Distâncias e Curvas Geodésicas em Superfícies Discretas: Uma Abordagem via Método do Calor

Erineu Mesquita de Oliveira Filho
Universidade Federal do Amazonas
erineu.filho@ufam.edu.br

Dimas Martínez Morera
Universidade Federal do Amazonas
dimas@ufam.edu.br

Resumo

O cálculo de distâncias e curvas geodésicas em superfícies discretas é um problema fundamental em geometria diferencial computacional, com aplicações em processamento geométrico e análise de formas. Métodos clássicos para esse problema baseiam-se na equação eiconal, cuja natureza não linear dificulta sua resolução numérica. Como alternativa, o método do calor, introduzido por (CRANE; WEISCHEDEL; WARDETZKY, 2013), estabelece uma relação entre a difusão de calor e a distância geodésica, permitindo decompor o problema em etapas envolvendo a resolução da equação do calor e de uma equação de Poisson. Neste trabalho, foi implementado o método do calor em superfícies discretas utilizando operadores diferenciais discretos, como o Laplaciano cotangente, conforme discutido em (CRANE, 2017). A partir da função distância obtida, foram extraídas curvas geodésicas por meio da integração numérica do campo $-\nabla\phi$, interpretando as geodésicas como linhas integrais do campo gradiente da função distância. Resultados preliminares indicam que o método permite obter boas aproximações tanto da distância geodésica quanto das curvas geodésicas em diferentes superfícies discretas. Como continuidade do trabalho, pretende-se analisar a influência dos parâmetros numéricos do método e comparar os resultados com outros métodos de cálculo de distâncias geodésicas. A formulação teórica do método está relacionada ao comportamento assintótico da solução da equação do calor, conforme estabelecido por (VARADHAN, 1967).

Palavras-Chave:: distância geodésica; método do calor; superfícies discretas; geometria discreta; curvas geodésicas.

REFERÊNCIAS

CRANE, K. The heat method for distance computation. *SIGGRAPH Course Notes*, 2017.

CRANE, K.; WEISCHEDEL, C.; WARDETZKY, M. Geodesics in heat: A new approach to computing distance based on heat flow. *ACM Transactions on Graphics*, v. 32, n. 5, p. 152:1–152:11, 2013.

VARADHAN, S. R. S. On the behavior of the fundamental solution of the heat equation with variable coefficients. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v. 20, n. 2, p. 431–455, 1967.