Análise Comparativa do Princípio da Identidade nos Domínios Real e Complexo

Diego da Silva e Silva
Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia (ICET/UFAM)
diego-silva.ds@ufam.edu.br

Wanessa Ferreira Tavares
Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia (ICET/UFAM)
wanessa.tavares@ufam.edu.br

Fernando Júnior Soares dos Santos
Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia (ICET/UFAM)
fernando.santos@ufam.edu.br

Resumo

O Princípio da Identidade é um teorema fundamental em Análise Complexa, garantindo que duas funções analíticas que coincidem em um conjunto com ponto de acumulação em um domínio conexo são idênticas. Este trabalho investiga por que um princípio análogo falha no contexto dos números reais, questionando a rigidez estrutural imposta pela analiticidade. O objetivo principal é analisar e caracterizar a disparidade fundamental do Princípio da Identidade entre os domínios real ($\mathbb{R}$) e complexo ($\mathbb{C}$), evidenciando os conceitos de diferenciabilidade e analiticidade em cada contexto. A pesquisa adotou uma metodologia exploratória e teórica, baseada em uma profunda revisão bibliográfica de obras clássicas e contemporâneas de Análise Real e Análise Complexa, processo complementado por um grupo de estudos e seminários para consolidação teórica. Os resultados mostram que em $\mathbb{C}$ a diferenciabilidade (holomorfia) é uma condição suficientemente forte para implicar a analiticidade (representabilidade em série de potências), o que sustenta o Princípio da Identidade. Em $\mathbb{R}$, a existência de funções infinitamente diferenciáveis (C^∞) que não são analíticas, como o exemplo clássico $f(x) = e^{-1/x^2}$, demonstra a falha do princípio. Conclui-se que a falha do Princípio da Identidade em $\mathbb{R}$ reside na separação entre os conceitos de ser C^∞ e ser analítico, ao contrário de $\mathbb{C}$, onde a simples existência da primeira derivada já garante a estrutura de série de potências, conferindo à análise complexa um caráter de rigidez inexistente na análise real.

Palavras-Chave: princípio da identidade; funções analíticas; funções holomorfas; análise complexa; análise real.

REFERÊNCIAS

CIOLETTI, L. *Variável Complexa - 1: Notas de Aula*. Universidade de Brasília, 2022.

MOREIRA, I. O. d. C. *Funções de uma variável complexa: funções analíticas e transformações conformes*. Universidade Federal do Maranhão, 2025.

SOUSA, T. L. d. *Análise complexa: distinções entre o corpo dos números complexos e o corpo dos números reais*. Universidade Federal do Tocantins, 2023.