

O Problema de Programação de Tripulações: uma análise bibliométrica e o uso de emparelhamentos sucessivos para a formação da escala diária dos motoristas de ônibus no transporte coletivo

Michely Castro dos Santos (UFPR) *michely@ufpr.br*
Flávio Luiz Farias de Freitas (UFPR) *flavioluiz@ufpr.br*
Cassius Tadeu Scarpin (UFPR) *cassiusts@ufpr.br*

Resumo

O Problema de Programação de Tripulações (PPT) é uma etapa crucial no planejamento das empresas de ônibus e de outros modais, como ferroviária e aérea, visando determinar o número mínimo de tripulações e o sequenciamento de suas atividades para minimizar o custo operacional. Este estudo apresenta uma análise bibliométrica e uma abordagem para o PPT baseada na aplicação do algoritmo de emparelhamentos para a formação das jornadas diárias de tripulações de ônibus no transporte coletivo. Para a validação da abordagem foram utilizados dados reais de uma linha de ônibus que circula pelo município de Curitiba, Paraná. Os resultados demonstraram que a metodologia apresentada foi satisfatória, dado o equilíbrio entre horas extras e horas ociosas e a boa formação de jornadas. A principal vantagem metodológica é a geração direta das escalas, eliminando a etapa de pré-processamento para agrupamento de tarefas. Contudo, a aplicação em larga escala, com maior volume de linhas e viagens, indica que o tempo computacional ainda é um desafio significativo, sendo necessária o aprimoramento das estratégias em trabalhos futuros.

Palavras-Chaves: *Problema de Programação de Tripulações, escala de motoristas, emparelhamentos sucessivos.*

Abstract

The Crew Scheduling Problem (CSP) is a crucial stage in the planning process of bus companies and other transportation modes, such as rail and air transport, aiming to determine the minimum number of crews and the sequencing of their activities in order to minimize operational costs. This study presents a bibliometric analysis and an approach to the CSP based on the application of a matching algorithm for the construction of daily duties of bus crews in public transportation systems. For the validation of the proposed approach, were used real data from a bus line



operating in Curitiba, Paraná. The results demonstrate that the proposed methodology was satisfactory, given the balance between overtime and idle hours and the proper formation of duties. The main methodological advantage lies in the direct generation of schedules, eliminating the pre-processing stage for task grouping. However, large-scale applications, involving a higher volume of lines and trips, indicate that computational time remains a significant challenge, requiring the improvement of strategies in future studies.

Keywords: *Crew Scheduling Problem, driver scheduling, successive matchings.*

1. Introdução

Uma das etapas no planejamento das empresas de transporte público urbano é a determinação das escalas das tripulações que irão cumprir a grade horária ofertada pelos seus serviços de transporte. Na literatura, esse problema é conhecido como Problema de Programação de Tripulações (PPT), em que se busca determinar o número mínimo de motoristas de ônibus necessários para atender à programação de um número de veículos. O PPT também define o sequenciamento das atividades de cada tripulação, resultando em um conjunto de jornadas de trabalho em que o custo operacional seja mínimo (Moreno et al., 2019).

Este problema é amplamente estudado em Pesquisa Operacional (PO) e as abordagens mais utilizadas são aquelas que combinam a busca pela solução ótima e a capacidade de processamento de um grande volume de dados reais em um tempo computacional hábil. A premissa é a minimizar os custos com mão de obra, respeitando simultaneamente as rigorosas regulamentações trabalhistas e as regras operacionais específicas da empresa.

Silva et al. (2005) apresentam um modelo de emparelhamentos sucessivos para a resolução do PPT na construção das jornadas diárias em um conjunto de linhas de ônibus do sistema de transporte público. Inicialmente, o Emparelhamento de Peso Máximo (ou *Matching* de Peso Máximo) combina as tarefas que podem ser executadas por uma única tripulação sem violar as restrições essenciais. Cada par de tarefas emparelhadas é representado por um único nó, formando um "pedaço de jornada". Os pedaços de jornadas sofrem emparelhamentos sucessivos até que nenhuma nova combinação seja possível, determinando as jornadas de trabalho das tripulações.

Souza (2014) adota uma abordagem híbrida para a resolução do PPT, aplicada diretamente às tarefas a serem alocadas em um sistema de transporte público urbano. A técnica integra a modelagem exata, envolvendo a Programação Linear (PL), com a capacidade de exploração da metaheurística *Late Acceptance Hill Climbing* (LAHC). Em seu trabalho, o uso dessa metaheurística se mostrou eficaz para evitar o aprisionamento em ótimos locais, uma vez que essa técnica aceita soluções piores temporariamente. Assim, foi possível otimizar o custo do PPT enquanto se mantém a viabilidade das jornadas.

Guimarães et al. (2014) apresentam um algoritmo híbrido capaz de encontrar a solução do PPT aplicado a uma empresa de ônibus com operação diária. Neste trabalho, o uso da metaheurística *Guided Local Search* (GLS) é responsável por escapar de soluções ótimas locais, penalizando características indesejáveis na solução corrente e forçando o algoritmo a explorar

novas regiões do espaço de busca. Também adotaram a heurística *Variable Neighborhood Descent* (VND), que permite obter soluções de alta qualidade, em tempo computacional reduzido.

Martins e Silva (2016) apresentam o uso da metaheurística *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS), sendo essa uma evolução do uso da busca local em problemas de programação de escalas. Essa técnica utiliza estratégias adaptativas de destruição e reconstrução da solução de forma iterativa, explorando o espaço de busca de forma mais eficiente. A técnica permite obter soluções de alta qualidade em problemas de grande escala, sendo uma abordagem muito utilizada para otimização em transportes.

Martins e Silva (2017) fazem uso de um Algoritmo Genético aplicado ao Problema de Rodízio de Tripulações, uma extensão do PPT focado em duas etapas sequenciais: folgas e alocação de jornadas. A vantagem é a competitividade do resultado em comparação com modelos de PL. Com o uso dessa metaheurística, eles conseguiram minimizar o número total de tripulações e equilibrar a carga de trabalho entre os motoristas.

Este estudo apresenta uma abordagem para o PPT baseada no estudo de Silva et al. (2005), aplicando o emparelhamento diretamente nas viagens realizadas pelos veículos para formar tarefas e depois o emparelhamento é realizado novamente para formar as jornadas diárias de cada tripulação. Para validação da metodologia utilizada, ela foi aplicada aos dados de uma das empresas de transporte público de Curitiba. Vamos apresentar análise bibliométrica e uma breve revisão de literatura que trata o PPT por meio de métodos exatos ou aproximados, para tripulantes de ônibus no transporte coletivo, com foco na minimização de custos com mão de obra e que atenda restrições como leis trabalhistas e acordos sindicais.

Na próxima seção é apresentado o referencial teórico do estudo, que inclui a análise bibliométrica e a fundamentação conceitual sobre o Problema de Programação de Tripulações e o modelo de emparelhamento utilizado. Em seguida, é descrita a metodologia adotada para a aplicação da abordagem proposta. Posteriormente, são apresentados e discutidos os resultados obtidos e, por fim, são apresentadas as considerações finais do trabalho.

2. Referencial Teórico

2.1 Análise Bibliométrica

Esse estudo permite identificar as estratégias mais utilizadas no campo. Assim, é possível explorar lacunas para trabalhos futuros, oferecendo uma perspectiva sobre o cenário atual de pesquisa. Nesta etapa da pesquisa, é realizada a análise bibliométrica dos trabalhos

que contemplam a PO para resolver o PPT aplicado em empresas de ônibus e de outros modais, como ferroviário e aéreo. Tais estudos envolvem métodos exatos ou aproximados, com tripulantes do transporte coletivo, com foco na minimização de custos de mão de obra e que atenda restrições trabalhistas.

A seguir, é apresentada a metodologia de pesquisa, detalhando o processo de escolha de palavras-chave e a seleção de artigos. Na sequência, é realizada a lista das diversas abordagens da PO mais usadas nestas pesquisas para resolver o PPT, além da abordagem de alguns gráficos ilustram o comportamento dessa área de pesquisa no decorrer do tempo.

2.1.1 Metodologia e Resultados

A metodologia de pesquisa inicia-se selecionando palavras-chave predominantes em diversas publicações acadêmicas na área de PO envolvendo o PPT, com o objetivo de compor uma busca abrangente na literatura. O interesse central consiste em identificar as abordagens utilizadas nas referências mais relevantes da área.

Para garantir a essência dessa pesquisa, é realizada a seleção de palavras-chave, que combinadas, envolvem os campos mais importantes da PO relacionados ao PPT para transportes coletivos: (“operations research” OR “combinatorial optimization” OR “mathematical optimization” OR “linear programming” OR “nonlinear programming” OR “integer programming” OR “mixed integer programming”) AND (“crew scheduling” OR “crew scheduling problem” OR “crew rostering” OR “crew rostering problem” OR “driver rostering problem” OR “set covering problem” OR “set partitioning problem”) AND (“mass transit” OR “public transport” OR “urban bus”). Note que o primeiro conjunto de palavras aborda o campo da PO, enquanto o segundo conjunto contempla o trabalho com o PPT e, por fim, o último conjunto abrange a aplicação relacionada ao transporte coletivo.

Explorar as palavras-chave por meio dos operadores ‘AND’ e ‘OR’, garante várias possibilidades de explorar o PPT para transportes coletivos. Essa abordagem induz uma análise direcionada, mas ainda se mantém ampla para garantir acesso às publicações relevantes que mostrem como aprimorar as capacidades de resolução de problemas, otimizar algoritmos, reduzir tempo computacional e elaborar estratégias inovadoras.

Por meio do acesso ao CAFe do portal da Capes, foram explorados artigos em periódicos e em conferências indexados nas bases *Scopus* e *Web of Science* (WoS). Foi usado um filtro para localizar os artigos que fariam parte da revisão de literatura, contendo pelo menos uma das combinações das palavras-chave indicadas em títulos, resumos e palavras-chave dos

documentos. Dos artigos encontrados de 1981 a 2025, foram removidas as versões duplicadas e selecionados manualmente 37 para integrar de forma pertinente o tema, como apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Resultado da busca

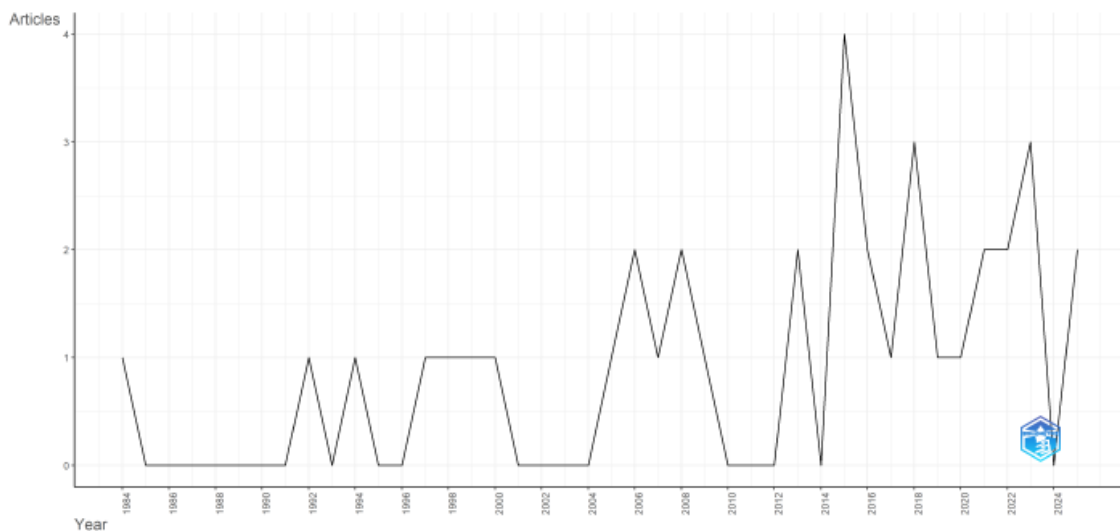
Fonte	Nº de artigos
<i>Scopus</i>	35
<i>WoS</i>	23
Exclusão de duplicados	20
Artigos relevantes para este estudo	37

Fonte: Os autores (2025)

Na sequência, foi utilizado o pacote Bibliometrix do R, em que é possível explorar a computação estatística robusta para avaliar o desempenho das pesquisas da área de interesse. Foi usado também o Biblioshiny para a geração dos gráficos que são úteis para a consolidação da revisão bibliográfica.

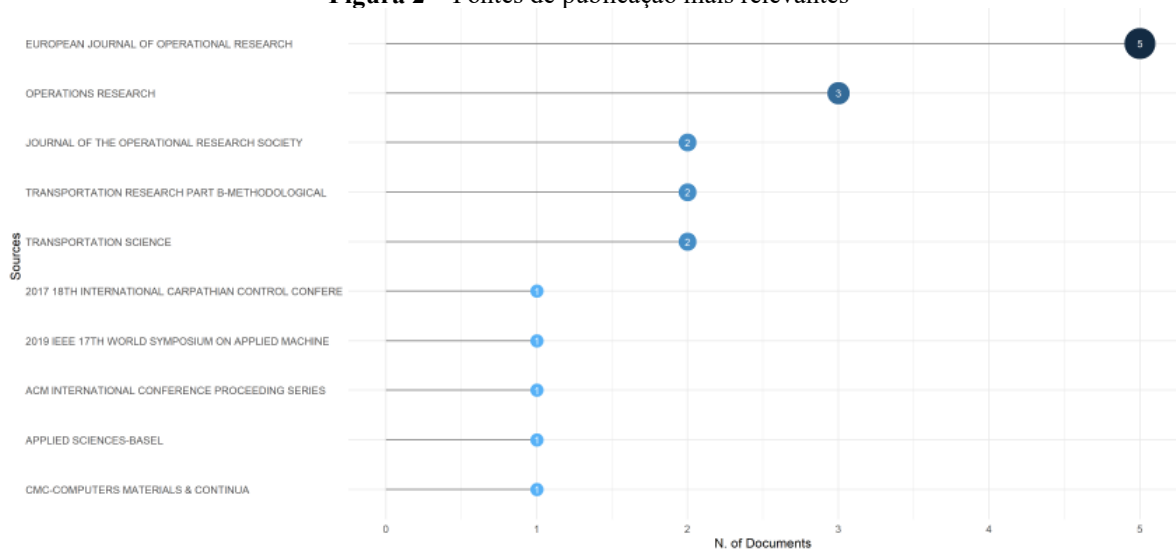
De acordo com a Figura 1, os 37 artigos foram escritos de 1984 a outubro de 2025. A primeira onda de artigos que aborda o PPT foi de 2006 a 2008, enquanto uma nova onda abrange o período de 2013 até 2025, com destaque para o ano de 2015, em que a densidade de publicações foi maior.

Figura 1 – Evolução da produção de artigos ao longo dos anos



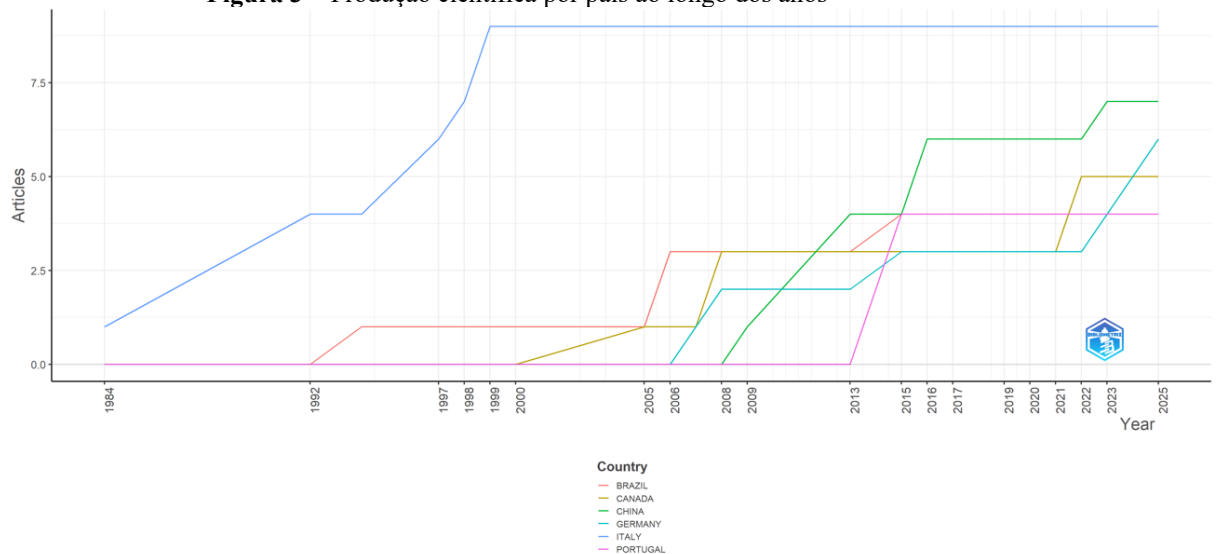
Fonte: Os autores (2025)

A Figura 2 apresenta as mais relevantes fontes de publicação. A EJOR surge como o principal veículo de publicação, com 5 artigos. Na sequência, temos a *Operations Research* com 3 publicações.

Figura 2 – Fontes de publicação mais relevantes


Fonte: Os autores (2025)

Pela Figura 3, a Itália apresentou a maior produtividade de trabalhos, com 8 publicações, mas sem novas produções desde 1999. Em seguida, a China se destaca com publicações recorrentes.

Figura 3 – Produção científica por país ao longo dos anos


Fonte: Os autores (2025)

O Brasil teve primeira publicação com o trabalho de Ribeiro e Soumis (1994), uma colaboração entre pesquisadores do Brasil e do Canadá, que apresentaram uma formulação para o problema de agendamento de veículos com múltiplos depósitos como um problema de particionamento de conjuntos (*Set Partitioning*) com restrições, cuja relaxação contínua pôde ser resolvida por geração de colunas.

Uma nova publicação com autores brasileiros, Rodrigues et al. (2006), integra esse levantamento de literatura. O trabalho descreve uma ferramenta computacional para resolver o problema do transporte urbano na grande região metropolitana de São Paulo, em que as técnicas utilizadas se baseiam em PL a heurísticas.

Para concluir as publicações com pesquisadores brasileiros, Prata (2015) descreve um algoritmo genético híbrido para escalonamento de veículos e tripulações.

Dos 37 artigos selecionados para a primeira investigação, foram utilizados 33 deles para uma análise de metodologias abordadas, pois o restante trata principalmente do estado da arte ou não menciona explicitamente métodos integrados, mas ainda assim são importantes para a pesquisa de revisão de literatura. Alguns deles abordam mais de uma técnica, sejam por métodos exatos ou heurísticas para aprimorar as capacidades de resolução de problemas. Na Tabela 2, para cada método da primeira coluna, a coluna central mostra as referências em ordem de relevância de citações. A última coluna da tabela apresenta o número de artigos que se referem ao método correspondente.

Tabela 2 – Abordagens mais usadas em PO

Métodos	Artigos	Nº de artigos
Programação Linear Inteira Mista (PLIM)	(Liebchen, 2008); (Caprara et al., 1997); (Boyer et al., 2018); (Fouilhoux et al., 2016); (Bianco et al., 1992); (Shen et al., 2013); (Guo et al., 2023); (Rodrigues et al., 2006); (Xie; Suhl, 2015); (Lezaun, M.; Perez, 2006); (Mesquita et al., 2015); (Ceder; Hassold, 2015); (Jeggate, A.J et al., 2018); (Amberg; Amberg, 2023); (Majer et al., 2017); (Esquivelgonzalez et al., 2023); (Cárdenasparra et al., 2021); (Triommati et al., 2025); (Zhao; Shen, 2009); (Dimitrov, 2020); (Nagy; Tick, 2019)	21
Geração de Colunas	(Ribeiro; Soumis, 1994); (Hallaoui et al., 2005); (Chen; Shen, 2013); (Elhallaoui et al., 2008); (Ceder; Hassold, 2015); (Amberg; Amberg, 2023); (Steinzen; S.; Klierer, 2008); (Nagy; Tick, 2018)	8
Heurísticas	(Liebchen, 2008); (Caprara et al., 1998); (Marchiori; Steenbeek, 2000); (Perumal et al., 2021); (Boyer et al., 2018); (Bianco et al., 1992); (Guo et al., 2023); (Chen; Shen, 2013); (Rodrigues et al., 2006); (Mesquita et al., 2015); (Prata, 2015); (Amberg; Amberg, 2023); (Nagy; Tick, 2018)	13
Relaxação Lagrangeana	(Caprara et al., 1998); (Hallaoui et al., 2005); (Guo et al., 2023); (Caprara et al., 1999); (Steinzen et al., 2008); (Nagy; Tick, 2018); (Nagy; Tick, 2019)	7
Algoritmo Genético	(Shen et al., 2013); (Prata, 2015); (Peng; Shen, 2016)	3
Busca por profundidade	(Caprara et al., 1999)	1

Fonte: Os autores (2025)

De modo geral, para problemas pequenos e aqueles que não exigem uma solução rápida em tempo real, geralmente são usados a PLIM ou o método de geração de colunas. Enquanto

para respostas em tempo real e soluções aproximadas com muitas instâncias, são empregados algoritmos genéticos ou heurísticas. Alguns trabalhos tentam combinar essas duas ou mais abordagens, buscando encontrar uma boa solução com custo computacional menor.

Para complementar as obras indexadas ao portal da Capes, a revisão de literatura foi ampliada com buscas em plataformas adicionais, como *Scielo*, *Scispace IA* e *Scholar Google*, que também contribuíram nesta pesquisa.

2.2 Problema de Programação de Tripulações

Nos sistemas de transporte público urbano, a programação da tripulação geralmente sucede a programação dos veículos. A programação veicular consiste em agrupar as viagens em blocos diários que definem a sequência completa de atividades de um veículo, da saída ao retorno à garagem. Nestes blocos, são definidas todas as Oportunidades de Troca (OT) de tripulações, isto é, os intervalos de tempo adequados entre viagens e em pontos estratégicos que permitem a substituição das equipes que operam os veículos.

As viagens definidas nos blocos diários representam as menores sequências de trabalho em que não é possível realizar a troca da tripulação. O conjunto de viagens compreendidas entre duas OT é definido como uma tarefa e o conjunto de tarefas a ser executado por uma tripulação ao longo do dia compõem as jornadas de trabalho. Deste modo, a programação das tripulações de uma empresa de transporte público urbano é representada pelo conjunto de todas as jornadas de trabalho.

Este estudo utiliza dois conceitos de jornadas de trabalho com base na duração dos intervalos entre as tarefas: a Pegada Simples e a Dupla Pegada. As jornadas de Pegada Simples caracterizam-se pela execução contínua das atividades, com intervalos inferiores a uma hora entre elas. Em contraste, a jornada de Dupla Pegada é definida pela existência de um intervalo superior a uma hora e inferior a cinco horas. Durante este período estendido, o veículo é recolhido à garagem e a tripulação é dispensada e, conseqüentemente, não remunerada. A tripulação deve, então, retornar para cumprir a segunda etapa da jornada após a conclusão do intervalo.

Para que as jornadas sejam formadas e representem uma escala viável, há restrições operacionais e trabalhistas a serem satisfeitas. As restrições trabalhistas dizem respeito aos acordos coletivos e legislações vigentes, sendo de caráter obrigatório o seu cumprimento.

As restrições consideradas na metodologia adotada são:

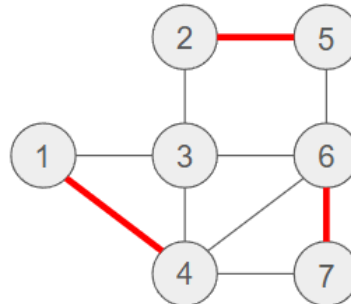
- i) A jornada de trabalho diária é de 6 horas, acrescida de, no máximo, duas horas extras.
- ii) As trocas das tripulações só podem ocorrer nas OT.
- iii) As tripulações com Pegada Simples não realizam trocas de veículos.
- iv) As jornadas de Dupla Pegada devem ter um intervalo de 2 horas a 5 horas.
- v) O número de jornadas de Dupla Pegada deve ser mínimo.

2.3 Problema de Emparelhamento de Peso Máximo

Conforme Ahuja et al. (1993), um emparelhamento é um conjunto de pares de vértices de um grafo com pesos não nulos, em que cada vértice deve ser incidente a, no máximo, um outro vértice. Assim, um emparelhamento em um grafo $G(X, A)$ é um subconjunto M do conjunto A de arcos de G , em que cada vértice é a extremidade de, no máximo, um arco de M . Assim, não existem arcos adjacentes nesse subconjunto.

A Figura 4 ilustra um emparelhamento em que os pares formados, em vermelho, são: (1, 4), (2, 5), (6, 7).

Figura 4 – Representação de um conjunto de emparelhamento



Fonte: Os autores (2025)

Podemos formular o Problema de Emparelhamento de Peso Máximo como um Problema de Programação Linear Inteira. Seja $V = \{V_1, V_2, \dots, V_z\}$ o conjunto de todos os subconjuntos de cardinalidade ímpar. Seja T_m o conjunto de todos os arcos com as extremidades no conjunto de vértices V_m e $T = \{T_1, T_2, \dots, T_z\}$. Seja o número de vértices em V_m dado por $2n_m + 1$. Assim, nenhum conjunto de emparelhamento pode conter mais que n_m membros do conjunto T_m .

Considere a variável de decisão x_{ij} . Se o arco (i, j) não pertencer a M , $x_{ij} = 0$ e, $x_{ij} = 1$, caso contrário. Assim:

$$\text{Max} \quad \sum_{(i,j)} p_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.a} \quad \sum_{j \in X} (x_{ij} + x_{ji}) \leq 1, \forall i \in X \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j)} x_{ij} \leq n_m, \text{ com } m = 1, 2, \dots, z \quad (3)$$

$$x_{ij} = \{0,1\} \forall (i,j) \quad (4)$$

Em (1), a função objetivo representa o peso total dos arcos pertencentes ao conjunto M . A restrição (2) garante que cada nó i pode ter, no máximo, um arco (i, j) pertencente ao conjunto de emparelhamento, considerando-se todas as possíveis ligações entre o nó i . A restrição (3) abrange todos os subconjuntos com cardinalidade ímpar do grafo G , impedindo assim a formação de arcos adjacentes pertencentes ao conjunto de emparelhamento. Por fim, em (4) temos variáveis binárias.

3. Metodologia

O sistema de transporte público de Curitiba é reconhecido como um modelo pioneiro e eficaz. Ele é notável por sua extensa cobertura, abrangendo grande parte da região metropolitana. As diversas tabelas de horários de ônibus, que serão disponibilizadas aos usuários, são elaboradas por meio de simulações da demanda das várias linhas e entregues às empresas de ônibus.

Usualmente o PPT tem como dados de entrada os blocos dos veículos, os quais são particionados em tarefas que irão compor as jornadas de trabalho de cada tripulação, formando então a escala diária de trabalho ou a programação diária das tripulações. Porém, neste trabalho considera-se cada viagem realizada na tabela de horários como uma tarefa para realizar a composição das jornadas diárias.

Desse modo, a metodologia proposta neste estudo consiste em emparelhar cada uma das viagens que apresentam certa similaridade e que podem ser executadas pela mesma tripulação. Depois, cada par de tarefas emparelhadas é representado por um novo vértice formando um pedaço de jornada. Em seguida, os pedaços de jornadas sofrem sucessivos emparelhamentos até que nenhuma nova combinação seja possível, definindo assim as jornadas de trabalho das tripulações de acordo com as restrições estabelecidas anteriormente.

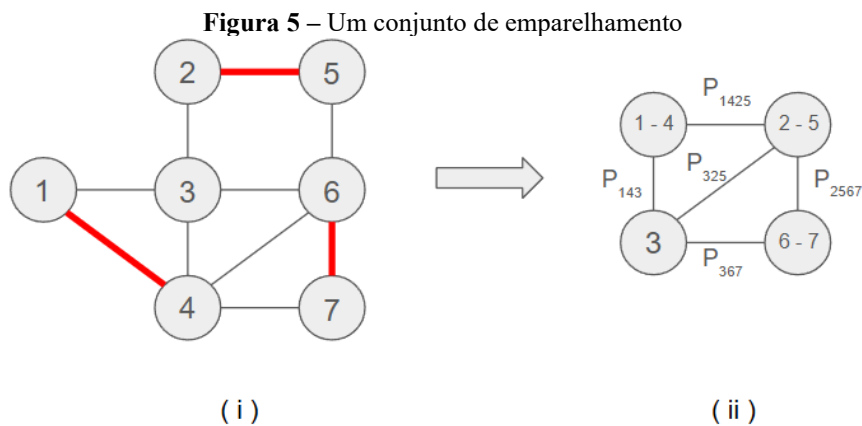
Primeiro, um grafo é construído ao se analisar a possibilidade de uma única tripulação realizar duas tarefas consecutivas, isto é, se o sequenciamento respeitar todas as restrições essenciais, um arco é criado entre elas, caso contrário, o arco é ignorado. Assim, um grafo G é gerado a partir do conjunto de viagens definidas.

Para gerar os pesos p_{ij} , é utilizado uma função de peso, descrita em (5), baseada nos trabalhos de Silva (2005) e Siqueira (1999). Essa função reduz o peso de combinações com excesso de horas extras e horas ociosas.

$$p_{ij} = \alpha - \beta \cdot hociosas - 1000 - 1500 \cdot \frac{(d(i) + d(j) - 360)}{360} \quad (5)$$

Em que α corresponde a um número muito grande do qual são subtraídas as penalizações. Já $hociosas$ corresponde ao número de horas ociosas no pedaço de jornada formado pela combinação e β a variável que as penaliza. Por fim, $d(i)$ e $d(j)$ são as durações das escalas i e j , respectivamente.

Após obter as tarefas combinadas do emparelhamento inicial, a função de peso é utilizada novamente para gerar um novo grafo G' . Nesse grafo, os vértices correspondem aos pedaços de jornadas e os arcos indicam as possíveis combinações como pode ser visualizado a seguir.



Fonte: Os autores (2025)

Este processo é repetido sucessivamente até que nenhuma combinação possa ser realizada.

4. Resultados e Discussão

A implementação foi realizada no *Google Collab*, utilizando a linguagem *Python* e o *Gurobi* como solver. Os valores de α e β foram 5000 e 350, respectivamente.

A instância utilizada para a validação da metodologia apresentada, foi a tabela de horário de dias úteis de certa linha, que realiza um trajeto entre um terminal e um ponto de parada de ônibus. Nessa abordagem foram adicionados 30 minutos ao primeiro e ao último horário para contabilizar o período de deslocamento do veículo da garagem até a primeira parada e da última parada para a garagem no final do expediente. Além disso, acrescentou-se 30 minutos ao início e ao término de cada parte das escalas de Dupla Pegada para contabilizar o mesmo deslocamento caso se tratasse de um outro veículo operando na linha.

As escalas geradas correspondem a um período diário de circulação de um ônibus urbano e podem ser replicadas durante a semana para a formação da escala semanal das tripulações. O tempo computacional para geração das escalas foi ínfimo devido ao baixo volume de dados utilizados ao se considerar apenas uma linha de ônibus. Na Tabela 3, encontram-se os resultados para tal linha após o emparelhamento.

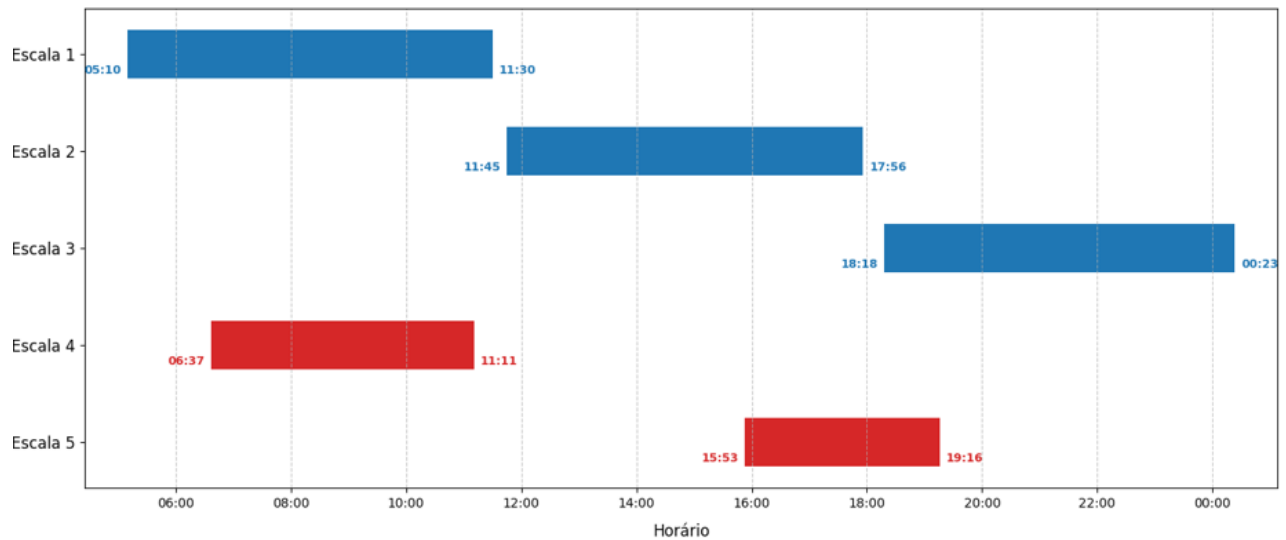
Tabela 3 – Resultados obtidos pelo emparelhamento

Veículo (i)	Nº de tripulações	Horas extras	Horas ociosas	Troca de tripulações	Duplas Pegadas
1	3	00:36	00:29	2	0
2	1	01:57	00:23	0	1

Fonte: Os autores (2025)

Para atender a demanda da linha foram alocados dois veículos e quatro tripulações, sendo uma delas no formato de Dupla Pegada.

Na Figura 6 pode-se visualizar a distribuição das escalas geradas após os sucessivos emparelhamentos. Os valores referentes às horas extras foram obtidos somando-se as diferenças entre as durações das jornadas de trabalho ideal e as jornadas geradas a partir do emparelhamento. Já em relação às horas ociosas, contabilizou-se todo período em que o ônibus permaneceu parado por mais de quinze minutos e não foi realizada uma troca de tripulação. O baixo período de horas ociosas está bem distribuído entre as jornadas. Além disso, as horas extras mantêm-se dentro do limite legal, indicando que a inclusão de outra tripulação não seria compensatória, pois não haveria horas suficientes para completar sua jornada mínima.

Figura 6 – Escalas geradas pelos emparelhamentos sucessivos


Fonte: Os autores (2025)

Percebe-se que o veículo que inicia a operação da linha permanece até o final do dia, sendo necessárias três tripulações para o cumprimento de todas as viagens. Observa-se também que um segundo veículo é acionado em dois períodos de pico, sendo o primeiro em boa parte da parte da manhã e o segundo ao fim da tarde para a noite. Assim, uma escala de Dupla Pegada é formada para atender a um período de maior demanda de horários, sendo necessária a utilização de mais uma tripulação.

5. Considerações Finais

Embora a aplicação do estudo tenha se restringido a apenas uma linha, o resultado alcançado é satisfatório. Isso se deve à robustez do algoritmo de emparelhamento utilizado, que foi capaz de executar o processo completo de programação de tripulações. A principal vantagem demonstrada é a capacidade de gerar escalas diretamente, eliminando a necessidade de uma etapa de pré-processamento do agrupamento de tarefas de maior duração. Essa simplificação diminui a complexidade da modelagem e garante que as soluções encontradas não se tornem enviesadas por agrupamentos iniciais.

Para a aplicação em larga escala, o tempo computacional ainda se apresenta como um desafio significativo para a implementação prática do modelo. Dada a necessidade de incorporar um número maior de linhas e, conseqüentemente, um volume muito maior de viagens e tarefas, a atual abordagem tenderá a exigir um processamento inviável. Diante desse gargalo, o desenvolvimento e a aplicação de uma metaheurística será necessária para a obtenção de soluções de boa qualidade dentro de um tempo computacional viável.



Além da escalabilidade, os trabalhos futuros deverão incorporar outras restrições. Isso inclui a diferenciação das escalas entre dias úteis e finais de semana, o acréscimo de outras restrições legais como tempo para descanso ou alimentação e a possibilidade de troca de tripulações entre linhas. A inclusão desses novos fatores tornará a abordagem mais próxima da realidade das empresas que atuam no setor, garantindo uma solução ainda mais robusta.



REFERÊNCIAS

- Ahuja, R.K et al. **Network Flows – Theory, Algorithms and Applications**. Prentice Hall, New Jersey, 1993.
- Amberg, B. And Amberg, B. **Robust and Cost-Efficient Integrated Multiple Depot Vehicle and Crew Scheduling with controlled trip shifting**. Transportation Science, 2023.
- Bianco, L et al **A Heuristic-Procedure For The Crew Rostering Problem**. European Journal Of Operational Research, 1992.
- Boyer, V. et al. **Vehicle And Crew Scheduling For Flexible Bus Transportation Systems**. Transportation Research Part B-Methodological, 2018.
- Caprara, A. et al. **Solution Of Large-Scale Railway Crew Planning Problems: The Italian Experience**. Computer-Aided Transit Scheduling, Proceedings, 1999.
- Caprara, A. et al. **Algorithms For Railway Crew Management**. Mathematical Programming, 1997.
- Caprara, A. et al. **Modeling And Solving The Crew Rostering Problem**. Operations Research, 1998.
- Cárdenas-Parra, K et al. **A Flexible Integer Linear Programming Formulation For A Class Of Bus Driver Rostering Problems**. International Conference on Industrial Engineering, 2021.
- Ceder, A. A.; Hassold, S. **Applied Analysis For Improving Rail-Network Operations**. Journal of Rail Transport Planning, 2015.
- Chen, S.; Shen, Y. **An Improved Column Generation Algorithm For Crew Scheduling Problems**. Journal of Information and Computational Science, 2013.
- Dimitrov, S. **Distribution Of Workforce In A Public Transport Company**. International Conference Proceeding Series, 2020.
- Elhallaoui, I et al. **Bi-Dynamic Constraint Aggregation And Subproblem Reduction**. Computers and Operations Research, 2008.
- Esquivel-Gonzalez, G et al. **The Problem Of Assigning Bus Drivers To Trips In A Spanish Public Transport Company**. Engineering Optimization, 2023.
- Fouilhoux, P et al. **Valid Inequalities For The Synchronization Bus Timetabling Problem**. European Journal of Operational Research, 2016.
- Guimarães, B. T. H. C et al. **O uso da metaheurística Guided Local Search para resolver o problema de escala de motoristas de ônibus urbanos**. Revista Transportes, Rio de Janeiro, 2014.
- Guo, R et al. **Modular Autonomous Electric Vehicle Scheduling For Customized On-Demand Bus Services**. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2023.
- El Hallaoui, I et al. **Dynamic Aggregation Of Set-Partitioning Constraints In Column Generation**. Operations Research, 2005.
- Leggate, A. J. et al. **Modelling Crew Scheduling In Offshore Supply Vessels**. Journal of the Operational Research Society, 2018.
- Lezaun, M et al E. **Crew Rostering Problem In A Public Transport Company**. Journal of the Operational Research Society, 2006.
- Liebchen, C. **The First Optimized Railway Timetable In Practice**. Transportation Science, 2008.
- Majer, T et al. **Algorithms For Vehicle And Crew Scheduling In Regular Bus Transport**. International Carpathian Control Conference, 2017.

Marchiori, E.; Steenbeek, A. **An Evolutionary Algorithm For Large Scale Set Covering Problems With Application To Airline Crew Scheduling.** Applications of Evolutionary Computing, 2000.

Martins, L. C.; Silva, G. P. **O uso da heurística Adaptive Large Neighborhood Search para resolver o problema de programação de tripulações.** XLVIII Simpósio Brasileiro De Pesquisa Operacional, Vitória, 2016.

Martins, L. C.; Silva, G. P. **Aplicação de um algoritmo genético ao problema de rodízio de tripulações do sistema de transporte público urbano.** Revista Transportes, Rio de Janeiro, 2017.

Mesquita, M et al. **A Decompose-And-Fix Heuristic Based On Multi-Commodity Flow Models For Driver Rostering With Days-Off Pattern.** European Journal of Operational Research, 2015.

Moreno, C. A. M et al. **Heuristic constructive algorithm for work-shift scheduling in bus rapid transit systems.** Growing Science, 2019.

Nagy, A.; Tick, J. **Modeling Of Operative Planning Solution For Transport Management Systems.** IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems, 2018.

Nagy, A.; Tick, J. **Tasks Of Operative Planning For Transport Management Systems.** IEEE Symposium on Applied Machine Intelligence, 2019.

Peng, K.; Shen, Y. **An Evolutionary Algorithm Based On Grey Relational Analysis For Crew Scheduling.** Journal of Grey System, 2016.

Perumal, S. G et al. **Solution Approaches For Integrated Vehicle And Crew Scheduling With Electric Buses.** Computers and Operations Research, 2021.

Prata, B. A. **A hybrid genetic algorithm for the vehicle and crew scheduling in mass transit systems.** IEEE Latin America Transactions. 2015.

Ribeiro, C. C.; Soumis, F. **A column generation approach to the multiple-depot vehicle scheduling problem.** Operations Research, 1994.

Rodrigues, M. M et al. **Vehicle and crew scheduling for urban bus lines.** European Journal Of Operational Research, 2006.

Shen, Y et al. **Evolutionary Crew Scheduling With Adaptive Chromosomes.** Transportation Research Part B-Methodological, 2013.

Silva, G. P et al. **Uma metodologia baseada em emparelhamentos sucessivos aplicada ao problema de programação de tripulações.** XXXVII Simpósio Brasileiro De Pesquisa Operacional, Gramado, 2005.

Siqueira, P. H. **Aplicação do algoritmo do Matching no problema da construção de escalas de motoristas e cobradores de ônibus.** Curitiba: UFPR. Dissertação. Universidade Federal do Paraná, 1999.

Steinzen, I et al. **Branching Strategies to Improve Regularity of Crew Schedules in Ex-Urban Public Transit.** Openaccess Series in Informatics, 2008.

Souza, D. S. **Uma abordagem híbrida para o problema de programação de tripulações de ônibus urbano.** Ouro Preto: UFOP. Dissertação. Universidade Federal de Ouro Preto, 2014.

Triommati, K et al. **A Sequential Optimization Approach For The Vehicle And Crew Scheduling Problem Of A Fleet Of Electric Buses.** Applied Sciences-Basel, 2025.

Xie, L.; Suhl, L. **Cyclic And Non-Cyclic Crew Rostering Problems In Public Bus Transit.** OR Spectrum, 2015.

Zhao, L.; Shen, Y. **An Integrated Model Of Vehicle And Crew Scheduling With Multi-Depots.** International Conference on Computational Intelligence and Software Engineering, 2009.