

TEORIA DOS GRAFOS EM AULAS DE MATEMÁTICA POR MEIO DE JOGOS EDUCATIVOS

GRAPH THEORY IN MATHEMATICS CLASSES THROUGH EDUCATIONAL GAMES

Julia Gabriella Pedrini¹, jgpedrini@furb.br
Guilherme Schmitz²,
guilherme_schmitz@furb.br
Eduardo Simão da Silva³,
eduardosimao@furb.br
Tânia Baier⁴, baier@furb.br

Resumo: Neste artigo estão apresentados recortes de uma dissertação que traz pesquisa modalidade qualitativa, desenvolvida pela primeira autora, cujos dados foram coletados por meio de trabalho de conclusão de um curso de formação para professores que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental. As práticas educativas abordadas neste artigo visam o acolhimento de estudantes autistas de modo a desenvolverem as mesmas atividades que os demais colegas durante aulas de Matemática. O conteúdo curricular polígonos regulares e irregulares articulado com conceitos fundamentais da Teoria dos Grafos (vértices e arestas) foi desenvolvido, com o uso do GeoGebra, por meio dos jogos Sete Pontes de Königsberg e Hamiltoniano. Estudantes autistas podem ser estimulados a jogar com colegas da turma, mas caso decidam estudar sozinhos, esses jogos podem ser realizados individualmente. O segundo autor deste artigo traz o relato do desenvolvimento desses dois jogos com seus estudantes de uma escola pública localizada no Estado de Santa Catarina. Na última seção, são expostas recomendações de pesquisas em Neurociência que foram seguidas na organização das práticas educativas.

¹ Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Universidade Regional de Blumenau (FURB).

² Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Universidade Regional de Blumenau (FURB).

³ Doutor em Ciências Fisiológicas (UFSC); professor na Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Universidade Regional de Blumenau (FURB).

⁴ Doutora em Educação Matemática (UNESP Rio Claro SP); professora na Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Universidade Regional de Blumenau (FURB).

Palavras-chave: Ensino de matemática. Polígonos. Grafos. Jogos. Neurociência.

Abstract: This article presents excerpts from a dissertation containing qualitative research, developed by the first author, whose data were collected through a final project for a teacher training course for those working in the final years of elementary school. The educational practices discussed in this article aim to support autistic students in order to develop the same activities as their classmates during mathematics classes. The curricular content of regular and irregular polygons, articulated with fundamental concepts of Graph Theory (vertices and edges), was developed using GeoGebra, through the Seven Bridges of Königsberg and Hamiltonian games. Autistic students can be encouraged to play with classmates, but if they choose to study alone, these games can be played individually. The second author of this article reports on the development of these two games with their students from a public school located in the state of Santa Catarina. In the last section, recommendations from Neuroscience research that were followed in the organization of the educational practices are presented.

Keywords: Teaching mathematics. Polygons. Graphs. Games. Neuroscience.

1 INTRODUÇÃO

O recorte da pesquisa apresentada neste artigo compõe a dissertação de mestrado da primeira autora e foi desenvolvida no âmbito do Grupo de Pesquisa Neurociência no Ensino de Ciências e Matemática, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau (PPGECIM/-FURB). Esta investigação foi conduzida pela pergunta: como contemplar as considerações de pesquisadores em Neurociência no

desenvolvimento de práticas educativas em aulas de Matemática para possibilitar a inclusão de estudantes com Transtorno do Espectro Autista?

A organização das ações pedagógicas seguiu recomendações de Amaral e Guerra (2022, p. 16) que apresentam “12 princípios da Neurociência que podem contribuir para fundamentar um ensino inovador que potencialize a aprendizagem” fundamentados no seu trabalho de “revisão da literatura nacional e internacional que resultou na análise de 840 estudos e pesquisas realizados em 51 países”. Na seção deste artigo que apresenta resultados, as discussões são efetuadas à luz desses princípios.

As práticas educativas abordadas neste artigo visam o acolhimento de estudantes autistas de modo a desenvolverem as mesmas atividades que os demais colegas durante aulas de Matemática. O conteúdo curricular *polígonos regulares e irregulares* articulado com conceitos fundamentais da Teoria dos Grafos (*vértices e arestas*) foi explorado, com o uso do GeoGebra, por meio dos jogos *Sete Pontes de Königsberg* e *Hamiltoniano*. Esses jogos podem ser utilizados individualmente e, assim sendo, estudantes autistas podem ser estimulados a jogar com colegas da turma, mas, caso decidam, podem jogar sozinhos.

A habilidade determinada na BNCC – Base Nacional Comum Curricular “Reconhecer, nomear e comparar polígonos,

considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros” (Brasil, 2018, p. 303) foi contemplada durante o desenvolvimento das atividades didáticas apresentadas neste artigo que tiveram como objetivo: (a) Conhecer conceitos fundamentais da Teoria dos Grafos; (b) Classificar polígonos; (c) Reconhecer, nomear e comparar polígonos.

2 PERCURSO METODOLÓGICO

Foram seguidos princípios da pesquisa qualitativa estabelecidos por Bogdan e Biklen (1994, p. 48) que priorizam as compreensões explicitadas pelos participantes da pesquisa e, assim sendo, “a investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números”. Os dados da pesquisa foram obtidos por meio dos relatos escritos por professores que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no município Gaspar, Estado de Santa Catarina. Esses professores participantes da pesquisa realizaram um curso de formação continuada sendo que os trabalhos de conclusão constituíram os dados da pesquisa. Durante o curso, os professores estudaram textos teóricos sobre pesquisas em Neurociência cognitiva, conheceram práticas educativas e as desenvolveram com seus estudantes nas escolas onde atuam. Um dos professores

participantes da pesquisa é o segundo autor deste artigo e escolheu a prática educativa envolvendo os temas grafos e polígonos abordados por meio de recurso tecnológico. Os resultados estão apresentados na próxima seção, seguidos das discussões à luz de orientações de pesquisas neurocientíficas.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As atividades didáticas abordadas neste artigo foram desenvolvidas em aulas de Matemática com 30 estudantes cursando o oitavo ano do Ensino Fundamental, sendo um deles diagnosticado com Transtorno do Espectro Autista (TEA).

Foram necessárias duas aulas geminadas para o desenvolvimento das práticas educativas envolvendo polígonos e grafos por meio de jogos.

Para iniciar a aula o professor solicitou que seus estudantes sentassem em duplas e distribuiu uma folha impressa contendo orientações para o uso do *software* GeoGebra, comandos para acessar o jogo *Sete Pontes de Königsberg*, instruções para jogar, questões envolvendo conteúdos matemáticos a serem resolvidas e espaços em branco para escreverem suas compreensões.

Inicialmente o professor apresentou para os estudantes uma breve visão histórica focada no desafio estudado pelo matemático Leonhard Euler (1707 – 1783), hoje conhecido com a denominação *Problema das*

Sete pontes de Königsberg, considerado o estudo pioneiro da atual Teoria dos Grafos.

Na época de Euler, na cidade de Königsberg sete pontes sobre o Rio Pregel ligavam quatro regiões da cidade. Os habitantes indagavam se havia a possibilidade de encontrar um caminho, partindo de uma das margens e percorrendo todas as pontes uma única vez, sem voltar a passar por elas novamente e conseguir retornar ao ponto de partida inicial (Lima, 1988).

A contribuição de Euler foi a demonstração de que o *Problema das Sete Pontes de Königsberg* não possui solução. O percurso hoje conhecido como euleriano, é possível se, e somente se, a quantidade de áreas ligadas por uma quantidade ímpar de pontes é zero ou dois. No caso da cidade de Königsberg, estudado por Euler, nenhum caminho euleriano era possível (Penha, 1983).

Atualmente os grafos são utilizados em diversas situações, por exemplo, para identificar qual o melhor trajeto a ser seguido quando se tem diversas opções, é utilizado no planejamento de uma cidade, na computação, em redes elétricas, dentre outras situações (Müller, 2015).

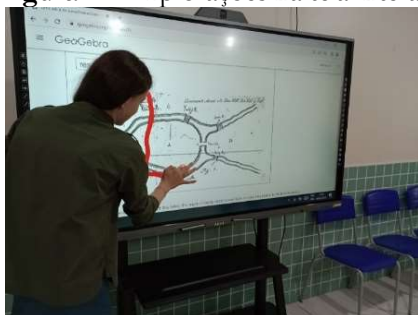
Na sequência, cada dupla recebeu um Chromebook para explorar o *Problema das Sete Pontes de Königsberg* seguindo as seguintes instruções: acesse o GeoGebra com as palavras GEOGEBRA MATERIAIS; na janela “Pesquisar materiais de Sala de Aula” digite o

código `ercWxEPr` ou acesse o *link*:

<https://www.geogebra.org/m/ercWxEPr>; clique no quadradinho vermelho e faça um passeio pela cidade; investigue se é possível sair de uma região, passar por todas as pontes uma única vez e voltar ao ponto de partida; clique em RESET para reiniciar.

Em duplas, os estudantes exploraram os caminhos possíveis e, em seguida, por meio do uso da tela interativa mostrada na Figura 1, ocorreram diálogos que culminaram na conclusão assumida coletivamente: é impossível a realização do passeio nas condições exigidas nas instruções do jogo. Foi sugerido aumentar a quantidade de pontes de modo que o passeio solicitado fosse possível.

Figura 1 – Explorações na tela interativa.

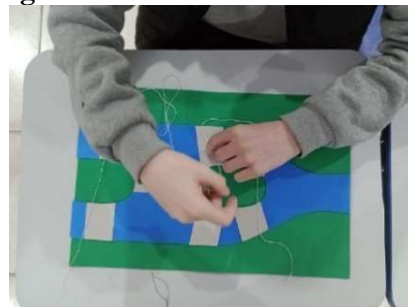


Fonte: dados da pesquisa (2024)

Durante a aula, também foi disponibilizado material manipulável construído em EVA, conforme mostrado na Figura 2, para que cada estudante realizasse a atividade das *Sete Pontes de Königsberg* pelo modo que considerasse mais atrativo. Posicionando um barbante foram exploradas diferentes rotas possíveis para passar por todas as pontes e voltar à mesma região da

cidade.

Figura 2 – Caminhos com barbante.



Fonte: dados da pesquisa (2024)

Disponibilizar diferentes materiais proporcionou dinamismo ao desenvolvimento das atividades didáticas visto que cada estudante escolheu uma maneira de realizar o jogo e, em diversas situações, iniciavam com um material e depois trocavam, realizando a mesma atividade de formas diferentes.

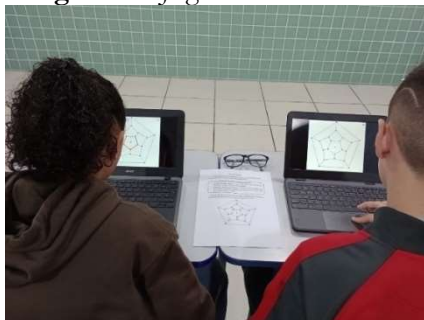
O aluno autista participou ativamente durante a atividade, ouvir a história das *Sete Pontes de Königsberg* despertou nele interesse em resolver as questões propostas. O estudante autista preferiu o uso da tela interativa para jogar, talvez por ser novidade na escola.

Na sequência, o professor entregou para os estudantes a atividade impressa contendo sobre o *Jogo Hamiltoniano* também conhecido como *Jogo de Hamilton*. A folha impressa continha orientações para o uso do *software* GeoGebra, comandos para acessar o *Jogo de Hamilton*, instruções para jogar, questões envolvendo conteúdos matemáticos a serem resolvidas e espaços em branco para escreverem suas compreensões.

Para realizar esse jogo, os estudantes

mantiveram as mesmas duplas e, usando o Chromebook seguiram as seguintes instruções: acesse o GeoGebra com as palavras GEOGEBRA MATERIAIS; na janela “Pesquisar materiais de Sala de Aula” digite *Hamilton game* (jogo hamiltoniano); acesse <https://www.geogebra.org/m/u3xggkcj>; ou digite o código da atividade u3xggkcj. Clique sobre qualquer linha pontilhada e construa um caminho passando por todos os vértices e percorrendo cada linha uma única vez. No alto do lado direito está o local para reiniciar. A Figura 3 mostra estudantes realizando o jogo de Hamilton disponível no GeoGebra.

Figura 3 – Jogo de Hamilton.



Fonte: dados da pesquisa (2024)

O estudante autista precisou de suporte, pois estava sentindo-se frustrado por não encontrar a solução esperada sozinho. Inicialmente ele tinha pensado que deveria passar por cima de todas as linhas pontilhadas, não compreendendo que deveria passar por todos os vértices. Esse mal-entendido causou frustração no estudante. Nesse momento o professor fez a intervenção e com esse auxílio o estudante compreendeu e conseguiu encontrar a solução.

O uso do GeoGebra fez total diferença, os estudantes mostravam-se curiosos para resolver o que estava sendo proposto, a partir dessa forma lúdica. As questões envolvendo polígonos foram respondidas em duplas. Os registros escritos pelos estudantes mostraram que as práticas educativas realizadas podem ser caracterizadas como inclusivas, pois possibilitaram que todos os estudantes da turma realizassem a mesma atividade, utilizando métodos diferentes, conforme suas preferências.

As práticas educativas apresentadas neste artigo estão alinhadas com as recomendações de pesquisas neurocientíficas que buscam explicações sobre o funcionamento do cérebro, no entanto, “é importante esclarecer que a Neurociência não propõe uma nova pedagogia e nem promete solução para as dificuldades da aprendizagem”; as pesquisas “acrescentam nova perspectiva para a prática pedagógica” (Amaral; Guerra, 2022, p. 47).

Conforme o princípio 4, “o uso da tecnologia influencia o processamento e o armazenamento das informações” (Amaral; Guerra, 2022, p. 91). O uso da tecnologia em sala de aula pode ser bem sucedido a partir de que o professor oriente seus estudantes, de forma a personalizar o ensino através de plataformas adaptáveis, ampliando as atividades propostas ao diversificar os estímulos educacionais, como imagens e

aplicativos, pois, “ao estimular atividades que explorem as diferentes possibilidades ofertadas pelas novas tecnologias, o professor gera desafios e oportunidades para o desenvolvimento do pensamento crítico e da criatividade dos estudantes” (Amaral; Guerra, 2022, p. 122).

A interação social favorece a aprendizagem, a motivação coloca o cérebro em ação para a aprendizagem, a aprendizagem é mais efetiva quando o corpo participa (Amaral; Guerra, 2022).

A realização de jogos está relacionada com o princípio 10 que estabelece que a autorregulação e a metacognição potencializam a aprendizagem, sendo destacada a importância do indivíduo ter capacidade de autodirigir a própria aprendizagem. No que diz respeito a esses termos, “a autorregulação refere-se à capacidade de monitorar e controlar as próprias emoções e comportamentos [...] A metacognição, por sua vez, refere-se ao processo de tomada de consciência e monitoramento das etapas de pensamento” (Amaral; Guerra, 2022, p. 157). As autoras destacam ainda que, “na perspectiva da Neurociência, a autorregulação e a metacognição são integradas, pois no cérebro, esses processos estão intrinsecamente inter-relacionados e envolvem alguns substratos neurais comuns e interdependentes” (Amaral; Guerra, 2022, p. 157).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As práticas educativas apresentadas neste artigo promoveram um ambiente dinâmico.

Cosenza e Guerra (2011, p. 48) recomendam: “é importante que o ambiente escolar seja planejado de forma a mobilizar as emoções positivas (entusiasmo, curiosidade, envolvimento, desafio), enquanto as negativas (ansiedade, apatia, medo, frustração) devem ser evitadas para que não perturbem a aprendizagem”.

Este trabalho contribui na busca por práticas educativas que possibilitem a inclusão de todos os estudantes, seja no estudo inicial de temas curriculares ou em momentos de revisão dos conteúdos anteriormente abordados. Também pode inspirar ações pedagógicas que contemplem tópicos de criações matemáticas contemporâneas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018.

AMARAL, Ana Luíza Neiva; GUERRA, Leonor Bezerra. **Neurociência e educação: olhando para o futuro da aprendizagem**. Brasília: Sesi/DN, 2022. E-book. Disponível em: <https://www.portaldaindustria.com.br/publicacoes/2022/10/neurociencia-e-educacaoolhando-para-o-futuro-da-aprendizagem/>. Acesso em: 14 mar. 2026.

COSENZA, Ramon Moreira; GUERRA, Leonor Bezerra. **Neurociência e educação:**

como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.

LIMA, Elon Lages. Alguns problemas clássicos sobre grafos. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 12, p. 36-40, 1988.

MÜLLER, Jonathan Gil. **Teoria dos grafos para o Ensino Fundamental: desafios lúdicos**. 2015. 185 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2015.

PEDRINI, Julia Gabriella. **Possibilidades pedagógicas em aulas de matemática para o acolhimento de estudantes autistas**. 2024. 112 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2024.

PEDRINI, Julia Gabriella; SILVA, Eduardo Simão da; BAIER, Tânia. **Atividades didáticas visando o acolhimento de estudantes autistas em aulas de matemática**. 2024. 95 f. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2024.

PENHA, Guilherme Maurício de La. Euler e a topologia. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 3, p. 12-14, 1983.