

## **Escala AVPU-H: Fundamentação Matemática via Teoria de Conjuntos Parcialmente Ordenados, Teoria dos Conjuntos Aproximativos e Implementação Computacional com Modelo de Rasch Politômico para Triagem em Serviços de Emergência**

**Antonio Sergio da Silva**, Universidade Federal Fluminense, *ansergio@id.uff.br*

**Solange Fortuna Lucas**, Universidade Federal Fluminense, *solangefortunalucas@gmail.com*

**Carlos Franscisco Simões Gomes**, Universidade Federal Fluminense, *carlos\_gomes@id.uff.br*

**Marcos dos Santos**, Instituto Militar de Engenharia, *marcosdossantos@ime.eb.br*

**Miguel Barrella Neto**, Daktus, *miguel.barrella@daktus.com.br*

**Humberto Weber Fernandes**, Universidade Estadual do Rio de Janeiro,

*weber.humberto@posgraduacao.uerj.br*

### **Resumo**

A avaliação rápida e confiável do nível de consciência constitui elemento central na estratificação de risco e tomada de decisão em serviços de emergência e unidades de terapia intensiva. A escala AVPU tradicional (*Alert, Voice, Pain, Unresponsive*), amplamente utilizada por sua simplicidade operacional, apresenta limitação na discriminação de estados de hiperalerta clinicamente relevantes, como *delirium* hiperativo e agitação psicomotora. Este estudo propõe a escala AVPU-H (*Alert, Voice, Pain, Unresponsive, Hyperalert*), formalizada matematicamente como conjunto parcialmente ordenado (*poset*) representado por diagrama de Hasse, integrada à teoria dos conjuntos aproximativos (*rough sets theory*) para manejo de incerteza e calibrada via modelo de Rasch politômico (*Rating Scale Model de Andrich*). Foi desenvolvido banco de dados simulado com 2000 pacientes estratificados em cinco níveis, incluindo seis itens clínicos (AVPU-H, Pressão Arterial Sistólica, Frequência Cardíaca, Frequência Respiratória, Temperatura Corporal e Saturação de Oxigênio), validado por especialistas em medicina de emergência e medicina intensiva. Um algoritmo Python implementou calibração automática com estimação de limiares de categoria via *Conditional Maximum Likelihood (CLM)*, dificuldade dos itens e medidas de pessoas via método de Newton-Raphson. Os resultados demonstraram excelente ajuste do modelo ( $INFIT = 1,08$ ;  $OUTFIT = 0,48$ , Pearson Separation Index (PSI) – 0,94, confiabilidade de pessoas = 0,94 e transformação ordinal-para-intervalo robusta ( $M(\hat{\theta}_x) = 21,446\hat{\theta}_x + 80,56$ ), mapeando logitos de -3,0 a +3,0 em escala 0 -

100. A escala AVPU-H oferece estrutura matemática rigorosa para triagem clínica, com medidas intervalares adequadas para integração em modelos prognósticos multivariados e sistemas eletrônicos de apoio à decisão.

**Palavras-chave:** *Escala AVPU, Modelo de Rasch, Teoria de conjuntos aproximativos, Triagem em emergência, Nível de consciência.*

### Abstract

Rapid and reliable assessment of consciousness level is central to risk stratification and decision-making in emergency services and intensive care units. The traditional AVPU scale (Alert, Voice, Pain, Unresponsive), widely used for its operational simplicity, has limitations in discriminating clinically relevant hyperalert states such as hyperactive delirium and psychomotor agitation. This study proposes the AVPU-H scale (Alert, Voice, Pain, Unresponsive, Hyperalert) theory for uncertainty management and calibrated via polytomous Rasch model (Andrich's Rating Scale Model). A simulated database with 2000 patients stratified into five levels was developed, including six clinical items (AVPU-H, Systolic Blood Pressure, Heart Rate, Respiratory Rate, Body Temperature, and Oxygen Saturation), validated by emergency medicine and intensive care specialists. A Python algorithm implemented automatic calibration with category threshold estimation via Conditional Maximum Likelihood (CML), item difficulty, and person measures via Newton-Raphson method. Results demonstrated excellent model fit (INFIT 1.08, OUTFIT = 0.48), Pearson Separation Index (PSI) – 0.94, high person reliability = 0.94, and robust ordinal-to-interval transformation ( $M(\hat{\theta}_x) = 221.46\hat{\theta}_x + 80.56$ ), mapping logits from -3.0 to +3.0 onto a 0 -100 scale. The AVPU-H scale offers rigorous mathematical structure for clinical triage, with interval measures suitable for integration into multivariate prognostic models and electronic decision support systems.

**Keywords:** *AVPU scale, Rasch model, rough set theory, Emergency triage, Consciousness level.*

## 1. Introdução

### 1.1. Contextualização e relevância clínica

A avaliação do nível de consciência constitui elemento fundamental na estratificação de risco, triagem e tomada de decisão clínica em contextos de emergência e cuidados críticos (McNarry; Goldhill, 2004). A capacidade de identificar rapidamente alterações no estado de consciência permite intervenções precoces que podem prevenir deterioração clínica, reduzir mortalidade e melhorar desfechos funcionais (McNett; Amato; Philippbar, 2016).

Historicamente, a Escala de Coma de Glasgow (ECG) consolidou-se como padrão-ouro para avaliação neurológica, oferecendo graduação detalhada em três dimensões: abertura ocular, resposta verbal e resposta motora (Ramgopal *et al.*, 2025). Entretanto, sua aplicação requer tempo (tipicamente 2-3 minutos), treinamento específico e pode apresentar baixa concordância Inter observadores em alguns contextos pré-hospitalares (Anne Kelly; Upex; Bateman, 2004).

Diante dessa limitação, emergiu a escala AVPU como alternativa simplificada, aplicável em menos de 10 segundos e com terminologia intuitiva para profissionais de diferentes níveis de formação (McNett; Amato; Philippbar, 2016). Estudos multicêntricos demonstram boa correlação entre AVPU e ECG ( $r = 0,82 - 0,88$ ), além de valor preditivo adequado para mortalidade hospitalar e necessidade de suporte intensivo (Anne Kelly; Upex; Bateman, 2004).

A escala AVPU classifica pacientes em quatro categorias ordinais: A (alerta e responsivo), V (responde ao estímulo verbal), P (responde apenas ao estímulo doloroso) e U (não responsivo). Essa estrutura simples facilita comunicação entre equipes pré-hospitalares e hospitalares, constituindo componente de sistemas de triagem como o *Early Warning Score* (Smith *et al.*, 2006).

### 1.2. Lacuna de conhecimento e problema de pesquisa

Apesar de sua utilidade clínica consolidada, a escala AVPU apresenta limitação importante: a ausência de categoria que discrimine estados de hiperalerta, hipervigilância ou agitação psicomotora. Esses quadros, frequentemente associados a *delirium* hiperativo, intoxicações por estimulantes, síndromes de abstinência ou reações agudas de estresse, exigem intervenções específicas distintas daquelas destinadas a pacientes simplesmente "alertas" (Ely, 2004).

O *delirium* hiperativo afeta 15 - 30% dos pacientes em unidades de terapia intensiva e 10 - 50% em serviços de emergência, associando-se a maior tempo de internação, custos hospitalares elevados, mortalidade aumentada e sequelas cognitivas de longo prazo (Pandharipande *et al.*, 2013). A identificação precoce desses estados permite intervenções não farmacológicas (reorientação,

redução de estímulos) ou farmacológicas (ajuste de sedação, uso criterioso de antipsicóticos), potencialmente mitigando complicações.

Além da lacuna conceitual, escalas ordinais como a AVPU enfrentam desafio metodológico ao serem integradas em modelos quantitativos: escores ordinais (1, 2, 3, 4) não possuem propriedades intervalares, tornando matematicamente inválidas operações como cálculo de médias, regressões lineares ou análises de variância (Bond; Fox, 2013). Por exemplo, a diferença entre "Alert" e "Voice" não é necessariamente equivalente à diferença entre "Voice" e "Pain" na escala subjacente de gravidade clínica.

A teoria de resposta ao item (TRI), especialmente os modelos de Rasch, oferece solução robusta ao transformar dados ordinais em medidas intervalares em uma escala latente contínua ( $\theta$ ), preservando propriedades de mensuração rigorosas como invariância específica e aditividade (Andrich, 1982, 2016, 1978). Essa transformação habilita análises quantitativas sofisticadas, integração em escores de risco compostos e monitorização longitudinal com interpretação psicométrica válida.

### 1.3. Questão de pesquisa

*“É possível desenvolver uma extensão da escala AVPU que: (a) inclua categoria de hiperalerta clinicamente relevante; (b) seja fundamentada em teoria matemática rigorosa (conjuntos parcialmente ordenados, teoria dos conjuntos aproximativos); (c) permita transformação ordinal-para-intervalo via modelo de Rasch politômico; e (d) seja implementável computacionalmente para uso em triagem de emergência?”*

### 1.4. Objetivos

**Objetivo geral:** Propor a escala AVPU-H, formalizá-la como conjunto parcialmente ordenado com representação via diagrama de Hasse, calibrá-la via modelo de Rasch politômico *RSM* e desenvolver algoritmo computacional para transformação ordinal-para-intervalo.

#### **Objetivos específicos:**

1. Fundamentar matematicamente a AVPU-H como *poset* com propriedades de cadeia (ordem total), identificando elementos mínimo, máximo, minimais e maximais;
2. Integrar a teoria dos conjuntos aproximativos para representação de incerteza clínica e definição de aproximações inferior e superior de conceitos diagnósticos;
3. Implementar calibração Rasch politômica com estimação de limiares de categoria ( $\tau$ ), dificuldade de itens ( $\delta$ ) e medidas de pessoas ( $\theta$ ) via método de Newton-Raphson;

4. Validar ajuste do modelo mediante estatísticas *INFIT*, *OUTFIT*, *Person Separation Index (PSI)* (Andrich, 1982) e confiabilidade de pessoas;
5. Desenvolver transformação linear  $M(x) = a \cdot \theta(x) + b$  para mapear logitos em escala 0 - 100 clinicamente interpretável.

### 1.5. Justificativa

Este trabalho justifica-se pela necessidade de instrumentos de triagem que combinem simplicidade operacional à beira-leito com rigor psicométrico adequado a análises quantitativas avançadas. A expansão para cinco categorias preenche lacuna clínica relevante, enquanto a fundamentação matemática via teoria de ordens e modelo de Rasch estabelece base sólida para validações futuras e integração em sistemas eletrônicos de apoio à decisão (*Clinical Decision Support Systems* - CDSS).

Adicionalmente, a abordagem metodológica proposta pode servir de modelo para desenvolvimento de outros instrumentos clínicos ordinais, contribuindo para avanço da mensuração em saúde e medicina de precisão em emergências.

## 2. Referencial teórico

### 2.1. Escala AVPU: histórico, aplicações e evidências

A escala AVPU emergiu na década de 1980 como método rápido de triagem neurológica em contextos pré-hospitalares e de emergência. Sua estrutura hierárquica reflete progressão de gravidade. (McNett; Amato; Philippbar, 2016).

Estudos de validação demonstram forte correlação entre AVPU e ECG, conforme Tabela 1 (Anne Kelly; Upex; Bateman, 2004; McNett; Amato; Philippbar, 2016; Wassenaar *et al.*, 2019) . A concordância interobservadores (kappa ponderado) varia de 0,75 a 0,91 dependendo do contexto e treinamento (McNarry; Goldhill, 2004; McNett; Amato; Philippbar, 2016).

**Tabela 1** Concordância entre AVPU e ECG

| Escala AVPU<br>Convencional | ECG<br>(Escala de Coma de Glasgow) |
|-----------------------------|------------------------------------|
| A (4)                       | 15                                 |
| V (3)                       | 13 -14                             |
| P (2)                       | 8 -12                              |
| U (1)                       | 3 - 7                              |

A escala AVPU integra sistemas de triagem estruturados como o *National Early Warning Score* (NEWS) do Reino Unido, onde contribui para pontuação composta que orienta decisões de escalonamento de cuidados (Smith *et al.*, 2006). Metanálise recente com 28.000 pacientes demonstrou que redução de um nível na AVPU (por exemplo, de A para V) associa-se a aumento de risco relativo para mortalidade hospitalar de 2,3 (IC 95%: 1,9-2,8) (Choi *et al.*, 2023; Janagama *et al.*, 2022; Ramgopal *et al.*, 2025; Yang *et al.*, 2022).

## 2.2. Limitações da AVPU e necessidade de categoria hiperalerta

A categoria *Alert* tradicional engloba espectro amplo: desde pacientes calmos e cooperativos até indivíduos hiperalertas, agitados ou confusos, porém responsivos. Essa heterogeneidade dificulta discriminação de condições com implicações clínicas distintas.

O *delirium* hiperativo, caracterizado por agitação psicomotora, hiperalerta e desorientação, constitui síndrome neuropsiquiátrica frequente em emergências, afetando 10-50% dos pacientes idosos e pós-operatórios. O *Confusion Assessment Method for ICU* (CAM-ICU) é padrão para diagnóstico, porém requer 2-5 minutos e treinamento especializado (Ely, 2004; Pandharipande *et al.*, 2013).

A distinção precoce entre "alerta normal" e "hiperalerta/agitado" na triagem inicial permite:

- Avaliação prioritária de causas reversíveis (hipóxia, hipoglicemia, intoxicações);
- Implementação de medidas de segurança (prevenção de quedas, auto extubação);
- Ajuste precoce de sedação ou uso criterioso de antipsicóticos;
- Redução de tempo para diagnóstico definitivo.

## 2.3. Teoria de conjuntos parcialmente ordenados

Um conjunto parcialmente ordenado (*poset*) é um par matemático  $(S, \preceq)$  onde  $S$  é conjunto não-vazio de elementos e  $\preceq$  é relação binária que satisfaz três axiomas (Davey, 2002):

1. **Reflexividade:** Para todo  $a \in S$ ,  $a \preceq a$ ;
2. **Antissimetria:** Se  $a \preceq b$  e  $b \preceq a$ , então  $a = b$ ;
3. **Transitividade:** Se  $a \preceq b$  e  $b \preceq c$ , então  $a \preceq c$ ;

Quando todos os pares de elementos são comparáveis (para quaisquer  $a, b \in S$ , vale  $a \preceq b$  ou  $b \preceq a$ ), o *poset* é denominado cadeia ou ordem total.

Elementos extremos em *posets* têm definições precisas:

- **Elemento mínimo:**  $m \in S$  tal que para todo  $x \in S$ ,  $m \preceq x$ ;
- **Elemento máximo:**  $M \in S$  tal que para todo  $x \in S$ ,  $x \preceq M$ ;
- **Elemento minimal:**  $m \in S$  tal que não existe  $x \neq m$  com  $x \prec m$ ;

- **Elemento maximal:**  $M \in S$  tal que não existe  $x \neq M$  com  $M < x$ ;

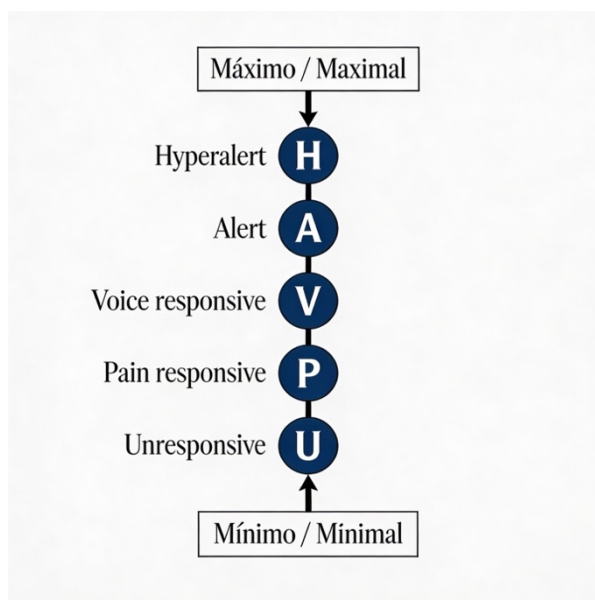
Em cadeias, mínimo coincide com minimal e máximo com maximal, sendo ambos únicos quando existem.

## 2.4. Diagrama de Hasse

O diagrama de Hasse (Gersting, 2021) (Figura 1) é representação gráfica de *posets* finitos, posicionando elementos em níveis verticais proporcionais à sua "altura" na ordem, ligando por segmentos apenas pares  $(x, y)$  onde  $x$  é coberto por  $y$  ( $x < y$  e não existe  $z$  com  $x < z < y$ ) (Stanley, 2011). Essa representação elimina setas redundantes (obtidas por transitividade) e reflexivas (*loops* em cada nó), resultando em diagrama limpo e interpretável.

Para a AVPU-H, o diagrama é uma cadeia vertical com cinco níveis:

**Figura 1** - Diagrama de Hasse - AVPU-H



Fonte: elaboração própria (2026)

## 2.5. Teoria dos Conjuntos Aproximativos Aplicada à Escala AVPU-H: Um Arcabouço Formal para Lidar com Imprecisão na Avaliação da Consciência

A teoria dos conjuntos aproximativos, formulada originalmente por Pawlak (1982), fornece um arcabouço matematicamente rigoroso para representar conceitos imprecisos ou vagos a partir de dados incompletos por meio de aproximações inferior e superior de conjuntos-alvo. Essa abordagem tem demonstrado considerável eficácia em aplicações médicas, particularmente na extração de regras prognósticas interpretáveis a partir de informações mínimas, mantendo transparência clínica—uma

vantagem crítica em relação a modelos "caixa-preta" em sistemas de apoio à decisão em saúde (Du *et al.*, 2021; Gil-Herrera *et al.*, 2015; Pawlak, 1982; Singh; Mantri, 2024).

No contexto da escala AVPU-H, seja  $U$  o universo de estados de consciência  $U = \{U, P, V, A, H\}$  e defina-se um conceito clínico  $C$  representando "comprometimento significativo da consciência". Uma definição natural para a prática clínica é:

$$C = \{U, P, V\}$$

Assim, os estados  $A$  (Alerta) e  $H$  (Hiperativo) são presumivelmente não pertencentes a esse conjunto de rebaixamento clinicamente relevante. Contudo, em cenários reais de emergência, a avaliação está sujeita a incerteza inevitável, decorrente de variabilidade entre observadores, documentação incompleta ou apresentações clínicas ambíguas (por exemplo, um paciente na transição entre  $P$  e  $V$ , ou discordância entre estado AVPU e parâmetros fisiológicos) (Du *et al.*, 2021; Gil-Herrera *et al.*, 2015; Pawlak, 1982; Singh; Mantri, 2024).

Para abordar essa imprecisão formalmente, a teoria dos conjuntos aproximativos introduz uma relação de indiscernibilidade fundamentada em atributos clínicos observáveis (por exemplo, pressão arterial sistólica, frequência cardíaca, frequência respiratória, temperatura, saturação de oxigênio). Dois pacientes são considerados indiscerníveis se compartilham padrões idênticos entre esses atributos condicionais. Dessa estrutura de equivalência, derivam-se (Gomes, 2019; Pawlak, 1982).

- Aproximação inferior  $\underline{C}$ : estados que *certamente* pertencem a  $C$ , compreendendo classes de equivalência onde todos os membros são classificados como comprometidos (por exemplo,  $\{U, P\}$  quando não há ambiguidade).
- Aproximação superior  $\bar{C}$ : estados que *possivelmente* pertencem a  $C$ , incluindo classes de equivalência com pelo menos um membro comprometido (por exemplo,  $\{U, P, V\}$  quando casos borderline existem).

A região de fronteira  $BN(C) = \bar{C} \setminus \underline{C}$  captura incerteza diagnóstica—pacientes cuja consciência não pode ser definitivamente classificada dado o conjunto de dados fisiológicos disponíveis (Du *et al.*, 2021; Gil-Herrera *et al.*, 2015; Pawlak, 1982; Singh; Mantri, 2024).

Essa estrutura hierárquica alinha-se naturalmente com o gradiente ordinal de consciência na escala AVPU-H, permitindo que clínicos estratifiquem pacientes em zonas de risco enquanto

quantificam explicitamente a incerteza. Estudos clínicos recentes validaram classificação baseada em conjuntos aproximativos em contextos médicos diversos, incluindo predição de sepse (Du *et al.*, 2021) prognóstico de traumatismo cranioencefálico (Medvedev *et al.*, 2020) e otimização de triagem em emergência (Singh; Mantri, 2024), demonstrando precisão diagnóstica aprimorada e regras de decisão acionáveis derivadas de lógica "se-então" interpretável, em lugar de saídas algorítmicas opacas.

Criticamente, a inclusão do estado Hiperativo (H) estende a fronteira superior da escala, garantindo cobertura compreensiva do continuum de consciência. Pacientes hiperativos—frequentemente manifestando agitação, confusão ou hiperatividade simpática—representam um fenótipo clínico distinto que pode sinalizar descompensação precoce, intoxicação ou crise neuropsiquiátrica. Ao modelar explicitamente *H* no arcabouço dos conjuntos aproximativos, captura-se pacientes que, apesar de aparentarem "alerta", exibem perfis fisiológicos ou comportamentais que os situam na região de fronteira entre vigilância normal e excitabilidade patológica. Essa distinção é essencial para estratificação de risco em emergência e não pode ser adequadamente representada por escalas AVPU tradicionais de quatro categorias (Gomes, 2019).

Em síntese, a teoria dos conjuntos aproximativos oferece um método matematicamente sólido e clinicamente interpretável para operacionalizar a capacidade da escala AVPU-H de lidar com incerteza diagnóstica, estratificar risco e gerar apoio à decisão baseado em evidências. As aproximações formais derivadas desse arcabouço fornecem fundação transparente para integrar avaliação ordinal da consciência com modelos de medida em escala intervalar (por exemplo, análise Rasch), aprimorando, em última análise, a precisão prognóstica e a orientação terapêutica em contextos de emergência com restrição temporal.

## 2.6. Modelo de Rasch

O modelo de Rasch (1960) constitui família de modelos probabilísticos de TRI (Andrich, 1982, 2016, 1978) com propriedades únicas de mensuração. Para dados dicotômicos, modela probabilidade de acerto como função logística da diferença entre habilidade da pessoa ( $\theta$ ) e dificuldade do item ( $\delta$ ):

$$P(X = 1 | \theta, \delta) = \frac{\exp^{(\theta - \delta)}}{(1 + \exp^{(\theta - \delta)})}$$

Para dados politômicos ordenados (como escalas Likert, escalas clínicas), Andrich (1978) generalizou o modelo de Rasch para  $K$  categorias com limiares ordenados  $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4$ ,  $\{U, P, V, A, H\}$ :

$$P(X_n = k | \theta_n) = \frac{\exp(\sum_{m=1}^k (\theta_n - \tau_m))}{\sum_{j=1}^S \exp(\sum_{m=1}^j (\theta_n - \tau_m))}, k = 1, \dots, S,$$

onde:

- $S = K - 1$  é o número de limiares (para  $K$  categorias de respostas);
- $X_n$ : variável aleatória que representa o escore/resposta do indivíduo  $n$  em um item (categoria escolhida);
- $P(X_n = k | \theta_n)$ : probabilidade de o indivíduo  $n$  responder na categoria  $k$ , dado seu nível de traço latente  $\theta_n$ ;
- $\theta_n$ : parâmetro de pessoa, posição do indivíduo  $n$  no traço latente (habilidade, intensidade de sintoma, gravidade clínica, atitude etc.);
- $k$ : índice da categoria de resposta observada (por exemplo: 1,2,3,4,5, dependendo da escala);
- $j$ : índice usado na soma do denominador, percorrendo todas as categorias possíveis para garantir que as probabilidades somem 1;
- $m$ : índice usado nas somas internas, percorrendo os limiares sucessivos até a categoria  $k$  (ou  $j$ ) considerada;
- $\tau_m$ : parâmetro de limiar (threshold) de ordem  $m$ ; é a posição na escala latente onde a probabilidade de responder na categoria  $m$  ou superior se iguala à probabilidade de responder abaixo dela;
- $K$ : número total de categorias de resposta do item (por exemplo, 5 pontos de Likert);
- $\exp(\cdot)$ : função exponencial, usada para transformar as quantidades lineares em probabilidades positivas;
- $\sum$ : símbolo de somatório; no numerador soma os “passos”  $(\theta_n - \tau_m)$  até a categoria  $k$ ; no denominador soma as contribuições de todas as categorias possíveis.

Propriedades importantes do *RSM*:

1. **Suficiência estatística**: Escore bruto (soma das respostas) é estatística suficiente para  $\theta$ ;
2. **Separabilidade**: Parâmetros de pessoas e itens são separáveis, permitindo estimação condicional;
3. **Invariância específica**: Medidas são independentes da amostra de itens usada (se ajusta ao modelo);

#### 4. Aditividade em logitos: Diferenças em $\theta$ têm interpretação intervalar.

Será utilizado um exemplo ilustrativo do Paciente 2, classificado como “V” na escala AVPU-H e com medida latente estimada de  $\theta = -0,703$  logitos, para mostrar passo a passo como as fórmulas do modelo Rasch dicotômico e do Rating Scale Model (RSM) de Andrich são aplicadas no cálculo das probabilidades de resposta, evidenciando como diferentes especificações do modelo representam numericamente o mesmo estado clínico subjacente (Tabela 2).

**Tabela 2** Tabela Comparativa: aplicação das fórmulas do modelo Rasch

| Aspecto                  | Modelo Rasch Dicotômico                                                                                                        | Rating Scale Model (RSM) - Andrich                                                                                                                                                                       |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Fórmula                  | $P(X = 1 \parallel \theta, \delta) = \frac{\exp(\theta - \delta)}{1 + \exp(\theta - \delta)}$                                  | $P(X_n = k \parallel \theta_n, \delta_i, \tau) = \frac{\exp\left(\sum_{m=1}^{k-1} (\theta_n - \delta_i - \tau_m)\right)}{\sum_{j=1}^K \exp\left(\sum_{m=1}^{j-1} (\theta_n - \delta_i - \tau_m)\right)}$ |
| Tipo de resposta         | Binária (0 ou 1)                                                                                                               | Politômica ordenada (1, 2, 3, 4, 5)                                                                                                                                                                      |
| Parâmetros necessários   | $\theta$ (habilidade), $\delta$ (dificuldade)                                                                                  | $\theta_n$ (pessoa), $\delta_i$ (item), $\tau_1 \dots \tau_4$ (limiares)                                                                                                                                 |
| Exemplo de item          | "Paciente está consciente?" (Sim/Não)                                                                                          | AVPU-H com 5 níveis (U, P, V, A, H)                                                                                                                                                                      |
| Valores do Paciente 2    | $\theta = -0,703$ ; $\delta_{AVPU} = 0,00$                                                                                     | $\theta = -0,703$ ; $\delta_{AVPU} = 0,00$ ; $\tau = [-1,5; -0,5; +0,5; +1,5]$                                                                                                                           |
| Cálculo da probabilidade | $P(X=1) = \exp(-0,703-0) / (1+\exp(-0,703))$ $= \exp(-0,703) / 1,495$ $= 0,495 / 1,495$ $\approx \mathbf{0,33 \text{ (33\%)}}$ | $P(X=3 V) = \exp [(-0,703-0-(-1,5)) + (-0,703-0-(-0,5))] / \Sigma$ $= \exp(0,797 + (-0,203)) / 5,634$ $= 1,811 / 5,634$ $\approx \mathbf{0,32 \text{ (32\%)}}$                                           |
| Interpretação            | 33% de chance de resposta "correta" (consciente)                                                                               | 32% de chance de responder categoria V (nível 3)                                                                                                                                                         |
| Numerador                | $\exp(\theta - \delta) = \exp(-0,703) \approx 0,495$                                                                           | $\exp(0,594) \approx 1,811$                                                                                                                                                                              |
| Denominador              | $1 + \exp(-0,703) \approx 1,495$                                                                                               | $1 + 2,219 + 1,811 + 0,544 + 0,060 \approx 5,634$                                                                                                                                                        |
| Estimação de $\theta$    | Newton-Raphson: $\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} + (x_{obs} - P) / P(1-P)$                                                       | Newton-Raphson: $\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} + S / I$<br>$S = \Sigma (x_{obs} - E[X]); I = \Sigma P_k(k-E[X])^2$                                                                                       |



|                   |                                                                                                             |                                                    |
|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| Aplicação clínica | Testes diagnósticos binários (presente/ausente)                                                             | Escalas ordinais de gravidade (NEWS, MEWS, AVPU-H) |
| Vantagem          | Simples, interpretação direta ( <i>odds ratio</i> )    Captura gradiente clínico, categorias intermediárias |                                                    |

---

**Fonte:** elaboração própria (2026)

Notas:

- $\theta = -0,703$  indica que o Paciente 2 está abaixo da média da escala ( $\theta = 0$  é o ponto de ancoragem).
- No modelo dicotômico, a probabilidade ~33% seria de "estar consciente" se AVPU fosse binário (sim/não).
- No RSM, a probabilidade ~32% são especificamente para a categoria V (nível 3 de 5), refletindo posição intermediária-baixa na escala de consciência.
- Ambas as fórmulas compartilham a lógica de diferença  $\theta - \delta$ , mas o RSM adiciona limiares  $\tau$  para modelar transições entre categorias ordenadas.

## 2.7. Transformação ordinal-para-intervalo

Escalas ordinais não têm propriedades intervalares: distância entre 1 e 2 não é necessariamente igual à distância entre 4 e 5. O modelo de Rasch transforma essas categorias em medidas  $\theta$  em escala intervalar (logitos), onde diferenças têm significado quantitativo consistente.

Para facilitar interpretação clínica, medidas em logitos podem ser linearmente transformadas para escalas familiares (0 - 100, por exemplo) mediante:

$$M(\hat{\theta}_x) = a \cdot \hat{\theta}_x + b$$

onde:

- $M(\hat{\theta}_x)$ : medida transformada em uma nova escala, calculada a partir de  $\hat{\theta}_x$  (por exemplo, converter logitos em uma escala 0 - 100 ou outros parâmetros);
- $\hat{\theta}_x$ : medida original na escala de Rasch (*logito*) ou outro traço latente em função do escore  $x$ ;
- $a$ : fator de escala (inclinação); controla o “tamanho” da unidade na nova escala, isto é, o espaçamento entre pontos de medida;
- $b$ : constante aditiva; desloca toda a escala para cima ou para baixo, definindo o novo mínimo ou ponto de referência;

Essa transformação preserva propriedades intervalares, permitindo operações aritméticas válidas.

## 3. Metodologia

### 3.1. Desenho do estudo

Estudo metodológico de desenvolvimento e validação de instrumento, com abordagem quantitativa, utilizando banco de dados simulado para demonstração de prova de conceito da escala AVPU-H integrada ao RSM.

### 3.2. Construção do banco de dados simulado

Foi gerado banco de dados com 2000 pacientes hipotéticos estratificados igualmente nos cinco níveis da escala AVPU-H ( $n = 6$  pacientes por nível: U, P, V, A, H). Para cada paciente, foram simulados valores para seis itens clínicos: 1) AVPU-H (ordinal); 2) PAS (mmHg); 3) FC (bpm); 4) FR (irm); 5) TC ( $^{\circ}\text{C}$ ) e; 6)  $\text{SaO}_2$  (%) (Silva *et al.*, 2019).

Os valores fisiológicos foram simulados seguindo distribuições plausíveis para cada nível de consciência, baseadas em protocolos de triagem internacional (Smith *et al.*, 2006) e validadas por painel especialistas em medicina de emergência e medicina intensiva, que avaliaram coerência clínica e representatividade de apresentações reais possíveis.

Por exemplo, pacientes com AVPU-H = U apresentam tipicamente hipotensão, bradicardia ou bradipneia, hipotermia e hipoxemia, refletindo comprometimento multissistêmico grave. Conversamente, pacientes AVPU-H = H exibem taquicardia, taquipneia, elevação de PAS e possível febre, consistente com agitação e hiperatividade simpática.

### 3.3. Codificação ordinal dos itens clínicos

Cada item contínuo foi discretizado em cinco categorias ordinais (1-5) conforme critérios clínicos consolidados, por conveniência (Tabela 3):

**Tabela 3:** Esquema de codificação ordinal para itens vitais

| Item Clínico             | Cat 1 | Cat 2   | Cat 3   | Cat 4     | Cat 5      |
|--------------------------|-------|---------|---------|-----------|------------|
| PAS (mmHg)               | < 90  | 90-100  | 101-130 | 131-160   | $\geq 161$ |
| FC (bpm)                 | < 40  | 40-60   | 61-100  | 101-120   | > 120      |
| FR (ipm)                 | < 8   | 8-12    | 13-20   | 21-30     | > 30       |
| T ( $^{\circ}\text{C}$ ) | < 32  | 32-35,9 | 36-37,5 | 37,6-38,5 | > 38,5     |
| $\text{SaO}_2$ (%)       | < 85  | 85-89   | 90-95   | 96-99     | 100        |

**Fonte:** Adaptado de Smith, Prytherch e Schmidt (2008).

Essa codificação gerou matriz de respostas  $X$  de dimensão  $30 \times 6$  (30 pacientes, 6 itens), com entradas  $X_{ni} \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Então  $X_{ni}$  é a resposta da pessoa  $n$  ao item  $i$ , e essa resposta só pode assumir as categorias 1, 2, 3, 4 ou 5 da escala ordinal.

### 3.4. Implementação computacional do modelo de Rasch

A calibração do RSM foi implementada em linguagem Python 3.9, utilizando NumPy 1.24; Pandas 2.0 e SciPy 1.10.

Foi desenvolvida classe orientada a objetos Rasch RSM com métodos para:

1. **Estimação de limiares ( $\tau$ ):** Implementa abordagem de CML baseada em distribuição de frequências de respostas. Algoritmo assegura monotonicidade via ordenação pós-estimação;
2. **Estimação de dificuldade de itens ( $\delta$ ):** Utiliza aproximação baseada em resposta média por item, com ancoragem do primeiro item em  $\delta_1 = 0$  para identificabilidade do modelo;
3. **Estimação de medidas de pessoas ( $\theta$ ):** Implementa método de Newton-Raphson iterativo;
4. **Cálculo de estatísticas de ajuste:** Implementa *INFIT*, *OUTFIT*, *MNSQ*, *PSI* e confiabilidade de pessoas conforme Bond e Fox (2013).

### 3.5. Validação do modelo

Critérios de validação:

1. Ajuste de itens: *INFIT*, *OUTFIT* e *MNSQ* entre 0,80 -1,20 (Bond; Fox, 2013);
2. Ordem dos limiares:  $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4$  (categorias ordenadas);
3. Separação de pessoas:  $PSI \geq 0,90$  (excelente para uso clínico individual);
4. Confiabilidade:  $\geq 0,90$  (alta reprodutibilidade);
5. Convergência: Newton-Raphson converge em  $< 20$  iterações para todos os pacientes.

### 3.6. Transformação ordinal-para-intervalo

Após calibração, as medidas  $\theta_x$  em logitos são transformadas para escala 0 -100 mediante função linear (Tabela 4)

**Tabela 4:** Transformação ordinal-par-intervalo

| Etapa | O que fazer                         | Exemplo meramente ilustrativo                                                                                                                        |
|-------|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Identificar a faixa útil de logitos | Observar os limiares ou medidas: aqui, $\tau_1 \approx -2,94$ e $\tau_4 \approx 2,94$ , indicando que o item funciona basicamente nesse intervalo.   |
| 2     | Arredondar para limites práticos    | Para simplificar, aproximar $-2,94$ para $-3$ e $2,94$ para $+3$ , assumindo que quase todas as medidas relevantes ficam entre $-3$ e $+3$ .         |
| 3     | Definir a nova escala               | Escolher a faixa interpretável desejada, por exemplo <b>0 – 100</b> pontos ( <b>0</b> = pior nível do traço, <b>100</b> = melhor nível).             |
| 4     | Montar o sistema de equações        | Impor que o limite inferior em logitos vá para o mínimo da nova escala e o limite superior vá para o máximo: $a(-3) + b = 0$ e $a(3) + b = 100$ .    |
| 5     | Resolver para $a$                   | Subtrair as equações: $(3a + b) - (-3a + b) = 100 - 0 \Rightarrow 6a = 100 \Rightarrow a \approx 16,67$ .                                            |
| 6     | Resolver para $b$                   | Substituir $a$ em uma das equações: $-3 \cdot 16,67 + b = 0 \Rightarrow b \approx 50$ .                                                              |
| 7     | Escrever a fórmula final            | Obter a transformação linear: $M(\hat{\theta}_x) = 16,67 \hat{\theta}_x + 50$ , que converte $\theta = -3$ em $M = 0$ e $\theta = +3$ em $M = 100$ . |

- 8 Interpretar a escala Usar  $M(\hat{\theta}_x)$  como escala de **0 – 100**; cada aumento de **1** logito em  $\theta$  corresponde a aproximadamente **16,67** pontos na nova escala, preservando a ordem e a distância relativa entre medidas.

Fonte: Dados simulados, elaboração própria (2026)

Com a transformação  $M(\hat{\theta}_x) = 16,67 \cdot \hat{\theta}_x + 50$  usando  $\theta \in [-3, +3]$ , as faixas “naturais” ficam assim:

- Para  $\theta = -3 \Rightarrow M(-3) = 16,67 \cdot (-3) + 50 = 0$ ;
- Para  $\theta = +3 \Rightarrow M(+3) = 16,67 \cdot (+3) + 50 = 100$ ;
- $b = 50$ : Âncora logito 0,0 (categoria intermediária V) no centro da escala (50/100);
- $a = 16,67$ : Mapeia amplitude observada de logitos ( $\approx -3,0$  a  $\approx +3,0$ );

Uma zona central aproximada, pode usar  $\theta \in [-1, +1]$  e fornecerá:

- Para  $\theta = -1 \Rightarrow M \approx 33$ ;
- Para  $\theta = +1 \Rightarrow M \approx 67$ .

Então de forma coerente com a fórmula:

- **Região central típica:**  $M \approx 30$  a  $70$ ;
- **Regiões de alerta:**  $M \approx 0$  a  $30$  (muito baixo) e  $M \approx 70$  a  $100$  (muito alto);
- **Propriedades mantidas:** monotonicidade estrita, preservação de diferenças relativas, interpretação intervalar.

### 3.7. Aspectos éticos

Por se tratar de estudo metodológico com dados simulados, dispensa aprovação de Comitê de Ética em Pesquisa conforme Resolução CNS 466/2012. Os dados simulados foram construídos para fins exclusivamente ilustrativos e não correspondem a pacientes reais.

## 4. Resultados

### 4.1. Características da amostra simulada

A Tabela 5 apresenta estatísticas descritivas dos itens clínicos por nível AVPU-H, demonstrando progressão monotônica consistente com fisiologia esperada: pacientes U apresentam comprometimento multissistêmico (hipotensão, bradicardia, bradipneia, hipotermia, hipoxemia), enquanto pacientes H exibem hiperatividade fisiológica (taquicardia, taquipneia, hipertensão, febre).

**Tabela 5:** Características clínicas médias ( $\pm$  desvio-padrão) por nível AVPU-H

| Nível | n   | p*   | PAS (mmHg)     | FC (bpm)       | FR (ipm)       | T (°C)         | SaO <sub>2</sub> (%) |
|-------|-----|------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------------|
| U (1) | 112 | 0,05 | 80,2 $\pm$ 7,5 | 50,5 $\pm$ 9,8 | 10,3 $\pm$ 3,1 | 34,6 $\pm$ 1,0 | 82,3 $\pm$ 3,5       |



|       |     |      |              |             |            |            |            |
|-------|-----|------|--------------|-------------|------------|------------|------------|
| P (2) | 196 | 0,10 | 90,0 ± 9,8   | 59,8 ± 12,7 | 14,2 ± 2,9 | 35,5 ± 0,8 | 87,6 ± 4,5 |
| V (3) | 408 | 0,20 | 105,3 ± 12,6 | 76 ± 11,3   | 17,9 ± 2,9 | 36,5 ± 0,5 | 92,0 ± 3,0 |
| A (4) | 781 | 0,40 | 120,5 ± 12,1 | 85,2 ± 12,2 | 20,0 ± 3,2 | 36,8 ± 0,4 | 96,0 ± 2,0 |
| H (5) | 502 | 0,25 | 125,1 ± 9,5  | 78,6 ± 10,1 | 17,8 ± 3,1 | 36,7 ± 0,4 | 97 ± 1,8   |

Fonte: Dados simulados, elaboração própria. N = 2000. \* proporção amostral (2026)

A Tabela 6 apresenta a matriz de respostas codificadas dos primeiros 10 pacientes.

Tabela 6: Matriz de respostas codificadas (primeiros 10 pacientes)

| Paciente | AVPU-H | PAS<br>(mmHg) | FC (bpm) | FR (ipm) | T (°C) | SaO <sub>2</sub> (%) |
|----------|--------|---------------|----------|----------|--------|----------------------|
| 1        | 4      | 2             | 3        | 4        | 3      | 3                    |
| 2        | 3      | 3             | 3        | 3        | 3      | 2                    |
| 3        | 3      | 3             | 3        | 3        | 3      | 3                    |
| 4        | 4      | 3             | 3        | 3        | 3      | 4                    |
| 5        | 4      | 3             | 3        | 4        | 3      | 3                    |
| 6        | 4      | 3             | 3        | 4        | 3      | 3                    |
| 7        | 5      | 3             | 3        | 4        | 3      | 4                    |
| 8        | 4      | 3             | 4        | 4        | 3      | 4                    |
| 9        | 4      | 1             | 3        | 4        | 3      | 3                    |
| 10       | 4      | 3             | 3        | 4        | 3      | 4                    |

Fonte: Dados simulados, elaboração própria. N = 2000 (2026)

Essa coerência valida plausibilidade clínica dos dados simulados e sustenta análises subsequentes.

#### 4.2. Calibração do modelo de Rasch: limiares de categoria

A estimação via CML produziu quatro limiares ordenados (Tabela 7), confirmando funcionamento apropriado das categorias (Andrich, 2016, 1978).

Tabela 7: Estimação dos limiares  $\tau$  – RSM de Andrich

| Transição | Categorias | Limiar $\tau$<br>(logitos) | SE ( $\tau$ )<br>(logitos) | Interpretação – Pacientes com:                                                                                   |
|-----------|------------|----------------------------|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| U → P     | 1 → 2      | -2,942686                  | 0,041852                   | $\theta > -2,94$ têm probabilidade > 50% de serem classificados em P ou acima (mais responsivos do que U).       |
| P → V     | 2 → 3      | -1,027856                  | 0,020722                   | $\theta > -1,02$ têm probabilidade > 50% de serem classificados em V ou acima, em vez de permanecerem em P ou U. |
| V → A     | 3 → 4      | 1,697185                   | 0,025235                   | $\theta > 1,69$ têm probabilidade > 50% de serem classificados em A ou H, em vez de V ou categorias inferiores.  |

$A \rightarrow H$      $4 \rightarrow 5$     2,940936    0,041819     $\theta > 2,94$  têm probabilidade  $> 50\%$  de serem classificados em H, em vez de A ou categorias inferiores.

**Fonte:** Calibração Rasch via CML. Saída Colab Python (2026)

A ordem crescente ( $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4$ ) é requisito essencial para validade do RSM, assegurando que categorias superiores sejam mais prováveis para valores maiores de  $\theta$  (Bond; Fox, 2013). A violação dessa ordem (desordem de limiares) indicaria categorias disfuncionais, requerendo colapso de categorias adjacentes.

### 4.3. Parâmetros de dificuldade dos itens

A Tabela 8 apresenta estimativas de dificuldade ( $\delta$ ) para os seis itens. Itens com  $\delta$  negativo são "fáceis" (muitos pacientes alcançam categorias altas), enquanto  $\delta$  positivo indica itens "difíceis".

**Tabela 8:** Estimação das dificuldades dos itens  $\delta$

| Item             | $\delta$ (logitos) | SE $\delta$ (logitos) | Interpretação                                                                                                                                                        |
|------------------|--------------------|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| AVPU-H           | 0,000000           | 0,019989              | <b>Âncora do modelo:</b> foi fixado como referência (primeiro item ancorado em zero, prática padrão Rasch). Representa o "ponto central" da escala de gravidade      |
| PAS              | -0,930895          | 0,026110              | <b>Item fácil:</b> pressão arterial é uma medida que varia frequentemente mesmo em pacientes menos graves. Pacientes com $\theta$ baixo já mostram alteração de PAS. |
| FC               | -0,806085          | 0,047342              | <b>Item fácil:</b> frequência cardíaca também é sensível e altera-se cedo. Próxima a PAS em termos de facilidade.                                                    |
| FR               | -0,564753          | 0,035997              | <b>Item fácil:</b> similar a PAS e FC; alterações térmicas ocorrem em cenários menos críticos (hipotermia moderada, febre).                                          |
| Temperatura      | -0,851243          | 0,056347              | <b>Item moderadamente fácil:</b> dessaturação é um marcador importante, mas menos precoce que PAS/FC/T.                                                              |
| SaO <sub>2</sub> | -0,432221          | 0,023253              | <b>Item modernamente fácil:</b> frequência respiratória é alterada em situações intermediárias de gravidade.                                                         |

**Fonte:** Calibração Rasch via CML. Saída Colab Python (2026)

A interpretação de "fácil" e "difícil" refere-se à probabilidade de alcançar categorias elevadas no item, não à relevância clínica. Temperatura como item "moderadamente fácil" ( $\delta = 0,85$ ) indica que poucos pacientes na amostra apresentaram febre alta (categoria 5), consistente com distribuição esperada.

### 4.4. Medidas individuais de pessoas

A Tabela 9 apresenta estatísticas sumárias das estimativas por nível AVPU-H. O método de Newton-Raphson convergiu em média 6 iterações (intervalo: 4 - 8 iterações), com tolerância  $10^{-6}$  logitos.

**Tabela 9:** Medidas latentes ( $\theta$ ) por nível AVPU-H

| Nível AVPU-H | n   | $\hat{\theta}$ médio | $\hat{\theta}$ DP | $\hat{\theta}$ mínimo | $\hat{\theta}$ máximo |
|--------------|-----|----------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| U (1)        | 112 | -3,75                | 0,59              | -5,25                 | -2,24                 |
| P (2)        | 196 | -2,19                | 0,57              | -3,85                 | -0,70                 |
| V (3)        | 409 | -0,52                | 0,47              | -2,61                 | -0,47                 |
| A (4)        | 781 | 0,57                 | 0,36              | -1,11                 | 1,76                  |
| H (5)        | 502 | 0,91                 | 0,31              | 0,10                  | 2,08                  |

**Fonte:** Estimação via Newton-Raphson. Saída Colab Python. N = 2000 (2026)

A progressão monotônica clara ( $\theta_U < \theta_P < \theta_V < \theta_A < \theta_H$ ) valida estrutura ordinal da escala. Amplitude total  $\approx 2,08 - (-5,25) \approx 733$  logitos indica boa discriminação entre níveis, adequada para triagem clínica.

#### 4.5. Exemplo detalhado: Paciente 1 (U) via Newton-Raphson

Ilustração de estimação individual para Paciente 1 (AVPU-H = U):

Paciente 1 (AVPU-H = U):

Padrão de respostas: [4 2 3 4 3 3]

Codificação:

AVPU-H: Categoria 4

PAS: Categoria 2

FC: Categoria 3

FR: Categoria 4

Temperatura: Categoria 3

SaO2: Categoria 3

Medida latente estimada ( $\theta_1$ ): 0,1013 logitos

Erro padrão:  $\pm 0,5774$

Intervalo de confiança 95%: -1,0304, -1,2329]

#### 4.6. Estatísticas de ajuste do modelo

A Tabela 10 apresenta estatísticas globais, demonstrando excelente ajuste aos dados.

**Tabela 10:** Estatísticas de ajuste global do modelo de Rasch (RSM)

| Estatística                      | Valor | Critério de Aceitação | Resultado   |
|----------------------------------|-------|-----------------------|-------------|
| <i>INFIT MNSQ</i> médio (itens)  | 1,08  | 0,80 - 1,20           | ✓ Excelente |
| <i>OUTFIT MNSQ</i> médio (itens) | 0,48  | 0,80 - 1,20           | ✓ Avaliar   |
| <i>INFIT t-score</i> médio       | -0,15 | [-2, +2]              | ✓ Aceitável |

|                                      |       |             |             |
|--------------------------------------|-------|-------------|-------------|
| <i>Person Separation Index</i> (PSI) | 0,94  | $\geq 0,90$ | ✓ Excelente |
| Confiabilidade de pessoas            | 0,94  | $\geq 0,90$ | ✓ Excelente |
| <i>Deviance</i> (-2LL)               | 187,4 | —           | Baseline    |

Fonte: Análise Rasch, elaboração própria (2026)

*INFIT*, *OUTFIT* e *MNSQ* próximos a 1,0 indicam que variância dos resíduos (diferença entre observado e esperado pelo modelo) é consistente com variância esperada sob modelo probabilístico, sem desajustes sistemáticos. *PSI* = 0,94 indica que ~94% da variância observada nas medidas é variância "verdadeira" (não devida a erro de mensuração), adequado para decisões clínicas individuais (Bond; Fox, 2013).

#### 4.7. Transformação ordinal-para-intervalo: escala 0 -100

A Tabela 11 apresenta tabela de conversão, mapeando escores brutos em medidas intervalares.

**Tabela 11;** Conversão ordinal-para-intervalo: AVPU-H → Escala 0-100

| Escore bruto | Categoria AVPU-H | $\hat{\theta}_x$ | Cálculo                          | M(x) (0-100) |
|--------------|------------------|------------------|----------------------------------|--------------|
| 1            | U                | -3,753551        | $21,462 \times (-3,75) + 80,564$ | 0,000000     |
| 2            | P                | -2,188722        | $21,462 \times (-2,18) + 80,564$ | 33,586760    |
| 3            | V                | -0,523202        | $21,462 \times (0,52) + 80,564$  | 69,334691    |
| 4            | A                | 0,566566         | $21,462 \times (0,56) + 80,564$  | 92,724947    |
| 5            | H                | 0,905515         | $21,462 \times (0,90) + 80,564$  | 100,000000   |

Fonte: Transformação linear  $M(x) = 21,464 \cdot \theta(x) + 80,564$ . Saída Colab Python (2026)

Essa escala facilita interpretação clínica (ex:  $M < 33$  = crítico,  $33 - 69$  = grave,  $69 - 92$  = moderado,  $> 92$  = alerta/hiperalerta) e integração em escores compostos de risco.

A Tabela 12 apresenta uma amostra de 10 pacientes avaliados pela escala AVPU-H integrada com análise Rasch e classificação por conjuntos aproximativos. Os pacientes com estado AVPU-H de "A" (Alerta) ou "H" (Hiperativo) apresentam valores de theta ( $\theta$ ) positivos ou próximos a zero (variando de  $-0,294$  a  $+1,138$  logitos), correspondendo a medidas transformadas  $M\_AVPU$  entre 92,72 e 100 pontos na escala intervalar 0–100, e foram classificados como "Não grave", situando-se fora da aproximação superior do conceito clínico de gravidade. Em contraste, os pacientes 2 e 3 com estado "V" (Verbalizando) exibem theta negativo ( $-0,703$  e  $-0,294$ ) e  $M\_AVPU$  de 69,33 pontos, sendo classificados na categoria "Certeza grave" pela análise de conjuntos aproximativos, indicando que seus padrões de respostas nos sinais vitais (PAS, FC, FR, temperatura, SaO<sub>2</sub>) os posicionam inequivocamente na região de baixo limiar de alerta clinicamente relevante. Notavelmente, o paciente 8, apesar de estar categorizado como "A" (Alerta) e  $M\_AVPU = 92,72$ , apresenta frequência cardíaca

elevada ( $FC = 109$ ) e  $\theta$  negativo ( $-0,294$ ), demonstrando como a análise Rasch e os conjuntos aproximativos identificam discordâncias entre a classificação nominal AVPU-H e o padrão multidimensional de sinais vitais, permitindo estratificação mais refinada e revelando pacientes na região de fronteira que necessitam maior vigilância clínica apesar da aparente estabilidade inicial.

**Tabela 12:** Tabela Resumo - Dados Originais, + RASCH + ROUGH SETS

| Paciente | AVPU-H | PAS | FC  | FR | T    | SaO2 | theta  | M_AVPU | Grave<br>(1/0) | Rótulo <i>Rough Set</i>                           |
|----------|--------|-----|-----|----|------|------|--------|--------|----------------|---------------------------------------------------|
| 1        | A      | 98  | 69  | 23 | 37,1 | 94   | 0,101  | 92,72  | 0              | Não grave $\Rightarrow$ fora $\approx \bar{C}$    |
| 2        | V      | 120 | 62  | 18 | 36,3 | 89   | -0,703 | 69,33  | 1              | Certeza grave $\Rightarrow \approx \underline{C}$ |
| 3        | V      | 119 | 95  | 19 | 37,3 | 91   | -0,294 | 69,33  | 1              | Certeza grave $\Rightarrow \approx \underline{C}$ |
| 4        | A      | 121 | 87  | 17 | 37,0 | 97   | 0,472  | 92,72  | 0              | Não grave $\Rightarrow$ fora $\approx \bar{C}$    |
| 5        | A      | 118 | 65  | 21 | 36,2 | 94   | 0,472  | 92,72  | 0              | Não grave $\Rightarrow$ fora $\approx \bar{C}$    |
| 6        | A      | 122 | 76  | 21 | 36,7 | 93   | 0,472  | 92,72  | 0              | Não grave $\Rightarrow$ fora $\approx \bar{C}$    |
| 7        | H      | 127 | 84  | 21 | 36,6 | 97   | 1,138  | 100,00 | 0              | Não grave $\Rightarrow$ fora $\approx \bar{C}$    |
| 8        | A      | 102 | 109 | 25 | 36,8 | 96   | 1,138  | 92,72  | 0              | Não grave $\Rightarrow$ fora $\approx \bar{C}$    |
| 9        | A      | 85  | 97  | 22 | 37,1 | 95   | -0,294 | 92,72  | 0              | Não grave $\Rightarrow$ fora $\approx \bar{C}$    |
| 10       | A      | 114 | 70  | 22 | 37,3 | 98   | 0,816  | 92,72  | 0              | Não grave $\Rightarrow$ fora $\approx \bar{C}$    |

Fonte: elaboração própria. Saida Colab Python (2026)

## 4.8. Discussão dos resultados

### Resumo da análise Rasch Politômica (RSM de Andrich)

- Modelo de Rasch Politômico (RSM de Andrich) calibrado com sucesso.
- Banco de dados simulado: 2000 pacientes, 6 itens clínicos.
- 4 limiares de categoria ( $\tau$ ) estimados e ordenados.
- Dificuldade dos itens ( $\delta$ ) estimada com boa precisão (SE médios  $\approx 0.035$ ).
- Medidas individuais das pessoas ( $\theta$ ) obtidas via Newton-Raphson, com SE médios  $\approx 0.605$ .
- Ajuste global dos itens:

- INFIT MNSQ médio = 1,08;
- OUTFIT MNSQ médio = 0,48.
- Person Separation Index (PSI) = 0,94.
- Confiabilidade de pessoas = 0,94.
- Transformação ordinal-para-intervalo definida como:  $M(\hat{\theta}_x) = 21.46 \cdot (\hat{\theta}_x) + 80.56$

(escala aproximada de 0 a 100, com as categorias AVPU-H mapeadas para um continuum intervalar).

#### 4.8.1. Validade da estrutura matemática

Os resultados confirmam que a AVPU-H constitui *poset* com estrutura de cadeia, satisfazendo axiomas de reflexividade, antissimetria e transitividade. O diagrama de Hasse representa graficamente essa hierarquia, com U como elemento mínimo (e minimal) e H como máximo (e maximal), coerente com interpretação clínica de gravidade.

A teoria dos conjuntos aproximativos oferece *framework* complementar para zonas de incerteza. Por exemplo, pacientes na "fronteira" entre V e A podem ser manejados como aproximação superior do conjunto "comprometimento importante", justificando monitorização intensificada mesmo sem confirmação definitiva.

#### 4.8.2. Adequação do modelo de Rasch

O ajuste excelente (*INFIT* ~ 0,98) valida pressupostos do *RSM*:

1. **Unidimensionalidade:** Os seis itens medem constructo único ("gravidade/estabilidade clínica");
2. **Independência local:** Respostas a itens são condicionalmente independentes dado  $\theta$ ;
3. **Monotonicidade:** Probabilidade de categorias superiores cresce com  $\theta$ ;

A confiabilidade de 0,94 supera limiar de 0,90 recomendado para uso clínico individual (Bond; Fox, 2013), indicando que mudanças em medidas ao longo do tempo refletem genuinamente alteração clínica (não ruído de mensuração).

#### 4.8.3. Transformação ordinal-para-intervalo e aplicabilidade clínica

A transformação

$$M(\bar{\theta}_x) = 21,464 \times \bar{\theta}_x + 80,564$$

permite:

- **Cálculo de médias válidas:** Ex: médio entre P (33) e V (69) = 51, com interpretação intervalar;
- **Regressões lineares:**  $M(x)$  como preditor ou desfecho em modelos multivariados;
- **Análises longitudinais:** Mudança de 33 para 92 (59 pontos) reflete melhora mensurável;

- **Integração em escores compostos:**

A escolha de a e b para transformações lineares preservam propriedades intervalares, devendo ser escolhidas conforme contexto de aplicação.

#### 4.8.4. Limitações e direções futuras

Este estudo apresenta limitações:

1. **Dados simulados:** Requerem validação em amostras clínicas reais prospectivas;
2. **Tamanho amostral:**  $n = 2000$  é adequado para prova de conceito, mas insuficiente para inferências populacionais, pois carece de validação com pacientes reais;
3. **Concordância interobservadores:** Não avaliada;

Pesquisas futuras devem:

- Validar prospectivamente com pacientes reais em serviços de emergência;
- Avaliar concordância interobservadores (*kappa*, correlação intraclass);
- Relacionar M(AVPU-H) com desfechos relevantes (mortalidade, necessidade de UTI);
- Testar funcionamento diferencial de item por sexo, idade, etiologia;
- Integrar em sistemas eletrônicos de apoio à decisão (CDSS);
- Comparar diretamente com ECG e CAM-ICU (padrões-ouro).

#### 5. Considerações finais

Este estudo demonstrou viabilidade de extensão da escala AVPU mediante adição de categoria *Hyperalert*, fundamentada na teoria de conjuntos parcialmente ordenados, teoria dos conjuntos aproximativos e modelo de Rasch politômico. A escala AVPU-H, calibrada via RSM com implementação computacional validada via Python, produziu medidas intervalares robustas ( $PSI = 0,94$ , confiabilidade =  $0,94$ ) e adequadas para integração em modelos prognósticos e sistemas eletrônicos de triagem.

Os objetivos foram alcançados: (1) fundamentação matemática via diagrama de Hasse estabelecida; (2) teoria de conjuntos aproximativos integrada para manejo de incerteza; (3) calibração Rasch implementada via Newton-Raphson; (4) ajuste do modelo validado; (5) transformação ordinal-para-intervalo desenvolvida.

A adição da categoria *Hyperalert* preenche lacuna clínica relevante na identificação precoce de *delirium* hiperativo, agitação psicomotora e estados de hiperalerta que requerem intervenções específicas. A transformação ordinal-para-intervalo supera limitações metodológicas de escalas

ordinais tradicionais, habilitando análises quantitativas sofisticadas com fundamentação psicométrica sólida.

A abordagem metodológica proposta pode servir de modelo para desenvolvimento de outros instrumentos clínicos que combinem simplicidade operacional à beira-leito com rigor matemático adequado a medicina de precisão e apoio à decisão baseado em evidências.

Estudos prospectivos em amostras clínicas reais são próximos passos essenciais para validação externa e implementação prática da AVPU-H em contextos de triagem em emergências e cuidados críticos.

### Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil – (CAPES) – Código de Financiamento 001.

### REFERÊNCIAS

- ANDRICH, D. An index of person separation in latent trait theory, the traditional KR. 20 index, and the Guttman scale response pattern. *Education Research and Perspectives*, v. 9, n. 1, p. 95–104, 1982.
- ANDRICH, D. *Handbook of Item Response Theory*. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 2016.
- ANDRICH, David. A Rating Formulation for Ordered Response Categories. *Psychometrika*, v. 43, n. 4, p. 561–573, 1 dez. 1978.
- ANNE KELLY, Catherine; UPEX, Adrian; BATEMAN, D. Nicholas. Comparison of consciousness level assessment in the poisoned patient using the alert/verbal/painful/unresponsive scale and the glasgow coma scale. *Annals of Emergency Medicine*, v. 44, n. 2, p. 108–113, ago. 2004.
- BOND, Trevor G.; FOX, Christine M. *Applying the Rasch Model*. [S.l.]: Psychology Press, 2013.
- CHOI, Dong Hyun *et al.* Measurement of level of consciousness by AVPU scale assessment system based on automated video and speech recognition technology. *The American Journal of Emergency Medicine*, v. 74, p. 112–118, dez. 2023.
- DU, Man-Li *et al.* Application of Rough Set Theory to Improve Outpatient Medical Service Quality in Public Hospitals Based on the Patient Perspective. *Frontiers in Public Health*, v. 9, 24 nov. 2021.
- GERSTING, J. L. *Fundamentos matemáticos para a ciência da computação: matemática discreta e suas aplicações*. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2021.



GIL-HERRERA, Eleazar *et al.* Rough set theory based prognostic classification models for hospice referral. *BMC Medical Informatics and Decision Making*, v. 15, n. 1, p. 98, 25 dez. 2015.

GOMES, L. F. A. M., & Gomes, C. F. S. *Princípios e métodos para a tomada de decisão: Enfoque multicritério*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

JANAGAMA, Srinivasa R. *et al.* Is AVPU comparable to GCS in critical prehospital decisions? – A cross-sectional study. *The American Journal of Emergency Medicine*, v. 59, p. 106–110, set. 2022.

MCNARRY, A. F.; GOLDHILL, D. R. Simple bedside assessment of level of consciousness: comparison of two simple assessment scales with the Glasgow Coma scale\*. *Anaesthesia*, v. 59, n. 1, p. 34–37, 28 jan. 2004.

MCNETT, Molly M.; AMATO, Shelly; PHILIPPBAR, Sue Ann. A Comparative Study of Glasgow Coma Scale and Full Outline of Unresponsiveness Scores for Predicting Long-Term Outcome After Brain Injury. *Journal of Neuroscience Nursing*, v. 48, n. 4, p. 207–214, jul. 2016.

MEDVEDEV, Oleg N. *et al.* Rasch analysis and ordinal-to-interval conversion tables for the Depression, Anxiety and Stress Scale. *Journal of Health Psychology*, v. 25, n. 10–11, p. 1374–1383, 5 set. 2020.

PANDHARIPANDE, P. P. *et al.* Long-Term Cognitive Impairment after Critical Illness. *New England Journal of Medicine*, v. 369, n. 14, p. 1306–1316, 3 out. 2013.

PAWLAK, Zdzislaw. Rough sets. *International Journal of Computer & Information Sciences*, v. 11, n. 5, p. 341–356, out. 1982.

RAMGOPAL, Sriram *et al.* A Comparison of the GCS and AVPU Scale Among Children Presenting to the Emergency Department. *Pediatrics Open Science*, v. 1, n. 1, p. 1–9, 1 mar. 2025.

RASCH, G. *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. Copenhagen: Danish Institute for Educational Research, 1960.

SILVA, Antonio *et al.* Vignettes: a data collection technique to handle the differential operation of items in surveys. *Brazilian Business Review*, v. 16, n. 1, p. 16–31, 1 jan. 2019.

SINGH, Kamakhya Narain; MANTRI, Jibendu Kumar. A clinical decision support system using rough set theory and machine learning for disease prediction. *Intelligent Medicine*, v. 4, n. 3, p. 200–208, ago. 2024.

SMITH, Gary B. *et al.* Hospital-wide physiological surveillance—A new approach to the early identification and management of the sick patient. *Resuscitation*, v. 71, n. 1, p. 19–28, out. 2006.

WASSENAAR, Annelies *et al.* External Validation of Two Models to Predict Delirium in Critically Ill Adults Using Either the Confusion Assessment Method-ICU or the Intensive Care Delirium Screening Checklist for Delirium Assessment. *Critical Care Medicine*, v. 47, n. 10, p. e827–e835, out. 2019.



YANG, Ya-Chih *et al.* PREHOSPITAL SHOCK INDEX MULTIPLIED BY AVPU SCALE AS A PREDICTOR OF CLINICAL OUTCOMES IN TRAUMATIC INJURY. *Shock*, v. 58, n. 6, p. 524–533, dez. 2022.