, 2025a. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/congresso-brasileiro-interdisciplinar-ciencia-tecnologia/1175971-REGIOES-ESTAVEIS-E-INSTAVEIS-NA-ORBITA-LUNAR--SATELITES-ARTIFICIAIS-E-DETRITOS-ESPACIAIS>. Acesso em: 19 abr. 2026. DOI: <https://doi.org/10.29327/27640582.1175971>
- LEÃO, L. L.; CARVALHO, J. P. S. Regiões estáveis e instáveis na órbita lunar: satélites artificiais e detritos espaciais. In: *XI Reunião Anual de Ciência, Tecnologia, Inovação e Cultura do Recôncavo da Bahia (RECONCITEC)*, 2025, Cruz das Almas (BA). Anais [...]. Cruz das Almas (BA): Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, 2025b. p. 866.
- ROWE, S. et al. Lunar Volatile and Mineralogy Mapping Orbiter (VMMO): viable science from lunar CubeSats. In: *Small Satellite Conference*, 35., 2021, Logan, Utah. Proceedings [...]. Logan: Utah State University, 2021. Paper SSC21-II-07.
- RONCOLI, R. Lunar constants and models document. Pasadena: JPL (Technical Document 32296), 2005.