



PROPOSTA DIDÁTICA: O RESGATE DO VOO 771 COMO CENÁRIO PARA INVESTIGAÇÃO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA E GEOGRAFIA¹

MIYOSHI, Marco Antonio - FASESP²

ARRAIS, Ubiratan. B.- FASESP³

¹ Projeto de pesquisa de iniciação científica do grupo “Geometrias não euclidianas na Educação Básica” da FASESP, financiado pela própria com bolsa de iniciação científica

² Graduando em Licenciatura em Matemática pela FASESP – marco.miyoshi@faculdadesesi.edu.br

³ Professor de Licenciatura em Matemática pela FASESP – ubiratan.arrais@sesisp.org.br

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta didática que foi desenvolvida no âmbito da iniciação científica na Faculdade Sesi de Educação entre abril de 2024 e junho de 2025, que buscou transformar o episódio histórico do “Resgate do Voo 771”, retratado em filme dirigido por Roger Young (1993), em um cenário para investigação interdisciplinar no Ensino Médio, de acordo com a perspectiva do teórico Ole Skovsmose. A proposta em questão convidou os estudantes a ressignificar um acontecimento real como base para aprendizagem de Geometrias não euclidianas e Geografia. A atividade iniciou-se com a construção de um sextante artesanal, utilizando materiais recicláveis, possibilitando compreender seu uso na navegação e na medição de ângulos sobre a esfera terrestre. Em seguida, introduziu-se a bússola como recurso didático para explorar noções de orientação espacial, direções e ângulos, estabelecendo conexões entre geometria plana e cartografia. O ponto culminante ocorreu na análise do procedimento de localização do avião, a partir da intersecção das mediatrizes de arcos de círculos máximos, fato que permitiu discutir conceitos como perpendicularidade, distância e intersecção no plano e na esfera. A proposta evidenciou que a articulação entre a narrativa histórica, a experimentação prática e a fundamentação teórica tendem a favorecer o engajamento e a aprendizagem significativa de acordo com o pesquisador Ausubel, ao mesmo tempo em que promove a interdisciplinaridade seguindo as concepções de Fazenda, na interpretação do espaço. Há indícios que o uso do “Resgate do Voo 771” como cenário investigativo potencializa a compreensão dos estudantes acerca da aplicabilidade da Matemática e da Geografia no cotidiano, trazendo discussões voltadas para a investigação, além de estimular a criatividade, a colaboração e a formação crítica, através da interdisciplinaridade.

Palavras-chave: Geometrias não euclidianas; Cartografia; Interdisciplinaridade.

INTRODUÇÃO

Este artigo resulta da pesquisa desenvolvida no grupo de iniciação científica orientado pelo professor Me. Ubiratan Barros Arrais na Faculdade Sesi de Educação - SP (FASESP), com o tema “Geometrias não euclidianas na Educação Básica”. Durante os estudos, percebeu-se o potencial de abranger estudos interdisciplinares, especialmente com a Geografia, o que resultou na proposta didática desenvolvida.

O objetivo principal consistiu em encontrar formas de aplicar os conceitos das geometrias não euclidianas - habitualmente abordados na graduação em Matemática - às aulas da Educação Básica, de modo a trazer novas perspectivas para essa área do conhecimento. Para os objetivos específicos, buscou-se: investigar o potencial pedagógico da história da navegação para contextualizar o problema das superfícies curvas; analisar os conceitos matemáticos subjacentes às técnicas de navegação, como a trigonometria esférica e as propriedades das circunferências; e desenvolver atividades práticas que permitam aos estudantes vivenciar os desafios e as soluções da navegação em uma superfície esférica.

Os temas desenvolvidos neste artigo são o processo de pesquisa durante o período de duração do grupo de iniciação científica, as possibilidades didáticas discutidas, levando ao problema utilizado como base para o trabalho, descrito para que o leitor deste artigo possa compreender a situação abordada, o referencial teórico utilizado e a proposta didática produzida como resultado, descrevendo atividades que associam as situações vistas no caso relatado com matemática e geografia como bases para a resolução de problemas.

DESENVOLVIMENTO

Sob orientação do professor Me. Ubiratan Arrais, o grupo de iniciação científica iniciou seus estudos mediante revisão bibliográfica da obra “Convite às geometrias não euclidianas” (Coutinho, 2018), concentrando-se inicialmente na construção dos conceitos fundamentais que desafiam a intuição euclidiana. Durante os encontros, identificou-se a necessidade de aprofundar conhecimentos em geometria analítica para melhor compreensão dessas geometrias, momento em que assumi a responsabilidade de ministrar explicações sobre tais conceitos devido à minha experiência prévia. Contudo, com a redução do grupo para um único membro em 2025, o projeto original - que visava ao estudo de superfícies curvas no espaço tridimensional - foi redirecionado para novos objetivos.

Para contextualizar o estudo de superfícies curvas, o grupo elegeu o planeta Terra como objeto de análise, com foco na navegação. A matemática envolvida nessa área, particularmente no início da exploração marítima, é notável pela riqueza de conceitos e técnicas inteligentes, desenvolvidas face às limitações instrumentais e de conhecimento da época. Embora o advento do Sistema de Posicionamento Global (GPS) tenha tornado obsoletos muitos desses métodos, seu potencial matemático permanece relevante, oferecendo um campo fértil para atividades que integram diversas disciplinas, como a geografia, através da cartografia, e a história, pelo contexto em que foram aplicados.

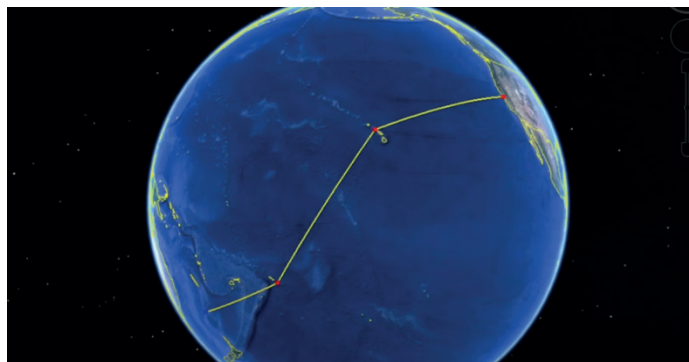
O tema do projeto foi proposto pelo professor Ubiratan, através de um vídeo do canal “Aviões e Músicas” no Youtube, intitulado “Piloto perdido no meio do Oceano Pacífico, A MELHOR história de todos os TEMPOS EP. 149”. Devido à incrível história descrita e as diferentes ferramentas de navegação utilizadas no problema do piloto perdido, focamos em utilizar esse contexto para nossa proposta didática. Como o problema apresentado foi inspiração para um filme, “O Resgate do voo 771” de 1993, nos baseamos nesse título para o trabalho, além de possivelmente obter acesso ao filme para exibi-lo aos estudantes quando aplicarmos a

proposta didática.

O RESGATE DO CESSNA 188 PERDIDO NO OCEANO PACÍFICO (BASE PARA “O RESGATE DO VOO 771”)

Em 1978, o ex-piloto da Marinha americana Jay Prochnow e um colega partiram de San Francisco (EUA) para Sydney (Austrália) para entregar dois aviões agrícolas Cessna 188. A rota era dividida em quatro etapas, passando por Honolulu, Pago Pago e Norfolk Island. Por possuírem baixa autonomia e instrumentação limitada, as aeronaves foram adaptadas para a longa travessia oceânica, incluindo a instalação improvisada de um Localizador Automático de Direção (ADF). Após concluírem a etapa inicial sem contratempos, a decolagem de Pago Pago foi interrompida quando a aeronave do colega de Prochnow sofreu uma falha. Apesar do incidente, Prochnow foi convencido a prosseguir sozinho com a missão no dia seguinte.

Figura 1 – Trajeto percorrido por Jay Prochnow, indicando os trechos da viagem até se perder



Fonte: canal “Aviões e Músicas” no Youtube⁴

Sozinho, Jay seguiu a direção indicada pelo ADF, que deveria apontar diretamente para Norfolk Island. No entanto, ao se aproximar do horário previsto de chegada, a ilha não estava à vista. Prochnow supôs que ventos contrários poderiam ter reduzido sua velocidade. Pouco depois, o ADF perdeu o sinal e começou a girar, indicando que estava fora do alcance da transmissão, fato confirmado pela incapacidade de sintonizar outras frequências próximas. Sem referências, Prochnow alertou o controle de tráfego aéreo local sobre estar perdido no Pacífico. O alerta chegou ao voo 103 da Air New Zealand, um Douglas DC-10 na rota Fiji-Auckland, comandado pelo piloto e navegador Gordon Vette. Ciente da dificuldade de encontrar uma pequena aeronave no oceano, Vette obteve autorização da tripulação e dos passageiros para desviar a rota e iniciar uma busca. Durante o processo, recebeu ajuda de Malcolm Forsyth, um passageiro que também era navegador.

Figura 2 – Aviões Cessna 188 e McDonnell Douglas DC-10



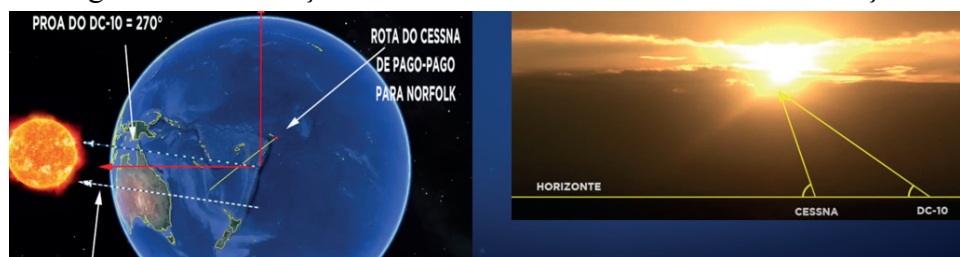
Fonte: canal “Aviões e Músicas” no Youtube⁵

⁴ Disponível em: <<https://youtu.be/y3mlN55xz7o?si=cAIK4SPqV52P9MZN>>. Acesso em: 02 de nov. de 2025

⁵ Disponível em: <<https://youtu.be/y3mlN55xz7o?si=cAIK4SPqV52P9MZN>>. Acesso em: 02 de nov. de 2025

Com base no contato de rádio, o capitão Gordon iniciou a localização do Cessna usando técnicas de navegação. Primeiro, para determinar a posição Norte-Sul, ele instruiu Jay a apontar sua aeronave diretamente para o Sol. Ao comparar as leituras da bússola – 274° no Cessna contra 270° no DC-10 –, concluiu-se que o avião perdido estava ao sul. Para a posição Leste-Oeste, Vette improvisou um sextante com a mão, medindo a altura do Sol acima do horizonte em dedos. Prochnow relatou quatro dedos, enquanto Vette media dois, indicando que o Cessna, estando mais próximo do Sol poente, estava a oeste de sua posição. Essas técnicas permitiram calcular com maior precisão a direção a ser seguida.

Figura 3 – Construções matemáticas descrevendo as duas situações



Fonte: canal “Aviões e Músicas” no Youtube⁶

Com uma estimativa da localização do Cessna, o capitão Gordon instruiu Prochnow a voar em círculos para não se afastar da área - manobra que exigiu grande confiança entre os pilotos. Apesar disso, o DC-10 ainda não avistava a pequena aeronave sobre o oceano. Embora esperassem que o jato produzisse uma trilha de vapor, as condições meteorológicas não eram favoráveis; como alternativa, soltou-se combustível pelas asas - possível graças ao tanque extra - na tentativa de criar um rastro visível. Ainda assim, não houve contato visual, mas o rádio VHF do Cessna já conseguia contatar o DC-10, mantendo a comunicação crucial entre as aeronaves.

Nesse momento, Vette percebe que pode utilizar o alcance do rádio VHF para triangular a posição através da técnica “aural boxing”. Como o sinal VHF tem alcance conhecido de aproximadamente 200 milhas náuticas (370 km), formando um círculo de cobertura, o procedimento consistiu em: o DC-10 voou em linha reta, registrando os pontos onde entrava e saía do alcance do rádio, obtendo assim uma corda desta circunferência. Após duas curvas de 90° para repetir o processo e obter outra corda, traçaram as mediatrizes desses segmentos, cuja intersecção indicou o centro do círculo - localizando a origem do sinal de rádio.

Figura 4 – Trajeto feito durante o processo de “aural boxing”



Fonte: canal “Aviões e Músicas” no Youtube⁷

⁶ Disponível em: <<https://youtu.be/y3mlN55xz7o?si=cAIK4SPqV52P9MZN>>. Acesso em: 02 de nov. de 2025

⁷ Disponível em: <<https://youtu.be/y3mlN55xz7o?si=cAIK4SPqV52P9MZN>>. Acesso em: 02 de nov. de 2025

Mesmo com a posição aproximada, a localização exata do Cessna permanecia indeterminada. Com o pôr do sol – sua última referência comum –, Prochnow considerou uma amargem forçada. Ciente da dificuldade de resgate no oceano, o Capitão Gordon empregou uma última técnica: sincronizou os relógios do centro de controle de Norfolk e do piloto, usando a diferença horária do pôr do sol entre ambos para calcular a diferença longitudinal. Este cálculo permitiu que Gordon fornecesse a Prochnow um rumo para seguir em direção ao aeroporto.

Prochnow avistou luzes ao longe, julgando ser a ilha, mas que na verdade pertenciam a um navio petroleiro. O controle de tráfego aéreo contatou o navio e, com suas coordenadas precisas, pôde finalmente fornecer a Jay o rumo exato para o aeroporto.

Durante essa aproximação, o DC-10 localizou visualmente o Cessna e o escoltou até o pouso. Jay Prochnow completou um voo de 23 horas e 5 minutos, estando perdido por mais de 8 horas. Através de rigoroso controle de consumo, ele estendeu a autonomia original de 22 horas do Cessna em 5%, pousando com os tanques quase vazios.

REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

Visando compreender melhor como trabalhar um tema que não está presente na matemática da Educação Básica, o artigo “*Cenários para investigação*” de Ole Skovsmose, publicado no Boletim de Educação Matemática (BOLEMA, Rio Claro-SP, v.13, n.14, 2000), foi utilizado como referência para a criação de uma atividade que justamente se encaixa no conceito principal do artigo, que explica como a investigação dentro da educação matemática pode ser uma ferramenta que desenvolva a capacidade de raciocínio, exploração e questionamento. Com base no artigo de Ole Skovsmose, cenários para investigação (ou “landscapes of investigation”) são ambientes de aprendizagem que convidam os alunos a engajarem-se em processos de exploração, formulação de questões e busca por explicações, contrastando com o tradicional paradigma do exercício. Isso se relaciona com a proposta didática desenvolvida na forma como tratamos a aplicação dos conhecimentos, incentivando aos estudantes a busca pelas explicações sobre os fenômenos observados.

A proposta didática ancora-se na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, a qual postula que a aquisição efetiva de conhecimento ocorre quando novos conceitos se relacionam de modo não arbitrário e substantivo com a estrutura cognitiva preexistente do aprendiz. Para tal, é essencial que o discente demonstre disposição para articular o novo conteúdo a conhecimentos prévios, e que o material educativo apresente organização lógica e potencial de ancoragem conceitual. Diferentemente da aprendizagem mecânica, essa abordagem resulta em uma estrutura cognitiva mais estável e transferível, na qual o conhecimento é assimilado mediante diferenciação progressiva de conceitos já consolidados. A proposta em questão busca, portanto, promover a construção do conhecimento por meio da interligação significativa com saberes anteriores e sua aplicação em contextos relevantes.

APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA E RESPECTIVA ANÁLISE

A proposta didática desenvolvida tem como base o caso real do resgate do Cessna 188, utilizando o filme “O Resgate do Voo 771” para contextualização inicial seguida de discussão dirigida. Seu objetivo principal é explorar conceitos matemáticos fundamentais - ângulos, trigonometria e propriedades de circunferências - enquanto contrasta noções de geometria plana com os desafios impostos pela curvatura terrestre, criando pontes entre a matemática pura e

suas aplicações práticas.

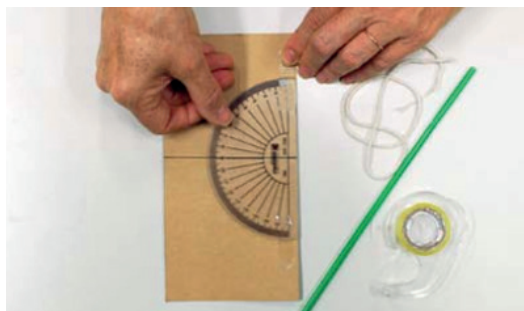
Como primeira parte prática é construído um sextante com materiais escolares. Tal construção e aplicação foi inspirada em uma atividade do site Matemática Multimídia, da Unicamp, denominada “A altura da árvore”. É indicado que os estudantes participantes da atividade sejam separados em grupos e que cada grupo possua os materiais para um sextante. As instruções para a confecção do sextante são:

Materiais recomendados: Papel Cartão (podendo ser substituído por cartolina ou papelão) de dimensões 10 cm x 20 cm, transferidor, canudo, régua, tesoura, fita adesiva, linha de costura ou barbante (para o fio de prumo), peso (para o fio de prumo, podendo ser qualquer objeto que mantenha o fio vertical)

Passo a passo:

1. No papel cartão (ou equivalente), traçar uma linha reta na metade do comprimento de 20 cm, e fixar o transferidor no papel utilizando fita adesiva, de modo que a medida de 90° fique na linha traçada.

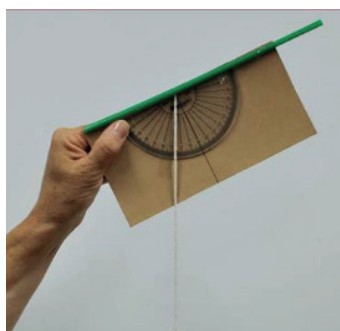
Figura 5 - Fixação do transferidor no papel utilizando fita adesiva



Fonte: site Matemática Multimídia, atividade “A Altura da árvore”⁸

2. Amarrar o peso em uma das extremidades da linha (ou barbante), e na outra extremidade fixar na base já montada de modo que o ponto onde o fio de prumo pode se mover livremente seja o centro do transferidor.
3. Fixar o canudo de modo que ele coincida com a linha-de-fê do transferidor (marcações de 0° e 180°)

Figura 6 – Sextante artesanal montado



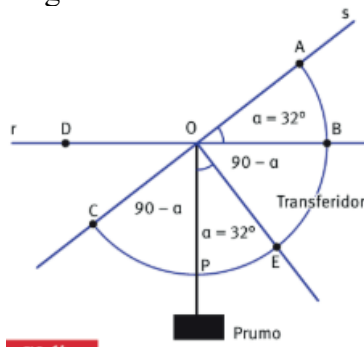
Fonte: site Matemática Multimídia, atividade “A Altura da árvore”⁹

8 Disponível em < <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/994>>. Acesso em 04 de nov. de 2025.

9 Disponível em < <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/994>>. Acesso em 04 de nov. de 2025.

Com o sextante em mãos, devemos explicar como encontrar o ângulo com a horizontal a partir da leitura utilizando o fio de prumo, mostrando para eles que o menor ângulo entre o fio de prumo e o canudo é complementar ao ângulo da horizontal com a direção do canudo.

Figura 7 - Medição do ângulo com a horizontal durante o uso do sextante

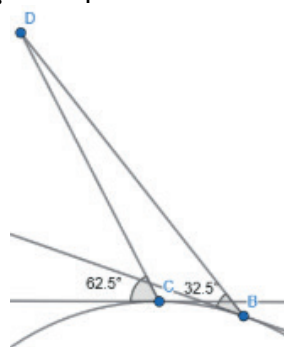


Fonte: site Matemática Multimídia, atividade “A Altura da árvore”¹⁰

Para a atividade prática, de preferência em uma área externa, os grupos de estudantes devem observar um mesmo objeto no alto, através do canudo, enquanto realizam a leitura da medida do ângulo utilizando o sextante. Cada grupo deve estar a distâncias diferentes em relação ao objeto observado, para que os ângulos medidos sejam diferentes entre si. É esperado que os estudantes possam comparar suas observações para que entendam que o ângulo é maior quanto mais perto do objeto. Também pode-se aplicar uma extensão da atividade que envolve encontrar a altura do objeto através de outras medidas, que devem ser tomadas com auxílio de uma trena.

Para conectar ao problema original e à diferença na navegação sobre a Terra redonda, podemos explicar como a curvatura da Terra traz uma pequena diferença na forma como são formados os ângulos entre a “horizontal” e a posição do Sol, esquematizados (em uma escala diferente, pois o Sol está muito mais distante) na figura a seguir.

Figura 8 – Uma visualização do problema do sextante com escala diferente



Fonte: Geogebra, criação própria

Como segunda atividade temos a utilização da bússola como instrumento de orientação. Idealmente trabalharemos com uma bússola real ou com um aplicativo de bússola disponível em celulares, mas na impossibilidade do uso da bússola, pode-se determinar uma orientação a ser usada no espaço da atividade, por exemplo, o sentido para uma parede é o norte, e a partir dessa informação se determinam os outros. O professor responsável pela atividade deve pensar no mapeamento da área onde ela será aplicada, e assim criar instruções para uma “caça ao

¹⁰ Disponível em < <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/994>>. Acesso em 04 de nov. de 2025.

tesouro”. Estas instruções serão baseadas nas direções cardeais como “siga 5 metros na direção Norte”. Pode-se aplicar tanto como uma única caçada para todos ou com uma instrução a cada grupo.

Como finalização dessa parte da atividade, retomamos a situação da determinação da posição norte-sul (latitude) relativa entre os aviões no problema do avião perdido, onde é esperado que os estudantes compreendam como foi possível determinar que o Cessna 188 estava perdido a sul de onde o DC-10 estava. Além disso, há como trabalhar a distância entre eles no caso plano, para então discutir o que muda pensando no formato da Terra, um problema muito mais complexo, visto que passa do bidimensional para o tridimensional, e com a superfície curva da Terra como outro desafio.

Na terceira parte da proposta, temos uma atividade que discute o problema da determinação do centro da circunferência a partir das propriedades das cordas. Uma possibilidade de aplicação é traçar uma circunferência no chão, utilizando um barbante com um ponto fixo e giz. Remove-se o ponto fixo, e apenas com a circunferência, aplicar o método das cordas para encontrar novamente o centro. Uma alternativa é a realização dos procedimentos em folha de papel, trazendo aos alunos circunferências para que eles encontrem o centro destas utilizando as técnicas explicadas.

No problema, o avião cruzou a circunferência em linha reta, determinando dois pontos, que formam a primeira corda. Depois, realizou duas viradas de 90° para de novo em linha reta cruzar a circunferência em dois pontos, formando a segunda corda. Ao traçar as mediatrizes das cordas, encontra-se o centro da circunferência no encontro destas retas. Para a aplicação com os alunos, explicamos então as propriedades de elementos da circunferência, além de também explicar como pode-se encontrar o centro da circunferência através do conceito do circuncentro: com três pontos pertencentes à circunferência, determinamos um triângulo, e podemos encontrar seu circuncentro através das mediatrizes. Nesta etapa, podemos discutir porque não foi feito isso no caso do avião, já que ao voar em altas velocidades, é impraticável que se consiga fazer uma curva no exato ponto onde o DC-10 perdia contato com o Cessna, não sendo possível ter exatidão na formação de um triângulo. Também é possível discutir as fontes da imprecisão desse método na realidade, uma vez que mesmo aplicando-o o avião não foi encontrado, entre as quais são a confiabilidade no momento de encontrar e perder o sinal VHF do Cessna, a alta velocidade do DC-10 e se o alcance do rádio era realmente constante, entre outros possíveis fatores de erro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo propôs uma sequência de atividades didáticas que aliam a matemática ao contexto da cartografia, como parte de seu objetivo. Acredita-se que a aplicação de atividades com uma situação real associada traz uma possibilidade de exploração que segue as ideias de cenários para investigação de Ole Skovsmose e também se alinha à aprendizagem significativa segundo Ausubel. O trabalho desenvolvido associou matemática, dentro do contexto das geometrias euclidiana e não euclidiana, com a sua aplicação em cartografia e navegação, levando a uma possibilidade interdisciplinar com a geografia, contribuindo para uma integração entre disciplinas e uma prática que supere a abstração dentro da geometria. Devido a não ser ainda aplicada em contexto de aula, espera-se que através da realização das atividades possam ser obtidas novas ideias que reestruturem o trabalho desenvolvido baseado no *feedback* obtido. Além disso, nas aplicações dessa atividade, deve-se analisar seu impacto na aprendizagem dos conceitos envolvidos, investigando o modo como a teoria se alinha com prática ou se há

algum obstáculo entre as ideias e resultados obtidos. Conclui-se então que a proposta didática apresenta potencial na associação de conceitos, necessitando ainda de experiências reais para aprimorar sua aplicação.

REFERÊNCIAS

A ALTURA da árvore. Matemática Multimídia. Disponível em: < <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/994>>. Acesso em: 4 de nov. de 2025

COUTINHO, L. Convite às geometrias não euclidianas. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2018. E-book. Disponível em: <https://plataforma.bvirtual.com.br>. Acesso em: 04 nov 2025.

SOUSA, Lito. Piloto perdido no meio do Oceano Pacífico, A MELHOR história de todos os TEMPOS EP. 149. YouTube, 16 de mar. de 2017. 21:54. Disponível em: <<https://youtu.be/y3mlN55xz7o?si=cAIK4SPqV52P9MZN>>. Acesso em: 11 de set. de 2025

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. Bolema, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.
WALKER, Billy. Jay Prochnow's Harrowing Flight. Captain Billy Walker, 2015. Disponível em: <<https://captainbillywalker.com/from-the-heart/jay-prochnows-harrowing-flight/>>. Acesso em: 11 de set. de 2025