Estrutura de Grupos de Permutações e sua aplicação ao Puzzle 15

Inadinne Ferreira Barosso
Universidade Federal do Amazonas
inadinne.barroso@ufam.edu.br

Wanessa Ferreira Tavares
Universidade Federal do Amazonas
wanessa.tavares@ufam.edu.br

Fernando Júnior Soares dos Santos
Universidade Federal do Amazonas
fernando.santos@ufam.edu.br

Resumo

Este trabalho apresenta uma investigação rigorosa das estruturas algébricas que fundamentam o funcionamento do *Puzzle 15*, destacando como conceitos da Teoria de Grupos e da Teoria de Permutações permitem descrever e analisar matematicamente as configurações possíveis do jogo. Inicialmente, introduzem-se os fundamentos essenciais relacionados ao grupo simétrico S_{16}, incluindo permutações, decomposição em ciclos, transposições, assinatura (paridade) e classes de equivalência. Em seguida, modela-se os movimentos válido do *Puzzle 15* como uma transposição envolvendo o espaço vazio, permitindo identificar os invariantes que determinam a solubilidade de uma configuração. A partir dessa modelagem, demonstra-se formalmente que certas disposições do tabuleiro, embora pareçam fisicamente alcançáveis, são matematicamente impossíveis de serem obtidas por movimentos permitidos. O caso clássico da impossibilidade da troca isolada das peças 14 e 15 é analisado detalhadamente, evidenciando que tal estado viola o invariante de paridade associado à assinatura das permutações e ao deslocamento geométrico do espaço vazio.

Palavras-Chave: Álgebra; Teoria de grupos; Grupo de Permutações; Puzzle 15.

REFERÊNCIAS

DOMINGUES, H.; IEZZI, G. *Álgebra Moderna*. 2. ed. São Paulo: Atual, 1982.

GONÇALVES, A. *Introdução à Álgebra*. Rio de Janeiro: IMPA, 2017.

GONÇALVES, A. B. *Fundamentos de Teoria de Permutações e Aplicações ao Jogo Puzzle 15*. Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado)–Universidade Federal de Rondonópolis, Instituto de . . . , 2023.

LEQUAIN, Y.; GARCIA, A. *Elementos de Álgebra*. Rio de Janeiro: IMPA, 2022.