

MODELAGEM MATEMÁTICA USANDO SÉRIES DE POTÊNCIAS

Jaqueline Maria da Silva¹, Ruth Camargo Alves da Silva²,

²Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM, Teófilo Otoni, Brasil (jaqueline.silva@ufvjm.edu.br)

²Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM, Teófilo Otoni, Brasil

Resumo: Este trabalho apresenta a aplicação de Séries de Potências, especialmente a Série de Taylor, na modelagem epidemiológica. Discute-se a aproximação de funções e sua relevância na representação de fenômenos reais, como a propagação de doenças. A abordagem evidencia a utilidade dessas ferramentas matemáticas na análise e previsão de dinâmicas epidemiológicas, como observado durante a pandemia da COVID-19.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Séries de Potências; Geogebra; Epidemiologia Matemática.

INTRODUÇÃO

A modelagem matemática desempenha um papel fundamental na compreensão de fenômenos complexos em diversas áreas, incluindo a epidemiologia. A propagação de doenças infecciosas, como observado na pandemia da COVID-19, exige ferramentas analíticas capazes de descrever e prever padrões de crescimento. Nesse contexto, as Séries de Potências destacam-se por possibilitarem a representação de funções por meio de somas infinitas, permitindo aproximações eficientes, conforme apontam [1, 2]. A compreensão de conceitos como raio e intervalo de convergência é essencial para garantir a validade dessas aproximações.

O objetivo deste trabalho é apresentar a aplicação das Séries de Potências, em particular da Série de Taylor, como ferramenta de modelagem matemática na epidemiologia, evidenciando sua utilidade na aproximação de funções e na análise da dinâmica de transmissão de doenças.

MATERIAL E MÉTODOS

A metodologia utilizada neste trabalho foi baseada em uma abordagem teórica e aplicada, iniciando com a apresentação formal das Séries de Potências e suas propriedades fundamentais, incluindo definição, coeficientes, centro de expansão e condições de convergência.

Em seguida, explora-se a Série de Taylor como caso particular, destacando sua formulação baseada em derivadas sucessivas. Utiliza-se o software GeoGebra para simular aproximações da função exponencial, associando tais resultados ao comportamento de curvas epidemiológicas. Conforme apontam [3], o GeoGebra é uma ferramenta extremamente eficiente

para a simulação computacional para entender o comportamento de funções.

Este trabalho apresenta uma aproximação de uma função usando Séries de Potências com uma aplicação em epidemiologia, evidenciando sua utilidade na aproximação de funções e na análise da dinâmica de transmissão de doença.

Primordialmente, é importante compreender as séries de potências, as quais são ferramentas fundamentais na matemática, que permitem a representação de funções através de somas infinitas de termos. É possível compreendê-la analisando o termo geral apresentado na Equação 1:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x - a)^n \quad (1)$$

Onde c_n é o coeficiente que multiplica x^n . De forma geral, a série de potências é dada pela Equação 2:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \quad (2)$$

No caso acima, o termo a é o centro da expansão e $a = 0$.

Ademais, há teoremas que auxiliam na compreensão do seu comportamento, incluindo o raio de convergência e o intervalo de convergência, os quais determinam as condições em que a série converge para a função que representa. Esses conceitos são fundamentais para garantir que a aproximação fornecida pela Série de potências seja válida em determinada região, conforme aponta [2]:

Teorema: Dada a série de potências $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x - a)^n$, existem apenas três possibilidades:

- (I) A série converge apenas quando $x = a$.
- (II) A série converge para todo x .

(III) Existe um número positivo R tal qual a série converge se $|x - a| < R$ e diverge se $|x - a| > R$.

Finalmente, a Série de Taylor pode ser representada da seguinte forma:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!} (x - a)^n \quad (3)$$

Onde $n!$ é o fatorial de n , a é um número real ou complexo e $f^n(a)$ representa a n -ésima derivada da função $f(a)$ avaliada no ponto a . Esse resultado mostra que qualquer função suficientemente suave pode ser aproximada por uma soma infinita de termos polinomiais, centrados em torno de um ponto a . A Figura 1 mostra algumas etapas da animação de aproximação feita no software Geogebra, utilizando como exemplo a função exponencial. Vale ressaltar que a curva de transmissão de um vírus, observada na epidemia da COVID-19, assemelha-se à forma de uma função exponencial, cujas etapas de aproximação podem ser visualizadas em [4].

RESULTADOS E DISCUSSÃO

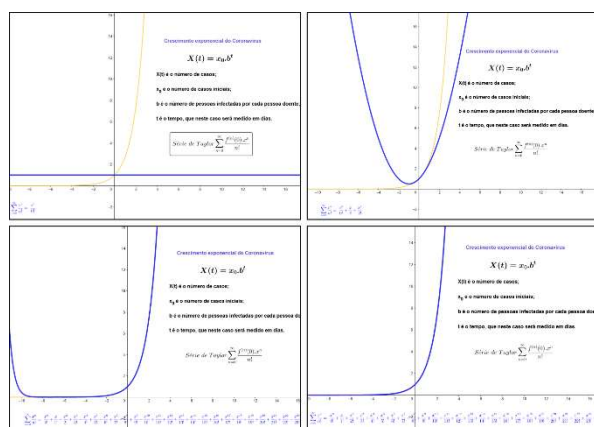


Figura 1. Exemplificação do funcionamento da Série de Taylor na saúde.

A Série de Taylor é uma excelente ferramenta de modelagem matemática, permitindo analisar a solução de problemas em diversas áreas, como física, engenharia, economia e saúde. Além disso, tem se mostrado particularmente útil na previsão de fenômenos epidemiológicos.

Durante a pandemia da COVID-19, métodos similares foram adotados, os quais contribuíram para a compreensão da dinâmica de transmissão, prever picos de contágio e avaliar o impacto de medidas preventivas, [5].

A capacidade da Série de Taylor projetar aproximações precisas pode contribuir

significativamente para a elaboração de estratégias que podem auxiliar no combate à crise sanitária.

CONCLUSÃO

Conclui-se que as Séries de Potências, especialmente a Série de Taylor, constituem uma ferramenta robusta para modelagem matemática em epidemiologia. Sua capacidade de aproximar funções com precisão contribui significativamente para a análise de fenômenos complexos, como a disseminação de doenças. Assim, sua aplicação favorece a tomada de decisões baseadas em dados, sendo relevante para áreas como saúde pública, engenharia e ciência aplicada.

REFERÊNCIAS

- [1] J. L. Stewart. Cálculo, Volume 2. 7a. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.
- [2] H. L. Guidorizzi. Um Curso de Cálculo. Rio de Janeiro: LTC.
- [3] J. M. da Silva; J. B. Souza; A. Castelluber. Geogebra como ferramenta para o ensino de funções. Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo, v. 13, p. 169-186, 2024.
- [4] Ruth Camargo. Animação do Polinômio de Taylor. Online. Acessado em 21/01/2025, <https://www.geogebra.org/m/yqhgdaavw>.
- [5] N. S. Barlow; S. J. Weinstein. *Accurate closed-form solution of the SIR epidemic model*. 2020. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2004.07833>. Acesso em: 20 mar. 2026.