

ANÁLISE DA ANIQUILAÇÃO ELÉTRON-PÓSITRON EM MÚONS SOB A ÓTICA DA ELETRODINÂMICA QUÂNTICA

Jizreel Pereira da Silva¹

¹Mestre em Ensino de Física pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
(jizreelsilva@yahoo.com.br)

Resumo: O artigo explora o processo de aniquilação de pares elétron-pósitron (e^+e^-) em pares múon-antimúon ($\mu^+\mu^-$), um dos fenômenos fundamentais descritos pela Eletrodinâmica Quântica (QED). Através de uma análise teórica e simulações, investigamos a seção de choque diferencial e total do processo, elucidando a dinâmica da interação e a distribuição angular das partículas resultantes. Adicionalmente, discutimos a importância das correções radioativas e o papel do teorema de Kinoshita-Lee-Nauenberg na resolução de divergências infravermelhas, garantindo a consistência e o poder preditivo da teoria.

Palavras-chave: Aniquilação; Elétron-pósitron; Múon-Antimúon; Eletrodinâmica; Choque.

INTRODUÇÃO

A eletrodinâmica quântica (QED) é a teoria quântica de campos que descreve as interações entre partículas carregadas através da troca de fótons. Desenvolvida por Feynman, Schwinger e Tomonaga, a QED se destaca por sua extraordinária precisão preditiva, sendo uma das teorias mais bem sucedidas e rigorosamente testadas da física [1]. Um dos processos mais emblemáticos e estudados no âmbito da QED é a aniquilação de um par elétron-pósitron, que pode resultar na criação de diferentes pares de partículas, incluindo o par múon-antimúon.

O processo $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ é de particular interesse teórico e experimental [2]. Em primeira ordem na teoria de perturbação, ele ocorre através de um único canal de

aniquilação (canal-s), mediado por um fóton virtual (ou um bóson Z, em energias mais altas). Essa simplicidade o torna um laboratório ideal para testar as previsões fundamentais da QED e do Modelo Padrão, permitindo validar a estrutura da interação eletromagnética e a universalidade do acoplamento leptônico entre diferentes gerações de partículas.

MATERIAL E MÉTODOS

A interação entre férmions carregados (como elétrons e múons) e o campo eletromagnético (fótons) é descrita pela Lagrangiana da QED:

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (1)$$

onde ψ é o campo do férmion, m sua massa, γ^μ as matrizes de Dirac, $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$ é a derivada covariante que introduz a interação, A_μ é o campo do fóton e $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é o tensor de intensidade de campo eletromagnético [3].

Em ordem mais baixa na constante de acoplamento α , a aniquilação $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ é representada pelo diagrama de Feynman, a amplitude de espalhamento invariante ($\mathcal{M}$) para este processo é calculada como o produto das correntes fermiônicas e do propagador do fóton:

$$i\mathcal{M} = (\bar{u}(\kappa_1)[-ie\gamma^\mu]v(\kappa_2)) \left[\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \right] (\bar{v}(p_2)[-ie\gamma^\nu]u(p_1)) \quad (2)$$

Simplificando a expressão, obtemos:

$$\mathcal{M} = \frac{e^2}{s} [(\bar{u}(\kappa_1)\gamma^\mu v(\kappa_2))][\bar{v}(p_2)\gamma_\mu u(p_1)] \quad (3)$$

Onde p_1 e p_2 são os quadri-momentos do elétron e pósitron, κ_1 e κ_2 são os quadri-momentos do múon e antimúon, $q = p_1 + p_2$ é o quadri-momento do fóton virtual, e $s = q^2$ é o quadrado da energia no centro de massa [4].

A seção de choque diferencial que mede a probabilidade de o espalhamento ocorrer em uma determinada direção é calculada a partir do quadrado da amplitude de espalhamento. No referencial de centro de massa, a expressão completa é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s} \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{s}} \left[\left(1 + \frac{4m_e^2}{s}\right) + \left(1 - \frac{4m_\mu^2}{s}\right) \cos^2\theta \right] \quad (4)$$

Que para o limite de altas energias, a energia do centro de massa é muito maior que as massas do elétron e do múon ($s \gg m_e^2, m_\mu^2$), simplificando a expressão consideravelmente para:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{\alpha^2}{4s} [1 + \cos^2\theta] \quad (5)$$

Sendo $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$, a constante de estrutura fina e θ o ângulo de espalhamento entre o elétron incidente e o múon emergente [5].

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A figura abaixo, mostra a seção de choque diferencial em função do ângulo de espalhamento para diferentes energias de centro de massa (E_{CM}).

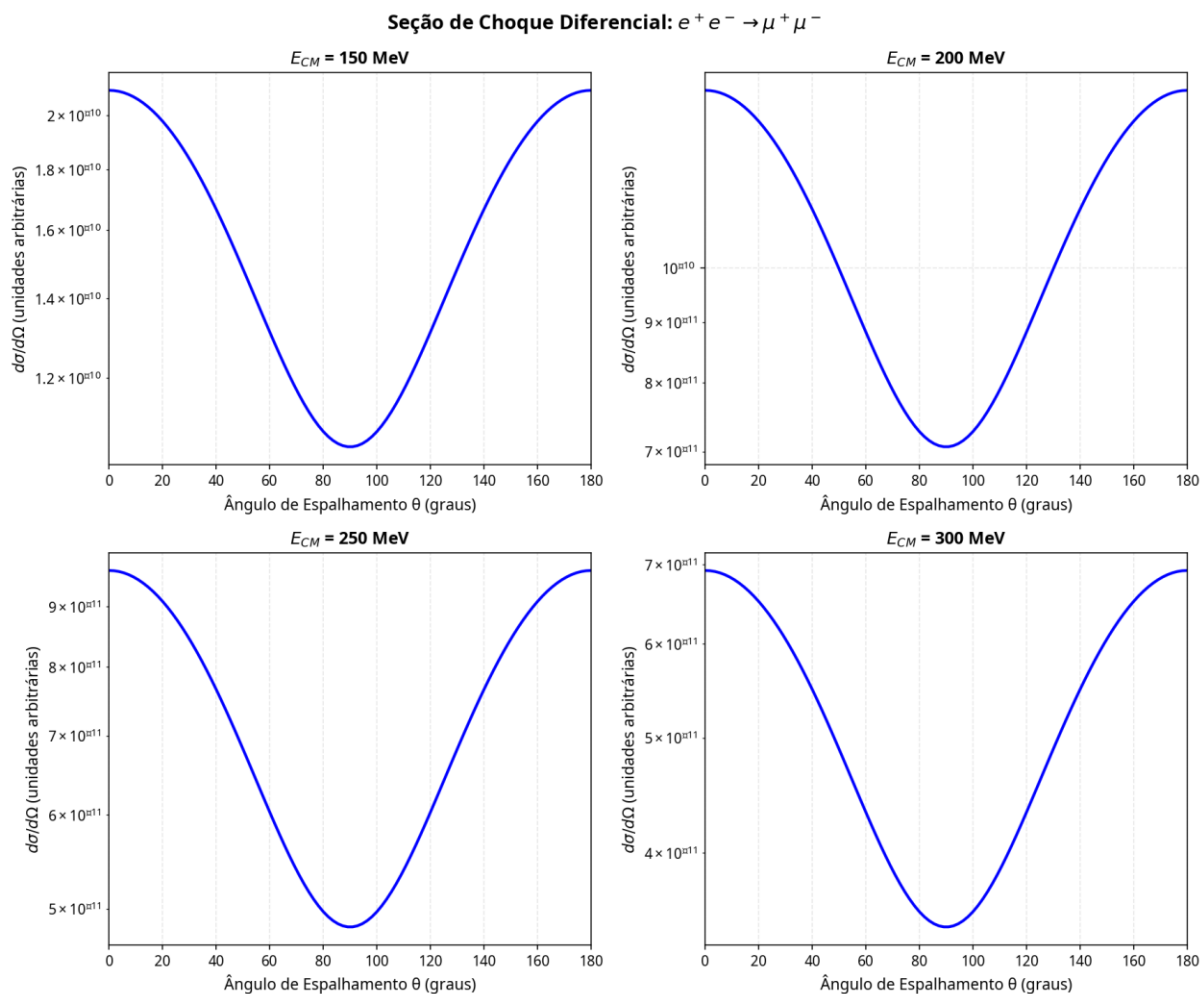


Figura 1. Seção de choque diferencial para o processo $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ em função do ângulo de espalhamento θ para quatro energias de centro de massa distintas. A

forma da curva, com picos em 0 e 180 graus, é uma assinatura da dependência em $(1 + \cos^2\theta)$, característica de interações mediadas por uma partícula de spin 1 (o fóton).

A seção de choque total (σ_{total}) é obtida integrando a seção de choque diferencial sobre todo o ângulo sólido ($\int d\Omega$). Na figura 2, mostra a dependência da seção de choque total com a energia de centro de massa

$$\sigma_{total} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{s}} \left(1 + \frac{2m_\mu^2}{s}\right) \quad (6)$$

A predição da seção de choque em ordem mais baixa fornece uma excelente aproximação, mas cálculos de alta precisão exigem a inclusão de correções radioativas, que correspondem a diagramas de Feynman de ordem superior. Estes diagramas envolve a emissão e reabsorção de fótons virtuais ou a emissão de fótons reais.

O desafio desses cálculos é o surgimento de divergências infravermelhas que ocorrem quando a energia de um fóton emitido tende a zero ou quando um fóton é emitido colinearmente a uma partícula carregada.

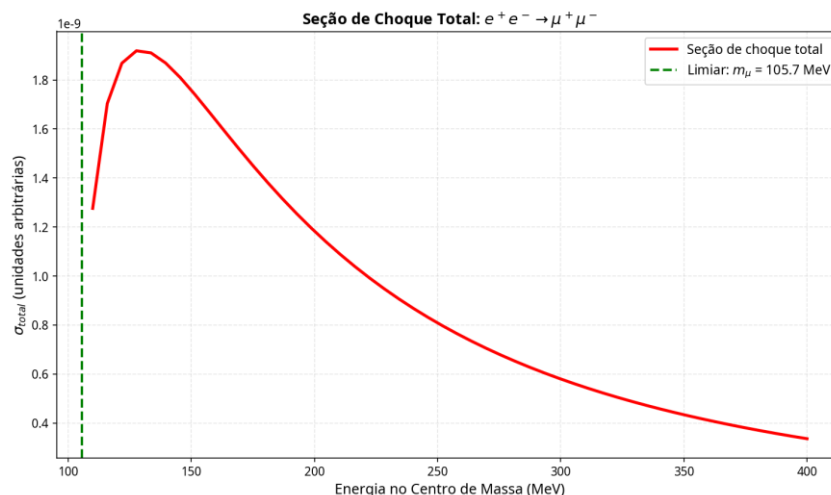


Figura 2. Seção de choque total para o processo $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ em função da energia de centro de massa (E_{CM}). A produção de múons só é possível acima do limiar de energia $2m_\mu c^2 \approx 211.4$ MeV. Acima deste limiar, a seção de choque decai com $1/s$, um comportamento típico de processos de aniquilação em QED.



O teorema de Kinoshita-Lee-Nauenberg (KLN) resolve este problema ao postular que as divergências infravermelhas se cancelam quando somamos as contribuições dos processos com diferentes números de fótons no estado final, desde que esses estados sejam experimentalmente indistinguíveis [6 – 8].

CONCLUSÃO

A aniquilação elétron-pósitron em múons é um processo fundamental que encapsula muito dos princípios centrais da Eletrodinâmica Quântica. A análise da seção de choque, tanto diferencial, quanto total, revela a dinâmica da interação eletromagnética e confirma as previsões da teoria com alta precisão. As simulações realizadas corroboram o comportamento teórico esperado, ilustrando a dependência da seção de choque com a energia e o ângulo de espalhamento, conforme ditado pela estrutura de spin da interação.

A discussão sobre correções radioativas e o teorema KLN destaca a sofisticação e a consistência interna da QED, que apesar da presença de infinitos em cálculos intermediários, fornece previsões finitas e verificáveis para observáveis físicos. Este processo continua a ser uma ferramenta crucial em colisores de partículas para testar o Modelo Padrão e procurar por nova Física.

REFERÊNCIAS

- [1] Peskin, M. E., and Schroeder, D. V. (1995). An Introduction to Quantum Field Theory. Addison-Wesley.
- [2] Ratti, A., Meliga, D., Lavagnino, L., Lavagnino, S. Z., and Tabasso, A. (2021). Quantum Electrodynamics of Electron-Positron Annihilation to Muons. Wolfram Demonstrations Project.
<https://demonstrations.wolfram.com/QuantumElectrodynamicsOfElectronPositronAnnihilationToMuons/>.
- [3] Srednicki, M. (2007). Quantum Field Theory. Cambridge University Press.
- [4] Burdman, G. (n.d.). Lecture 18: Quantum Electrodynamics. University of São Paulo. http://fma.if.usp.br/~burdman/QFT1/lecture_18.pdf



- [5] University of Southampton. (n.d.). Applications of Quantum Electrodynamics (QED). <https://www.southampton.ac.uk/~doug/ft1/ft115.pdf>.
- [6] Lee, T. D., and Nauenberg, M. (1964). Degenerate Systems and Mass Singularities. *Physical Review*, 133(6B), B1549.
- [7] Kinoshita, T. (1962). Mass Singularities of Feynman Amplitudes. *Journal of Mathematical Physics*, 3(4), 650-677.
- [8] Berends, F. A., and Kleiss, R. (1983). QED radiative corrections to electron-positron annihilation into heavy fermions. *Acta Physica Polonica B*.