

ARTIGO CIENTÍFICO

REDES E ROTAS: O ENSINO DE GRAFOS ATRAVÉS DA ANÁLISE DE FUNÇÕES AFINS

Vitória B. Melo¹

¹Graduando em Matemática – FFP-UERJ – São Gonçalo – Rio de Janeiro Brasil,
melov110903@gmail.com

Ighor O. M. Rimes²

² Professor de Matemática - FFP-UERJ - São Gonçalo - Rio de Janeiro- Brasil,
ighor.rimes@uerj.br

Resumo

O presente trabalho aborda os desafios contemporâneos do ensino da Matemática, evidenciando a recorrente resistência dos estudantes à disciplina, frequentemente associada a práticas pedagógicas excessivamente abstratas e descontextualizadas. Diante desse cenário, o trabalho defende a necessidade de repensar estratégias de ensino que promovam maior articulação entre conceitos matemáticos e situações concretas. Nesse sentido, propõe-se a integração entre o estudo das funções afins e os grafos, entendidos como uma ferramenta matemática potente para a representação de relações, conexões e percursos. Amplamente utilizados em áreas como logística, informática e redes de transporte, os grafos possibilitam a visualização e a análise estruturada de problemas, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da interpretação e da resolução de situações-problema. A proposta metodológica apresentada baseia-se na introdução dos grafos a partir de uma situação contextualizada do cotidiano dos estudantes, especificamente o trajeto de um entregador de aplicativo de entregas entre diferentes bairros de uma cidade. Nessa modelagem, os bairros são associados aos vértices do grafo, enquanto os caminhos percorridos pelo entregador correspondem às arestas, descritas matematicamente por funções afins. Essa abordagem permite explorar cálculos envolvendo distâncias, taxas de variação e comparações entre trajetos, estimulando a análise crítica e a tomada de decisão. Assim, o artigo defende que a articulação entre grafos e função afim pode favorecer uma aprendizagem mais significativa, aproximando a Matemática da realidade dos alunos e ampliando o sentido e a relevância dos conteúdos estudados.

Palavras chaves: Ensino, Relações e Grafos.

Introdução

No cenário educacional atual, o ensino da Matemática enfrenta desafios cada vez mais complexos e multifacetados. Observa-se que muitos estudantes demonstram significativa resistência à disciplina, frequentemente associando-a a uma área de difícil compreensão, o que pode resultar em desinteresse, insegurança e atitudes de acomodação frente ao processo

de aprendizagem. Diante desse quadro, repensar as práticas de ensino torna-se uma necessidade urgente (Silva, 2025). Reconhecer que ensinar Matemática não é uma tarefa simples é essencial para estabelecer uma ponte entre o professor, o conteúdo e o aprendizado dos alunos.

Um exemplo recorrente das fragilidades presentes no ensino da Matemática pode ser observado no trabalho com conteúdos específicos, como as funções afins. O estudo das funções afins tem sido frequentemente desenvolvido a partir de exemplos genéricos e pouco contextualizados, o que contribui para uma abordagem predominantemente abstrata e distante da realidade dos estudantes. Tal forma de apresentação tende a reduzir o potencial didático do conteúdo, uma vez que limita a compreensão de suas aplicações práticas e de sua relevância em diferentes situações do cotidiano e em outras áreas do conhecimento. Como consequência, observa-se que muitos alunos apresentam dificuldades em atribuir significado ao conceito de função afim, passando a compreendê-lo apenas como um conjunto de relações algébricas a serem manipuladas mecanicamente, o que pode impactar negativamente o processo de aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento matemático.

Diante das dificuldades relacionadas à abordagem abstrata das funções afins, torna-se relevante buscar estratégias pedagógicas que promovam maior articulação entre conceitos algébricos e situações concretas. Nesse sentido, a utilização de diferentes áreas da Matemática pode favorecer a construção de significados e a aproximação do conteúdo à realidade dos estudantes. Um desses campos são os grafos, que constituem uma ferramenta fundamental para a análise de situações que envolvem relações, conexões e percursos entre elementos. De ampla aplicação em áreas como logística, informática, redes de transporte e otimização, os grafos permitem representar problemas complexos de maneira visual e estruturada. No contexto educacional, sua utilização apresenta potencial significativo para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de interpretação e da resolução de problemas. Assim, a inserção de grafos no ensino da Matemática pode contribuir para a contextualização de conceitos algébricos, especialmente quando articulados a conteúdos como a função afim, possibilitando ao estudante atribuir significado matemático às situações analisadas.

Nessa perspectiva, o presente trabalho propõe a introdução do estudo de grafos por meio da função afim, a partir de uma situação-problema contextualizada no cotidiano dos

estudantes, o trajeto de um entregador de aplicativo de entregas, como o iFood, que se desloca entre diferentes bairros da cidade, favorecendo uma aprendizagem significativa ao aproximar o conteúdo matemático de situações reais e promover o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de tomada de decisão. Essa representação possibilita a realização de cálculos envolvendo distâncias, taxas de variação e comparações entre trajetos, levando os estudantes a analisarem, por exemplo, qual bairro apresenta o menor percurso ou qual caminho é mais eficiente.

Desenvolvimento

O conceito de função tem suas raízes históricas em problemas práticos e na observação de fenômenos naturais, com registros iniciais datando de cerca de 2000 a.C., entre os babilônios (Eves, 2004; Aaboe, 2002). Esses povos utilizavam tabelas de correspondência entre valores numéricos, evidenciando ideias como dependência, variáveis e regularidade. Apesar de não haver uma formalização do conceito de função, os babilônios demonstravam um verdadeiro “instinto de funcionalidade” ao buscar padrões e regularidades em suas tabulações e cálculos. Na Grécia Antiga, os pitagóricos também exploraram relações entre grandezas variáveis (Eves, 2004), como no estudo da harmonia musical, ao relacionarem o comprimento de uma corda com o som produzido. Contudo, a ausência de um simbolismo algébrico adequado e a concepção da matemática como uma ciência essencialmente teórica e estática limitaram o avanço da noção de função nesse período.

Segundo Higuera (1993), a formalização do conceito de função começa a ganhar força a partir do Renascimento, impulsionada pelos avanços na álgebra e na geometria analítica. René Descartes e Pierre de Fermat desempenharam papéis fundamentais ao introduzirem métodos analíticos que permitiram representar relações entre grandezas por meio de equações. Paralelamente, a álgebra simbólica e literal desenvolvida por François Viète possibilitou a generalização dessas relações (Calado; Rezende, 2023), abrindo caminho para uma concepção mais abstrata de função. No século XIX, Peter Gustav Lejeune Dirichlet promoveu um avanço decisivo ao desvincular o conceito de função de sua expressão analítica, definindo-a como uma correspondência unívoca entre elementos de conjuntos numéricos. Posteriormente, com o desenvolvimento da Teoria dos Conjuntos por Georg Cantor, o conceito de função foi ampliado para abranger relações entre elementos de conjuntos quaisquer, consolidando seu papel central na matemática moderna e nas ciências exatas.

Do ponto de vista didático, antes mesmo de entrar em contato com essa formalização abstrata, os estudantes já vivenciam ideias fundamentais associadas ao conceito de função por meio do estudo das grandezas e da proporcionalidade (EF07MA17). Esse conteúdo é introduzido ainda no 6º ano do Ensino Fundamental, quando os alunos passam a relacionar grandezas diretamente proporcionais, utilizando razões, proporções e a regra de três. Nessa etapa, constrói-se a noção de que a variação de uma grandeza influencia a variação de outra de maneira regular e previsível, o que constitui o núcleo intuitivo do conceito de função.

A importância da proporcionalidade se estende por toda a Educação Básica, sendo um tema recorrente em situações-problema e frequentemente explorado em avaliações externas, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Muitas questões desse exame exigem do estudante não apenas a aplicação de técnicas operatórias, mas sobretudo a compreensão da relação entre grandezas, a interpretação de gráficos e a análise de variações, competências diretamente vinculadas ao pensamento funcional.

Nesse contexto, a função do primeiro grau pode ser compreendida como uma formalização algébrica dessas relações entre grandezas. Quando a relação é estritamente proporcional, ela pode ser representada por uma expressão do tipo $f(x) = ax$, porque em um contexto de proporcionalidade estrita, a relação entre duas grandezas é definida pela constância da razão entre elas. Isso significa que qualquer alteração aplicada à variável independente x deve ser refletida de maneira idêntica na variável dependente $f(x)$. Para que essa condição seja satisfeita, a deve representar a constante de proporcionalidade. Se considerarmos, por exemplo, a compra de mercadorias por peso, onde o custo é diretamente proporcional à massa, notamos que dobrar a quantidade de quilos resultará exatamente no dobro do preço a ser pago, caracterizando uma função afim em um caso específico chamado linear.

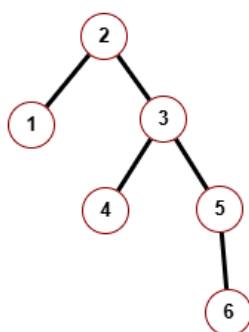
No entanto, quando uma função afim apresenta um coeficiente linear b , ou seja, $f(x) = ax + b$, diferente de zero, a proporcionalidade estrita é rompida, embora a taxa de variação permaneça constante. Isso ocorre porque o valor fixo adicionado à expressão altera a razão entre as variáveis ao longo da progressão. Imagine uma situação de transporte por aplicativo onde existe uma taxa fixa de partida somada ao valor por quilômetro percorrido. Se o usuário dobrar a distância da viagem, o valor final não será o dobro do anterior, pois a taxa

fixa, b , não sofre a multiplicação pela distância. O valor, nesse caso, atua como um “ruído” que impede que a relação entre entrada e saída seja uma proporção direta.

Por isso, a regra de três pode ser utilizada na resolução de alguns problemas envolvendo funções afins, desde que se trate de situações particulares em que a relação entre as grandezas seja efetivamente linear no sentido de proporcionalidade estrita, já que esse procedimento se baseia exatamente na comparação proporcional entre valores. Entretanto, quando a função afim apresenta um termo constante $b \neq 0$, essa proporcionalidade é quebrada, pois existe um acréscimo fixo que não depende da variação de x . Nesses casos, a aplicação da regra de três deixa de ser válida como método geral, uma vez que dobrar ou triplicar a variável independente não implica a mesma multiplicação no valor da variável dependente. Dessa forma, o estudo da função afim não representa uma ruptura com os conhecimentos prévios dos estudantes, mas sim um aprofundamento conceitual de ideias já trabalhadas desde os anos iniciais, articulando proporcionalidade, variação e modelagem matemática em uma estrutura teórica mais ampla e formal.

Com o objetivo de ampliar a compreensão do conceito de função afim e favorecer sua aplicação em situações-problema, propõe-se a introdução de noções básicas de Teoria dos Grafos como ferramenta educacional. A figura 1 mostra um exemplo de representação gráfica de um grafo.

Figura 1 – Representação gráfica de um Grafo



Fonte: O autor

Um grafo é um conceito, uma estrutura, uma ideia, mais precisamente uma abstração matemática que modela relações simétricas dois a dois entre determinados elementos de um conjunto (Gomes, 2022). Os grafos permitem representar uma grande variedade de situações

do cotidiano e de problemas matemáticos, pois muitos desses problemas podem ser organizados na forma de um grafo, facilitando sua análise e compreensão. A partir desse modelo, é possível utilizar conceitos e métodos próprios da Teoria dos Grafos para obter conclusões e soluções.

No contexto educacional, os grafos costumam ser apresentados por meio de representações visuais, nas quais pontos simbolizam os vértices e segmentos de reta representam as arestas. Nessas representações, a posição geométrica dos vértices e a forma das arestas não são essenciais; o aspecto fundamental reside nas relações de adjacência e conectividade, ou seja, em identificar quais vértices estão ligados entre si por meio das arestas. A Figura 1 mostra um exemplo de representação gráfica de um grafo com 6 vértices e 5 arestas.

Dependendo do tipo de problema a ser modelado, nem sempre as relações entre os elementos envolvidos (vértices) ocorrem de forma recíproca. Nesses casos, utiliza-se o conceito de grafos dirigidos, nos quais as arestas possuem um sentido definido, indicando a direção da relação do vértice de origem para o vértice de destino (Gomes, 2022). Esse tipo de estrutura também é conhecido como dígrafo (Figura 2).

Pense no seguinte contexto: para resolver determinado tipo de problema matemático, o estudante precisa primeiro compreender um conceito básico antes de avançar para os seguintes. Nesse caso, cada conteúdo pode ser representado por um vértice, e a relação de pré-requisito entre eles por uma aresta com direção, indicando que um aprendizado deve ocorrer antes do outro, mas não necessariamente no sentido inverso (Figura 2).

Figura 2 - Representação gráfica de um dígrafo (grafo dirigido)



Fonte: o autor

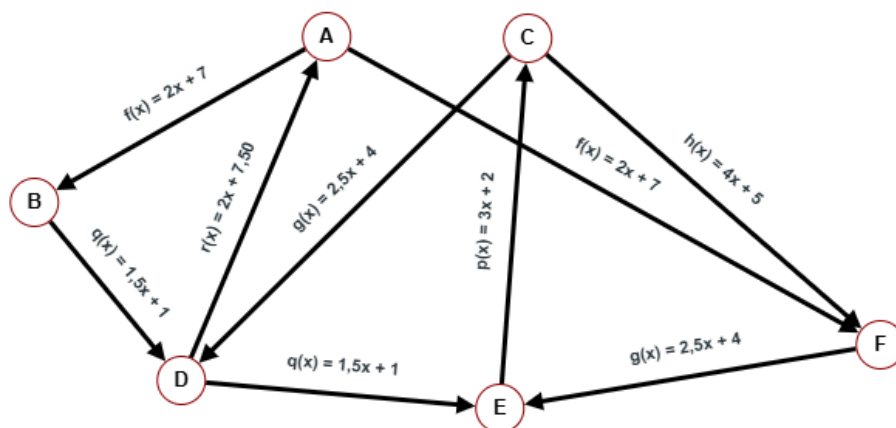
A proposta desse trabalho é apresentar grafos utilizando problemas de função afim. O conteúdo de grafos será introduzido a partir de uma situação cotidiana próxima da realidade

dos estudantes. Para isso, propõe-se o contexto de um entregador de aplicativo que precisa se deslocar entre diferentes bairros da cidade para realizar suas entregas. Cada bairro será representado por um vértice do grafo, enquanto os caminhos entre eles correspondem às arestas, modeladas por funções afins que indicam a distância ou o custo do trajeto. Os bairros considerados incluem regiões centrais, bairros nobres e bairros populares ou mais afastados do centro, permitindo que os alunos analisem diferentes percursos e comparem resultados, como qual trajeto é mais curto ou mais vantajoso. Dessa forma, conceitos matemáticos abstratos ganham significado ao serem associados a situações concretas, favorecendo a compreensão e o engajamento dos estudantes.

Para o desenvolvimento da proposta didática, a cidade será modelada por meio de um dígrafo, no qual cada vértice representa um bairro e cada aresta indica o deslocamento do entregador entre dois pontos da cidade. A cidade *A* será considerada o centro urbano, enquanto os bairros serão representados pelas letras *B*, *C*, *D*, *E* e *F*. Dentre esses bairros, *C* e *F* correspondem a bairros nobres, enquanto *B*, *D* e *E* representam bairros populares.

As arestas do grafo são direcionadas, pois o valor pago ao entregador depende não apenas da distância percorrida, mas também do sentido do deslocamento, isto é, do bairro de origem e do bairro de destino. Cada tipo de trajeto é descrito por uma função afim distinta, permitindo aos alunos analisarem como diferentes regras de pagamento influenciam o valor final recebido (Figura 3).

Figura 3 - Representação gráfica do dígrafo (ou grafo dirigido) apresentado nesse contexto



Fonte: O autor

No primeiro caso, considera-se o deslocamento do centro da cidade (A) para qualquer outro bairro. Nessa situação, a taxa paga é de R\$ 2,00 por quilômetro percorrido, acrescida de uma taxa fixa de R\$ 7,00. Esse tipo de trajeto é representado pela função

$$f(x) = 2x + 7.$$

O segundo caso ocorre quando o entregador se desloca de um bairro nobre para um bairro popular. Para esse tipo de deslocamento, a taxa por quilômetro é de R\$ 2,50 e a taxa fixa é de R\$ 4,00, sendo o valor recebido modelado pela função

$$g(x) = 2,5x + 4.$$

No terceiro caso, o deslocamento acontece entre bairros nobres. Nesse cenário, o aplicativo paga R\$ 4,00 por quilômetro, além de uma taxa fixa de R\$ 5,00, o que é representado pela função

$$h(x) = 4x + 5.$$

O quarto caso corresponde ao deslocamento de um bairro popular para um bairro nobre, com pagamento de R\$ 3,00 por quilômetro e taxa fixa de R\$ 2,00, resultando na função

$$p(x) = 3x + 2.$$

No quinto caso, quando o entregador se desloca entre bairros populares, a taxa por quilômetro é de R\$ 1,50 e a taxa fixa é de R\$ 1,00, sendo descrita pela função

$$q(x) = 1,5x + 1.$$

Por fim, considera-se o deslocamento de qualquer bairro para o centro da cidade (A). Nessa situação, a taxa paga é de R\$ 2,00 por quilômetro, acrescida de uma taxa fixa de R\$ 7,50, o que define a função

$$r(x) = 2x + 7,5.$$

Essa abordagem possibilita trabalhar, de forma integrada, os conceitos de função afim e grafos direcionados, com valores fictícios em cada função, que podem sempre ser modificados, estimulando a análise crítica de diferentes trajetos, comparando custos ou identificando quais deslocamentos são mais vantajosos para o entregador.

A partir dessa modelagem, torna-se possível a criação de diversas situações-problema que envolvem o cálculo e a comparação entre funções afins. Os alunos podem ser convidados, por exemplo, a calcular o valor recebido pelo entregador para diferentes distâncias e tipos de deslocamento, utilizando as funções associadas a cada aresta do grafo. Além disso, podem ser propostas atividades de comparação entre trajetos, analisando qual percurso é mais vantajoso financeiramente para uma mesma distância percorrida, ou em que situações um trajeto com maior taxa fixa se torna mais vantajoso do que outro com maior taxa por quilômetro.

Esse tipo de abordagem estimula não apenas o uso de procedimentos algébricos. A modelagem proposta, ao integrar funções afins a grafos direcionados, serve como porta de entrada para um dos maiores enigmas da ciência da computação: a classe de problemas P versus NP. O problema P versus NP questiona se a facilidade de conferir uma solução implica, necessariamente, na facilidade de encontrá-la. Em termos simples, a classe P representa os problemas que um computador resolve de forma rápida, enquanto a classe NP engloba desafios cuja resposta pode ser verificada num instante, embora chegar a ela possa exigir um esforço computacional imenso. A grande dúvida matemática é se existe um atalho oculto que tornaria todos os problemas complexos em tarefas simples, uma descoberta que invalidaria a criptografia moderna, mas aceleraria avanços científicos sem precedentes.

A integração de funções afins a grafos direcionados no contexto de entregas urbanas oferece um cenário ideal para introduzir a distinção entre problemas tratáveis e intratáveis. Enquanto o cálculo do custo de um único trajeto, representado por uma função $f(x) = ax + b$, é uma tarefa aritmética simples e de resolução rápida (pertencente à classe P), a complexidade surge quando o aluno precisa identificar a rota otimizada em um grafo com múltiplas conexões. Essa transição permite discutir a natureza dos problemas NP, onde, embora seja fácil verificar se uma rota sugerida cumpre os requisitos de custo, encontrar a melhor solução entre trilhões de combinações possíveis torna-se um desafio computacional monumental à medida que a rede cresce.

Ao propor situações-problema que comparam trajetos com diferentes taxas fixas e variáveis, o artigo pode demonstrar que o problema do entregador é, essencialmente, uma aplicação prática de problemas de otimização combinatória. O texto deve ressaltar que a busca pelo percurso mais vantajoso financeiramente escala de uma análise crítica simples para um dilema de eficiência algorítmica. Essa abordagem humaniza a teoria da computação.

mostrando que a dúvida sobre se $P = NP$ não é apenas um debate abstrato, mas uma questão que impacta diretamente a logística do cotidiano, onde a verificação de um trajeto econômico é imediata, mas a prova de que ele é o melhor de todos permanece uma tarefa exaustiva.

Dessa forma, a proposta transforma o ensino de álgebra funcional em uma reflexão sobre os limites do conhecimento e da tecnologia. Ao invés de apenas resolver equações, o aluno é convidado a perceber que a matemática é uma ferramenta de decisão em sistemas complexos, onde a estrutura do grafo impõe dificuldades que desafiam até os computadores mais potentes. Ao final, a conexão com o problema de P versus NP consolida o artigo como uma proposta interdisciplinar robusta, unindo a matemática básica da educação básica às fronteiras da ciência da computação contemporânea por meio de um exemplo tangível e socialmente relevante.

Conclusão

Diante do percurso desenvolvido ao longo deste trabalho, conclui-se que os desafios enfrentados no ensino da Matemática exigem a superação de práticas tradicionais centradas, sobretudo, na abstração excessiva e na repetição mecânica de procedimentos. Quando os conteúdos são apresentados de forma descontextualizada, muitos estudantes encontram dificuldades em compreender seu significado e sua utilidade, o que contribui para a desmotivação, a insegurança e o distanciamento em relação à aprendizagem matemática, especialmente no estudo das funções afins.

A proposta de articular as funções afins ao estudo de grafos mostrou-se relevante ao oferecer uma alternativa pedagógica capaz de aproximar conceitos algébricos de situações concretas do cotidiano dos alunos. Ao utilizar uma situação-problema contextualizada, como o deslocamento de um entregador de aplicativo entre diferentes bairros, foi possível evidenciar o potencial dos grafos como recurso didático para representar relações, percursos e variações, favorecendo a visualização e a interpretação dos dados envolvidos. Essa abordagem permite que os estudantes compreendam a função afim para além de uma expressão algébrica, reconhecendo-a como uma ferramenta para analisar e comparar situações reais.

Além disso, a utilização dos grafos contribui de forma significativa para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de análise e da tomada de decisão, competências fundamentais tanto no âmbito escolar quanto em contextos sociais e

profissionais. Ao explorar cálculos de distâncias, taxas de variação e escolhas de trajetos mais eficientes, os alunos são incentivados a refletir, argumentar e justificar suas conclusões, tornando-se sujeitos mais ativos no processo de aprendizagem.

Ademais, ao explorar a eficiência de trajetos e a otimização de rotas por meio de grafos, o trabalho tangencia um dos maiores enigmas da ciência da computação e da matemática contemporânea: o problema P versus NP. Introduzir essa discussão, ainda que de forma introdutória, permite aos estudantes perceberem que a busca por algoritmos eficientes não é apenas um exercício escolar, mas um desafio técnico e intelectual que impacta desde a logística urbana até a segurança digital. Compreender a fronteira entre o que é facilmente computável (P) e o que é apenas rapidamente verificável (NP) confere aos alunos uma perspectiva crítica sobre os limites da tecnologia e a importância do desenvolvimento de novos modelos matemáticos para resolver problemas complexos do mundo real.

Portanto, a inserção dos grafos no ensino da Matemática, articulada ao estudo das funções afins, apresenta-se como uma estratégia pedagógica capaz de promover uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e crítica. Além de contribuir para o processo de ensino na educação básica, essa abordagem mostra-se especialmente relevante para os licenciandos em Matemática, ao possibilitar reflexões sobre o planejamento didático, a escolha de metodologias e a construção de práticas pedagógicas mais coerentes com a realidade escolar. Nesse sentido, evidencia-se a necessidade de repensar o currículo e as práticas formativas do professor ainda em formação, de modo a favorecer experiências que integrem teoria e prática, ampliem o repertório metodológico e preparem futuros docentes para enfrentar os desafios contemporâneos do ensino da Matemática, valorizando a compreensão conceitual, a interdisciplinaridade e a contextualização do conhecimento matemático.

Referências

SILVA, Geovane. Desafios e Perspectivas para o ensino da matemática na educação contemporânea. Ciências humanas, Revista ft, v.29, p.1, julho, 2025.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

AABOE, Asger. Episódios da História Antiga da Matemática. 2ª Ed. Tradução de João Bosco Pitombeira de Carvalho. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, 2002.

HIGUERAS, Luisa Ruiz. Cocepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función: Análisis epistemológico y didáctico. 291f. Tesis (Doutorado em Didáctica de la Matemática) – Universidad de Granada, Granada, 1993.

CALADO, T. V.; REZENDE, V. Aspectos históricos e epistemológicos do conceito de função: um estudo sobre as ideias-base, 2023.

Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.

GOMES, Paulo César Rodacki. Grafos: conceitos fundamentais, algoritmos e aplicações. Blumenau: Editora do Instituto Federal Catarinense, 2022. ISBN 978-65-88089-12-5. Disponível em formato PDF.

Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, PR, Brasil, v.12, n.27, p.228-250, jan.-abr. 2023.

