Expansiones en bases no enteras: del alfabeto binario a la riqueza dinámica

Carlos Ruben Osorio Anderson
Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP)- Instituto de Física
Universidad Nacional Autónoma de Honduras (UNAH)
carlos.osorio@unah.edu.hn

Rafael Alcaraz Barrera
Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP)- Instituto de Física
materafa@gmail.com

Resumo

Introducción: Las expansiones en bases no enteras (β-expansiones) se distinguen fundamentalmente de las bases enteras: para $\beta \in (1,2)$, casi todo $x \in [0, 1/(\beta-1)]$ posee una cantidad no numerable de representaciones con dígitos $\{0,1\}$, a diferencia del caso binario donde la representación es casi siempre única.
Objetivo: Exponer esta diferencia fundamental y describir propiedades de las β-expansiones introducidas por Erdős, Joó y Komornik (ERDőS; JOó; KOMORNIK, 1990), enfatizando resultados sobre cardinalidad, medida y dimensión de los conjuntos de representaciones.
Método: La metodología combina herramientas de dinámica simbólica (itinerarios y subshifts), teoría de la medida (medida de Lebesgue) y geometría fractal (dimensión de Hausdorff) para analizar la estructura de los conjuntos de expansiones.
Resultados: Se presentarán resultados de Sidorov (SIDOROV, 2003) sobre la existencia de una cantidad no numerable de expansiones para casi todo punto, y de Dajani y de Vries (DAJANI; VRIES, 2005) sobre medidas invariantes y el tamaño de los conjuntos con expansiones únicas, ilustrando cómo el cambio de base transforma radicalmente las propiedades de representación.
Conclusión: El enfoque revela conexiones profundas con la teoría ergódica, teoría de números y los sistemas dinámicos, abriendo preguntas sobre la estructura fina de los conjuntos de expansiones universales.

Palabras clave: β-expansiones; teoría ergódica; sistemas dinámicos.

REFERÊNCIAS

DAJANI, K.; VRIES, M. de. Measures of maximal entropy for random β-expansions. *Journal of the European Mathematical Society*, Zurich, v. 7, n. 1, p. 51–68, 2005.

ERDőS, P.; JOó, I.; KOMORNIK, V. Characterization of the unique expansions $\sum_{i=1}^{\infty} q^{-n_i}$ and related problems. *Bulletin de la Société Mathématique de France*, Paris, v. 118, n. 3, p. 377–390, 1990.

SIDOROV, N. Almost every number has a continuum of β-expansions. *The American Mathematical Monthly*, Washington, v. 110, n. 9, p. 838–842, 2003.