Teorema de Viviani: uma análise em triângulos e tetraedros

Edvaldo Silva Reis
Licenciando em Matemática
Universidade Federal do Pará
edvaldo.reis@icen.ufpa.br

José Antônio Moraes Vilhena
Faculdade de Matemática
Universidade Federal do Pará
vilhena@ufpa.br

Resumo

Resumo:
Introdução: O Teorema de Viviani (1622-1703) estabelece que em um triângulo equilátero a soma das distâncias de um ponto interior aos lados é constante e igual à altura.
Objetivo: Analisar o teorema, demonstrar sua recíproca e investigar extensões para triângulos quaisquer e tetraedros.
Método: Utilizam-se três abordagens: (i) demonstração por decomposição de áreas e volumes; (ii) prova vetorial com vetores unitários; (iii) modelagem via programação linear e multiplicadores de Lagrange para extensões geométricas.
Resultados: Demonstra-se que a propriedade de constância da soma das distâncias caracteriza unicamente triângulos equiláteros. Para tetraedros, a propriedade análoga vale para tetraedros regulares ou com faces de mesma área, conectando geometria clássica e cálculo multivariável.
Conclusão: O Teorema de Viviani transcende sua formulação inicial, revelando-se um invariante geométrico que admite generalizações e integra diferentes áreas da matemática.

Palavras-Chave: Teorema de Viviani; Triângulo equilátero; Tetraedro regular; Soma das distâncias; Programação linear.

REFERÊNCIAS

ABBOUD, Elias. Viviani's Theorem and Its Extension. **The College Mathematics Journal**, Mathematical Association of America, v. 41, n. 3, p. 203–211, 2010. DOI: 10.4169/074683410X488683. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.4169/074683410X488683>. Acesso em: 13 ago. 2025.

ALBERGARIA, Danilo. O legado de Galileu para a ciência moderna. **ComCiência**, n. 112, 2009. Disponível em: <https://comciencia.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1519-76542009000800002>. Acesso em: 3 mar. 2026.

CEPPO, Bethanea et al. A matemática na Idade Média e no Renascimento. In: ANAIS do Congresso Nacional de Educação (EDUCERE). Curitiba: PUC-PR, 2011. Pôster. Disponível em: <https://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/po/PDF/PO24.pdf>. Acesso em: 3 mar. 2026.

CHEN, Zhibo; TIAN, Liang. The Converse of Viviani's Theorem. **The College Mathematics Journal**, Mathematical Association of America, v. 37, n. 5, p. 390–392, 2006. DOI: 10.2307/27646392. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/27646392?origin=crossref?utm_source=researchgate.net>. Acesso em: 18 ago. 2025.

DAMIÃO, Abraão Pustrelo. O Renascimento e as origens da ciência moderna: interfaces históricas e epistemológicas. **História da Ciência e Ensino: Construindo Interfaces**, v. 17, p. 22–49, 2018. DOI: 10.23925/2178-2911.2018v17p22-49. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/hcensino/article/view/34411>. Acesso em: 3 mar. 2026.

GOH, Z. J. et al. Viviani's Theorem and Related Problems. In: SINGAPORE Mathematics Project Festival. Singapore: [s.n.], 2020. Disponível em: <https://www.plmgss.moe.edu.sg/files/2020%20SMPF%20-%20Vivianis%20Theorem%20and%20Related%20Problems.pdf>. Acesso em: 13 ago. 2025.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Vincenzo Viviani**. School of Mathematics e Statistics, University of St Andrews. 2009. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Viviani/>. Acesso em: 3 mar. 2026.

SEGRE, Michael. Viviani's Life of Galileo. **Isis**, University of Chicago Press, v. 80, n. 2, p. 206–231, 1989. DOI: 10.1086/355009. Disponível em: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/355009>. Acesso em: 3 mar. 2026.

TOGNONI, Federico. Vincenzo Viviani: un ritratto ritrovato. **Galilaeana**, v. 20, n. 2, p. 169–188, 2023. DOI: https://doi.org/10.57617/gal-7. Disponível em: <https://gal-studies.museogalileo.it/index.php/galilaeana/article/view/7>. Acesso em: 3 mar. 2026.

WOORTMANN, Klaas. **Religião e ciência no Renascimento**. Brasília: Universidade de Brasília, 1996. Disponível em: <http://www.dan2.unb.br/images/doc/Serie200empdf.pdf>. Acesso em: 3 mar. 2026.