



FORMAÇÃO DE PROFESSORES: AS BASES DE CONHECIMENTO PARA O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS¹

SANTOS, Eli Ferreira dos - Professor ²
BORELLI, Suzete de Souza - Professora³

1 O artigo faz parte de um projeto de pesquisa em desenvolvimento de pós-graduação.

2 Professor Ms. da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo e doutorando na Universidade Cruzeiro do Sul- erfabruno@gmail.com.

3 Professora Dra. de pós-graduação da Universidade Cruzeiro do Sul - suzeteborelli@gmail.com.

RESUMO

Este artigo tem por objetivo construir e implementar uma sequência de atividades para a formação de professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, voltada ao ensino dos números racionais positivos em suas formas fracionária, decimal e percentual. A proposta de ensino, fundamentada na implementação dessa sequência, a fim de analisar como o ensino, a aprendizagem e a avaliação se articulam de forma simultânea durante a resolução de problemas. Além disso, busca-se compreender as interações que emergem entre os professores nesse processo formativo. Destaca-se a necessidade de promover reflexões relativas aos números racionais, visando a uma melhor compreensão de seus conceitos e significados. Para isso, será apresentado o modelo analítico de conhecimento especializado denominado Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), o qual possibilita analisar as bases de conhecimento profissional do professor. Articulada a esse modelo, será abordada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em conjunto com as construções dinâmicas proporcionadas pelo software GeoGebra. Busca-se, assim, proporcionar uma formação que evidencie a importância de o professor assumir uma postura reflexiva e mediadora em sua prática. Espera-se que a proposta contribua para o aprimoramento das práticas docentes, ampliando a compreensão dos números racionais em uma abordagem que articule teoria e prática no contexto escolar.

Palavras-chave: Formação de professores, Resolução de problemas, Números Racionais.

1. INTRODUÇÃO

O ensino dos números racionais na educação básica, especialmente nos anos finais do Ensino Fundamental, tem sido apontado por diversos autores como um conteúdo que apresenta grandes desafios para o ensino e aprendizagem. Nesse sentido, autores como (Bertoni, 2009; Graça, 2022; Scheffer e Power, 2020; Onuchic e Allevato, 2008; Nunes, 2003, Nunes e Bryant, 2008) destacam que tem-se privilegiado um ensino e aprendizagem de forma mecanizada, com o uso de algoritmos e procedimentos.

Nunes (2003) afirma que as crianças são capazes de aprender frações e demonstram interesse por este conteúdo, porém o modo como ele é tradicionalmente ensinado na escola muitas vezes mais dificulta do que favorece a aprendizagem, referindo-se ao ensino de frações baseado na memorização de regras, desvinculado de conceitos e significados. Nesse sentido, Graça (2022) argumenta que, quando o aluno se limita a produzir o que o professor apresenta, pode ter dificuldades em transferir o conhecimento adquirido para outras situações e conteúdos. Nunes e Bryant (2008, p. 4), destacam, “[...] a questão não é se devemos ensinar frações no ensino fundamental, mas sim o que sabemos sobre esse conhecimento informal e como os professores podem utilizá-lo”. Bertoni (2009, p. 16) também questiona, “É preciso ensinar frações? Com qual enfoque? De acordo com esses autores, é necessário ensinar os números racionais, uma vez que este conteúdo apresenta ampla aplicabilidade em situações cotidianas dos alunos e dos professores. Scheffer e Power (2020, p. 9), “[...] do ponto de vista matemático, a compreensão do número racional fornece a base sobre a qual são construídos, posteriormente, as noções de operações algébricas elementares, do inverso multiplicativo, da percentagem, das operações na forma decimal e fracionária, da probabilidade”.

Segundo os autores, a aprendizagem dos números racionais em suas diferentes formas de representação constitui a base para a compreensão de diversos outros conteúdos matemáticos. Nesse sentido, um ensino que privilegie a compreensão dos conceitos e significados dos números racionais, articulando suas representações fracionária, decimal e percentual, pode contribuir significativamente para o aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem.

Uma das formas de atribuir sentido e significado ao ensino dos números racionais, é por meio da resolução de problemas Nunes (2003) e Allevato e Onuchic (2021), utilizando as situações do cotidiano dos alunos ou de outras áreas do conhecimento. Para que isso ocorra, é fundamental que o professor possua domínio do conteúdo matemático e das diferentes formas de ensiná-lo. Nesse contexto, o modelo de conhecimento especializado do professor de matemática (MTSK), propõe-se a analisar o conhecimento especializado que o professor mobiliza ao ensinar matemática.

Dessa forma, este artigo tem como objetivo construir e implementar uma sequência de atividade voltada à formação de professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, com o foco no ensino dos números racionais positivos e em suas representações fracionária, decimal e percentual. Para isso, articula-se o modelo analítico de conhecimento especializado do professor de matemática (MTSK) com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAARP), explorando as potencialidades das construções dinâmicas proporcionadas pelo software GeoGebra.

2. REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

O conjunto dos números racionais positivos e negativos englobam os conjuntos dos números naturais e inteiros positivos e negativos. Como já destacado, este estudo trata-se dos

racionais positivos. O conjunto dos números racionais é apresentado conceitualmente como:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{d}, a \in \mathbb{Z} \text{ e } d \neq 0 \right\}$$

Niven (1984) afirma que é um número que pode ser expresso na forma , sendo que a e d sejam números inteiros, e d não pode ser zero, uma vez que d é um divisor, e de acordo com Iezzi e Murakami (2008) tem as propriedades de igualdade, adição e multiplicação.

2.1 O MTSK e o conteúdo dos números racionais

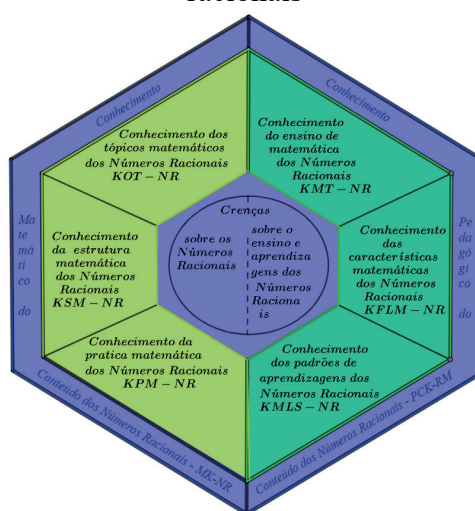
O modelo analítico MTSK (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge) aborda o conhecimento necessário que o professor deve possuir para o ensino da matemática, o qual foi proposto em 2014 por Carrillo Yanes e sua equipe.

Fundamentado nas ideias propostas por Shulman (1986), que distinguia inicialmente três tipos de conhecimento: o conhecimento do conteúdo da disciplina, o conhecimento didático do conteúdo da disciplina e do currículo. Shulman tratava das bases de conhecimento geral para ser utilizada em qualquer disciplina.

Posteriormente, Ball, Thames e Phelps (2008) com base nas contribuições de Shulman, desenvolveram as bases de conhecimento voltadas para o ensino da matemática. Embora tenha o foco na matemática, os autores também consideraram o conhecimento comum, entendido como o conhecimento de qualquer profissional.

Partindo das inquietações identificadas no conhecimento geral de Shulman e no conhecimento comum de Ball, Thames Phelps, Carrillo et al (2014), desenvolveram um modelo voltado especificamente para o ensino da matemática, pois consideraram que todo o conhecimento voltado ao ensino da matemática constitui um conhecimento especializado do professor. Sistematizado no formato de um hexágono, e dividido em dois domínios, sendo o conhecimento matemático (MK) e o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), subdivididos em três subdomínios cada, além das crenças sobre o conhecimento da matemática e sobre o ensino da matemática. Para melhor compreensão, a figura 2 ilustra o modelo adaptado ao conteúdo dos números racionais.

Figura 2: Modelo adaptado para as bases de conhecimento sobre o conteúdo dos números racionais



Fonte: Inspirado em Carrillo et al, 214.

Com base nessa figura, foi elaborado um quadro que detalha cada subdomínio articulado com as bases de conhecimento com as características específicas do conteúdo.

Quadro 1: Relação entre o MTSK e o conteúdo dos números racionais

Conhecimento Matemático dos Números Racionais - MK-NR	Características do Conteúdo dos Números Racionais PCK-NR
Subdomínios	
Conhecimento dos Tópicos matemáticos dos Números Racionais KOT-NR	- Conhecer as representações dos números racionais: frações, decimais e percentuais, e as formas de equivalência, particionamento e parte-todo; - Conhecer a localização na reta numérica; - Conhecer as operações com números racionais: adição e subtração de frações e decimais; operação de percentual; - Conhecer a comparação e ordenação de frações.
Conhecimento das Estrutura da Matemática dos Números Racionais KSM-NR	- Conhecimento do conceito do conjunto dos números racionais; - Conhecer as diferentes formas de representação do número racional, fração, decimal e percentual; - Densidade do conjunto dos números racionais, entre dois números inteiros consecutivos existem infinitos números racionais.
Conhecimento da Prática Matemática dos Números Racionais KPM-NR	- Conhecer a linguagem associada frequentemente aos números racionais; - Diferenciar situações envolvendo as grandezas discretas e contínuas dos números racionais.
Crenças sobre os Números Racionais	- Como os professores compreendem o desenvolvimento dos conceitos e procedimentos operatórios dos números racionais.
Conhecimento Pedagógico do Conteúdo dos Números Racionais - PCK-NR	Características do Conteúdo dos Números Racionais
Subdomínios	
Conhecimento do Ensino de Matemática dos Números Racionais	- Algumas dificuldades dos alunos para o entendimento do conceito dos números racionais: confusão com números naturais, achar o sucessor e antecessor do número natural
Conhecimento das Características de Aprendizagem de Matemática dos Números Racionais	- Conhecimento que o professor deve mobilizar para o ensino do conceito ou procedimento dos números racionais; - Conhecimento de teorias de ensino, metodologias e métodos para o ensino, como a resolução de problemas; - Uso da linguagem matemática como recurso de comunicação e ensino, e a importância das representações e registros dos números racionais; - Reconhecer que a aprendizagem ocorre ao longo do tempo.
Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem de Matemática dos Números Racionais KMLS-NR	- Refere-se ao conhecimento dos conteúdos propostos e previstos nos documentos oficiais, como a BNCC, PCN, currículos dos estados e municípios, em livros didáticos e paradidáticos, artigos e outros documentos produzidos por pesquisadores da área.

Crenças sobre o Ensino e Aprendizagem de Matemática dos Números Racionais	- Identificar como o professor compreende o processo de ensino e aprendizagem dos números racionais no ensino fundamental; - Os alunos não aprendem a interpretar problemas envolvendo números racionais; - Ensinar frações, decimais e porcentagem utilizando regras é mais fácil de aprender e separadas.
---	---

Fonte: elaborado pelo autor, 2025

O quadro 1 sistematiza as bases de conhecimento dos números racionais em suas representações fracionária, decimal e percentual, abrangendo tanto o conhecimento matemático, quanto o conhecimento pedagógico do conteúdo, além das crenças do professor sobre o conteúdo e sobre o ensino.

Dessa forma, o MTSK oferece um referencial teórico para orientar a formação de professores, possibilitando a articulação com a resolução de problemas, especificamente com a MEAARP, e com os recursos tecnológicos do software GeoGebra, ampliando as potencialidades para o ensino e a compreensão dos números racionais.

2.2 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação e o uso da tecnologia

A MEAARP são as ideias propostas por Allevato e Onuchic (2021). As autoras elaboraram uma sequência composta por 10 etapas e afirmam que o ponto de partida para o ensino da matemática é a resolução de problemas. “Consideram que, quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da resolução de problemas” (Allevato, 2014, p. 215). A figura 2 ilustra a sequência das 10 etapas.

Figura 2: As 10 etapas da MEAARP



Fonte: Allevato e Onuchic, 2021, p. 51.

A figura 2 apresenta a sequência das etapas do processo de ensino e aprendizagem, que tem o início com a proposição de um problema, percorrendo diferentes etapas e tem o seu fechamento com a proposição de um novo problema a partir do problema gerador resolvido.

A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem sido empregada para expressar a concepção de que ensino, aprendizagem e avaliação devem ocorrer simultaneamente durante as atividades de sala de aula. O professor é o guia, o orientador dos processos de construção do conhecimento e os alunos são co-construtores desse conhecimento; e a avaliação deve estar integrada ao processo de ensino-aprendizagem, com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos e reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. (Allevato e Onuchic, 2019, p. 3)

A ideia de simultaneidade evidencia que o ensino, a aprendizagem é a avaliação ocorre de forma integrada durante a resolução de um problema. Nesse processo, o aluno, ao mesmo tempo em que aprende, também ensina, reflete e avalia o percurso realizado, tanto individual como coletivamente, assumindo uma postura ativa diante do conhecimento.

Nessa Metodologia, o professor atua como mediador, articulando o que o aluno já sabe com o conhecimento a ser construído. As etapas orientam o percurso investigativo do processo de ensino e aprendizagem, criando condições para que o aluno seja protagonista da própria aprendizagem. Assim, professor e aluno tornam-se partes integrantes na construção do saber matemático.

A sequência inicia-se com a leitura individual do problema proposto, com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos alunos. Em seguida, eles discutem a situação em pequenos grupos buscando resolvê-lo coletivamente. Na etapa 6, os alunos apresentam suas resoluções, e um aluno ou o grupo vai à lousa para apresentar as estratégias e os caminhos percorridos até a solução do problema.

Após as apresentações, ocorre a plenária, momento em que os alunos e o professor discutem coletivamente as diferentes estratégias adotadas, buscando um consenso sobre as resoluções. Até essa etapa, o professor atua como questionador e gerador de situações de aprendizagem, evitando oferecer respostas prontas. Na etapa 9, ocorre a formalização do conteúdo matemático, momento em que o professor apresenta de maneira formal e sistematizada os conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema.

Essa formalização também constitui um momento de reelaboração das resoluções dos alunos, aspecto destacado na BNCC (2018, p. 299) “Para favorecer essa abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido”. Após a consolidação dos conteúdos aprendidos, os alunos formulam e elaboram um novo problema ou criam uma extensão do problema gerador resolvido.

Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto. (Brasil, 2018, p. 299).

A Base evidencia a proposição de novos problemas como estratégia de aprimoramento da aprendizagem dos conteúdos trabalhados. Articulado com o processo de resolução de problemas, destaca-se o uso do software GeoGebra como potencializador da aprendizagem.

O uso da tecnologia digital nas aulas de matemática é enfatizado na BNC (2018, p. 267), que orienta: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados”. Nesse sentido, o uso do software GeoGebra favorece a aprendizagem por meio da visualização, experimentação e validação das estratégias

de resolução, permitindo aos alunos construírem significados matemáticos de forma dinâmica e interativa.

Ao integrar o GeoGebra ao processo de ensino e aprendizagem por meio da MEAARP dos números racionais, o professor mobiliza diferentes bases do conhecimento - o conhecimento do conteúdo matemático, o conhecimento pedagógico do conteúdo e as crenças sobre o ensino e a aprendizagem. Essa integração amplia o repertório profissional docente, fortalecendo a sua atuação ao articular o domínio conceitual das representações fracionária, decimal e percentual com as práticas pedagógicas que promovem o raciocínio, a exploração e a compreensão aprofundada dos conceitos e procedimentos.

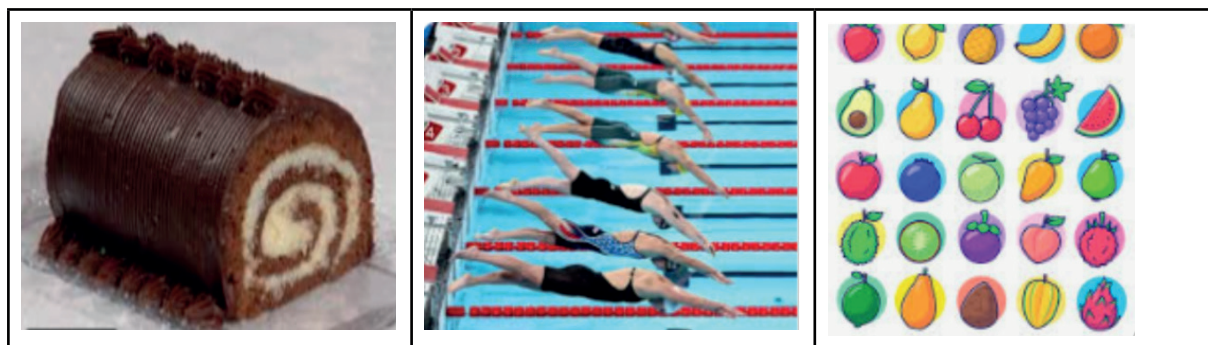
3. DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE

Para essa formação de professores, serão realizadas duas atividades voltadas ao estudo dos números racionais. A primeira atividade consistirá na resolução de um problema cujo objetivo é analisar as bases de conhecimento dos professores, com base no modelo MTSK, adotando a MEAARP.

Problema 1) (Enem - 2011) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido. Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R\$3.800,00 gerado pela aplicação. A quantia que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de:

A proposta de resolução desse problema abordará as etapas da metodologia adotada e será realizada uma análise conforme as bases de conhecimento descritas no quadro 1. Para isso, será formado pequenos grupos com quatro participantes.

Problema 2) A partir das figuras, cada grupo vai elaborar três problema de cada, abordando os números racionais.



A proposta deste problema consiste na proposição e resolução de um novo problema, correspondendo à etapa 10 da Metodologia. Os problemas elaborados serão distribuídos para que outros grupos os resolvam. Conforme a Metodologia, na etapa 9 da formalização do conteúdo, os grupos serão orientados pelo formador a realizarem uma apresentação formal do conteúdo utilizando o software Geogebra. Além desse direcionamento, receberam orientações sobre as bases de conhecimento especializado do professor de matemática, ampliando a reflexão sobre a prática docente e o domínio conceitual dos conteúdos abordados.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa proposta de construção e implementação de uma sequência de atividade sobre os números racionais, abordando as formas fracionária, decimal e percentual, e tem como objetivo

verificar o conhecimento dos professores segundo o modelo MTSK, durante a resolução de problemas guiadas pelas etapas da MEAARP, evidenciando as diversas representações dos conceitos e significados com o apoio do software GeoGebra.

Espera-se que os professores reconheçam que o ensino, a aprendizagem e a avaliação ocorrem simultaneamente durante a resolução dos problemas, contribuindo para o aprimoramento das práticas docentes e ampliando a compreensão dos números racionais em uma abordagem que articule teoria e prática no contexto escolar.

5. REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas?** Resolução de Problemas- Teoria e Prática, In Onuchic, L. L. R.; *et al.* (Org). Resolução de Problemas - Teoria e Prática, 2ª ed. Jundiaí-SP: Paco Editorial, 2021.

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA**, v. 34, n. 1, p. 209-232, 2014. <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/26/214>.

BERTONI, N. E. Pedagogia - Educação e linguagem Matemática IV frações e números fracionários. Brasília. Universidade de Brasília, 2009.

BRASIL. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2018.

CARRILLO, J.; CONTRERAS, L. C.; ESCUDERO, D.; FLORES-MEDRANO, E.; MONTES, M. (Eds.). **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas**. Huelva: Universidad de Huelva, 2014. https://www.researchgate.net/publication/267392675_Un_marco_teorico_para_el_Conocimiento_especializado_del_Profesor_de_Matematicas.

GELSON, I.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar 1**. Atual Editora, 7ª ed. 1985.

GRAÇA, I. A. **Desenvolver a compreensão dos Números Racionais: Uma experiência de Ensino no 5.º ano de escolaridade**. Tese de Doutorado, Universidade de Lisboa. 2022.

NIVEN, I. M. Números: racionais e irracionais. Trad. Renate Watanabe. Sociedade Brasileira de Matemática. RJ. 1984.

NUNES, T; BRYANT, P. **Understanding rational numbers and intensive quantities**. London: Nuffield Foundation, (2008).

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G. As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Bolema**, n. 31, p. 79-102, 2008. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2106>.

SCHEFFER, N. F; POWELL, A. B. Frações na Educação Básica: O que Revelam as Pesquisas Publicadas no Brasil de 2013 a 2019. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9,

n. 20, p. 08-37. Campo Mourão, PR, 2020. <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6259>.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Researcher: Washington, v. 15, n. 2, February, 1986.