O Teorema de Baire via teoria dos Espaços Métricos

Diego da Silva e Silva
Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia (ICET/UFAM)
diego-silva.ds@ufam.edu.br

Wanessa Ferreira Tavares
Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia (ICET/UFAM)
wanessa.tavares@ufam.edu.br

Fernando Júnior Soares dos Santos
Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia (ICET/UFAM)
fernando.santos@ufam.edu.br

Resumo

O Teorema da Categoria de Baire e o Princípio da Limitação Uniforme (Banach–Steinhaus) são resultados centrais da Análise Funcional, ambos dependentes da completude topológica. Compreender a relação estrutural entre esses teoremas é essencial para a análise de operadores lineares contínuos em espaços de Banach. Este trabalho tem como objetivo demonstrar o Teorema de Baire e analisar seu papel na passagem de hipóteses pontuais para conclusões uniformes no Teorema de Banach–Steinhaus, consolidando a base conceitual necessária ao estudo da continuidade uniforme em espaços de Banach. A pesquisa seguiu abordagem qualitativa, explicativa e bibliográfica, com revisão sistemática de obras clássicas (Lima, 2015, 2023; Botelho, Pellegrino & Teixeira, 2025), participação em seminários e conclusão do curso de Espaços Métricos. Como resultado, obteve-se a demonstração rigorosa do Teorema de Baire para espaços métricos, evidenciando sua equivalência com a não densidade de conjuntos fechados. Complementarmente, verificou-se formalmente que $\mathbb{R}^n$, munido da norma da soma $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$, constitui um espaço de Banach, servindo como modelo concreto para a noção de completude. A fundamentação teórica consolidada permite avançar para a aplicação do Teorema de Baire na demonstração do Teorema de Banach–Steinhaus, estabelecendo a base para investigações futuras sobre a falha do princípio da limitação uniforme em espaços incompletos.

Palavras-chave: espaços métricos; completude; princípio da limitação uniforme.

REFERÊNCIAS

LIMA, E. L. *Curso de Análise*, vol. 1. Rio de Janeiro: IMPA, 2015.

LIMA, E. L. *Espaços Métricos*. Rio de Janeiro: IMPA, 2023.

BOTELHO, G.; PELLEGRINO, D.; TEIXEIRA, E. *Introdução à Análise Funcional*. Rio de Janeiro: SBM, 2025.