

Decidindo entre reduzir prazo ou parcela após uma amortização antecipada no SAC considerando a inflação

Denis Mota de Sousa

Campus Duque de Caxias Professor Geraldo Cidade, UFRJ,
15054-000, Duque de Caxias, RJ
E-mail: denis@caxias.ufrj.br

Resumo: Um financiamento imobiliário é um empréstimo concedido por uma instituição financeira para a compra de um imóvel. Este tipo de empréstimo, por corresponder a um valor alto, geralmente tem prazos longos e juros mais baixos que os de outras modalidades. No Sistema de Amortização Constante (SAC), o valor das prestações diminuem ao longo do tempo, já que os juros são calculados a cada mês sobre o saldo devedor atualizado. Se o cliente está honrando o pagamento das prestações, ele pode abater uma parte da dívida sem pagar juros (amortização antecipada). Quando isso acontece, normalmente a instituição financeira dá ao cliente duas opções: reduzir o valor da prestação e manter o prazo ou manter o valor da última prestação e reduzir o prazo. Neste trabalho determinamos qual dessas opções resulta em um menor gasto, o que pode servir como um importante critério para decidir qual delas escolher.

Palavras-chave: *matemática financeira; financiamento; SAC; amortização antecipada.*

1 Introdução

Um *financiamento imobiliário* é um empréstimo concedido por uma instituição financeira com a finalidade de pagar pela compra de um imóvel. Por ser um instrumento que viabiliza realizar o sonho da casa própria, essa operação de crédito desperta o interesse de muita gente.

Devido ao alto valor envolvido, o financiamento imobiliário geralmente possui um prazo longo e taxas de juros mais baixas em comparação a outros tipos de empréstimos. Na compra de um imóvel é comum que se pague um valor de entrada e o saldo restante ser quitado através de um financiamento.

A *amortização* é o ato de reduzir uma parte da dívida. No *Sistema de Amortização Constante* (SAC), as amortizações mensais têm valores fixos, e as prestações diminuem ao longo do tempo, uma vez que os juros são calculados mensalmente com base no saldo devedor atualizado. Esse é o sistema mais utilizado no Brasil, pois oferece vantagens tanto para os bancos quanto para os clientes.

A *amortização antecipada* acontece quando um cliente, estando em dia com o pagamento das prestações, paga uma parte da dívida vigente. Quando isso ocorre, é muito vantajoso para o cliente pois assim parte de sua dívida é paga sem juros, o que não aconteceria se ele pagasse toda a dívida somente através das prestações.

Quando se faz uma amortização antecipada, normalmente a instituição financeira dá duas opções para se refazer o cálculo das prestações seguintes: diminuir o valor da prestação, mantendo o prazo, ou manter o valor da prestação, reduzindo o prazo. Não é tão simples escolher qual das duas é a melhor opção. Neste texto vamos mostrar em qual das duas opções gasta-se menos.

Algumas publicações científicas nacionais já abordaram questões sobre financiamentos imobiliários [2, 3, 4, 5], porém sobre o problema discutido neste artigo ainda nada foi publicado. Ele é de grande relevância pois sua resposta revela uma informação muito importante a se considerar caso se queira abater uma parte da dívida antes do prazo.

No presente trabalho propomos investigar qual das duas opções gasta-se menos se considerarmos a correção monetária e a inflação. Mas como os índices usados para essas variações são imprevisíveis, não é possível dar uma resposta geral para essa questão. Fizemos dois experimentos considerando a TR para a correção monetária e o IPCA para inflação em duas épocas diferentes: entre janeiro de 1991 a junho de 2013 e entre janeiro de 2000 a junho de 2022.

2 Amortizações, Juros e Prestações

Vamos considerar um financiamento imobiliário de D_0 reais, com prazo de n meses e taxa de juros de $x\%$ ao mês. Vamos denotar por $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, a correção monetária correspondentes aos meses das prestações $1, 2, \dots, n$ do financiamento.

A primeira prestação deve ser paga no mês seguinte a efetivação do contrato e as prestações seguintes são pagas mensalmente. Nela é amortizado, em reais,

$$A_1 = \frac{(1 + \xi_1)D_0}{n}$$

e o novo saldo devedor passa a ser

$$\begin{aligned} D_1 &= (1 + \xi_1)D_0 - \frac{(1 + \xi_1)D_0}{n} \\ &= \frac{(n - 1)(1 + \xi_1)D_0}{n}. \end{aligned}$$

Depois de $k - 1$ prestações pagas, a próxima amortização, em reais, será de

$$A_k = \frac{(1 + \xi_k)D_{k-1}}{n - k + 1}$$

e o saldo devedor, em reais, será de

$$\begin{aligned} D_k &= (1 + \xi_k)D_{k-1} - \frac{(1 + \xi_k)D_{k-1}}{n - k + 1} \\ &= \frac{(n - k)(1 + \xi_k)D_{k-1}}{n - k + 1}, \end{aligned}$$

para $k = 1, 2, \dots, n$.

Em cada prestação, além da amortização, são pagos também juros, seguro e, às vezes, taxa de administração. Os juros dependem diretamente do saldo devedor atualizado. Se o financiamento cobra juros mensais de $x\%$, a parcela de juros da k -ésima prestação, em reais, é de

$$J_k = x\%(1 + \xi_k)D_{k-1},$$

para $k = 1, 2, \dots, n$.

Neste trabalho não vamos considerar o seguro e a taxa de administração. Assim a prestação é composta pela amortização mais os juros, de forma que a k -ésima prestação é dada, em reais, por

$$\begin{aligned} P_k &= A_k + J_k \\ &= \frac{(1 + \xi_k)D_{k-1}}{n - k + 1} + x\%(1 + \xi_k)D_{k-1} \\ &= (1 + \xi_k)D_{k-1} \left(\frac{1}{n - k + 1} + x\% \right), \end{aligned}$$

para $k = 1, 2, \dots, n$.

3 Reduzir a Prestação ou o Prazo?

Consideremos agora que, em um financiamento, no ℓ -ésimo mês, a pessoa decida amortizar antecipadamente M reais da dívida. Quando solicitamos a amortização antecipada em um financiamento, normalmente a instituição financeira nos dá duas opções:

Opção I. Reduzir o valor da prestação, mantendo o prazo original.

Opção II. Manter o valor da última prestação, reduzindo o prazo.

3.1 Quanto custará cada opção?

Reduzir o valor da prestação dá uma sensação imediata de estar economizando, pois a prestação, a partir do mês seguinte, será mais baixa e isso trará um alívio rápido ao orçamento doméstico. Mas considerando o gasto total com a compra do imóvel, será que essa é a opção mais vantajosa?

Nas duas opções será como se um novo financiamento fosse iniciado com saldo devedor de $\overline{D_0} = D_\ell - M$ reais. Para organizar a comparação, denotaremos por Q_k , com $k = 1, 2, \dots, n - \ell$, as parcelas da **Opção I** e de R_k , com $k = 1, 2, \dots, n_\ell$, as parcelas da **Opção II**. Vamos calcular quanto se gasta pagando todas as prestações nos dois casos, desconsiderando as prestações até a ℓ -ésima, pois essas serão iguais nas duas opções.

Opção I - Reduzir o valor da prestação, mantendo o prazo original

Se após o pagamento da ℓ -ésima prestação foi amortizado um valor de M reais da dívida e optou-se por reduzir o valor da prestação, mantendo o prazo original, o financiamento será reiniciado com o novo saldo devedor de $\overline{D_0}$ reais, mesma taxa de juros de $x\%$ ao mês, prazo de $n - \ell$ meses e correções monetárias dos meses correspondentes a vigência do financiamento.

Opção II - Manter o valor da última prestação, reduzindo o prazo

Se após o pagamento da ℓ -ésima prestação foi amortizado um valor de M reais da dívida e optou-se por manter aproximadamente o valor da última prestação, reduzindo o prazo, o financiamento será reiniciado com o novo saldo devedor de $\overline{D_0}$ reais, mesma taxa de juros de $x\%$ ao mês, com o prazo de n_ℓ meses e correções monetárias dos meses correspondentes a vigência do financiamento, de forma que o prazo deve satisfazer

$$P_\ell \approx R_1 = \frac{(1 + \overline{\xi_1})\overline{D_0}}{n_\ell} + x\%(1 + \overline{\xi_1})\overline{D_0}.$$

Somando $-x\%(1 + \overline{\xi_1})\overline{D_0}$ nos dois lados da aproximação acima e, em seguida, multiplicando-a por n_ℓ , obtemos

$$n_\ell (P_\ell - x\%(1 + \overline{\xi_1})\overline{D_0}) \approx (1 + \overline{\xi_1})\overline{D_0}.$$

Dividindo os dois lados da nova aproximação por $P_\ell - x\%(1 + \overline{\xi_1})\overline{D_0}$ temos

$$n_\ell \approx \frac{(1 + \overline{\xi_1})\overline{D_0}}{P_\ell - x\%(1 + \overline{\xi_1})\overline{D_0}}. \quad (1)$$

Como n_ℓ deve ser um inteiro, podemos tomar n_ℓ igual ao arredondamento da expressão do lado direito da aproximação em (1).

3.2 Considerando a Inflação

Chamamos de *inflação* o aumento generalizado e contínuo dos preços de bens e serviços em uma economia ao longo do tempo. Ou seja, quando há inflação, o dinheiro perde poder de compra e você precisa de mais dinheiro para comprar as mesmas coisas.

Vamos denotar por $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$, a inflação correspondentes aos meses das prestações $P_1, P_2, \dots, P_n$. A inflação dos meses correspondentes às prestações P_{ℓ_1} a P_{ℓ_2} , com $1 \leq \ell_1 < \ell_2 \leq n$, é dada por

$$1 + \theta_{\ell_1, \ell_2} = \prod_{k=\ell_1+1}^{\ell_2} (1 + \theta_k).$$

Assim, se um produto custa M_1 reais no mês ℓ_1 do financiamento, considerando a inflação, no mês ℓ_2 ele custará $(1 + \theta_{\ell_1, \ell_2})M_1$ reais. E, se ele custa M_2 reais no mês ℓ_2 do financiamento, considerando a inflação, no mês ℓ_1 ele custará $\frac{1}{1 + \theta_{\ell_1, \ell_2}} M_2$ reais. Portanto, se quisermos considerar o valor da prestação do mês k para o mês ℓ , com $\ell < k$, tomamos

$$P_k^* = \frac{1}{1 + \theta_{\ell, k}} P_k.$$

Considerando a inflação, as somas das prestações nas duas opções ficam

$$\begin{aligned} S_{Q^*}^{(n-\ell)} &= \sum_{k=1}^{n-\ell} Q_k^* \\ &= \sum_{k=1}^{n-\ell} \frac{1}{1 + \theta_{0, k}} Q_k \end{aligned} \quad (2)$$

e

$$\begin{aligned} S_{R^*}^{(n_\ell)} &= \sum_{k=1}^{n_\ell} R_k^* \\ &= \sum_{k=1}^{n_\ell} \frac{1}{1 + \theta_{0, k}} R_k. \end{aligned} \quad (3)$$

Perceba que as parcelas destes somatórios não são expressões fechadas que nos permitem prever o resultado. Principalmente porque os termos $\theta_{0, k}$, para $k = 1, 2, \dots, n - \ell$, não são previsíveis, pois eles variam de acordo com a economia.

O principal indicador de inflação no nosso país é o *Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA)*. Nos nossos experimento usaremos este índice para calcular o valor presente de cada parcela.

3.3 Correção Monetária

Se estamos considerando a inflação, é justo considerarmos também a *correção monetária*, mecanismo usado para atualizar o saldo devedor ao longo do tempo, compensando a perda do poder de compra causada pela inflação.

A *Taxa Referencial (TR)* é um índice econômico criado no Brasil em 1991 e utilizado principalmente como referência para correção monetária em diversos contratos. É muito comum que ele seja usado em contratos de financiamentos imobiliários para atualizar mensalmente o saldo devedor.

4 Experimentos

Faremos aqui dois experimentos considerando o histórico do IPCA e da TR em dois períodos diferentes, trazendo o valor de todas as prestações seguintes para o mês zero do financiamento após a amortização. Os dados de IPCA e TR utilizados nos experimentos foram retirados de www.ipeadata.gov.br.

Exemplo 1. Vamos considerar que uma pessoa fez um financiamento de 100 mil reais, para serem pagos em 30 anos, a uma taxa de 1% ao mês, no SAC. Esta mesma pessoa, logo após o pagamento da 90ª prestação, decidiu amortizar 30 mil reais que havia conseguido economizar.

A instituição financeira na qual ela fez o empréstimo deu duas opções para ela continuar o financiamento após a amortização: reduzir o valor da prestação, mantendo o prazo, ou manter o valor da última prestação, reduzindo o prazo.

Para calcular o que a pessoa gastou até o ato da amortização vamos fazer todos os cálculos desconsiderando a inflação e a correção monetária sobre a dívida, pois essa parte não fará diferença para optar entre as **Opções I e II**. Até o 90º mês foram pagos, em reais,

$$\begin{aligned} S^{(90)} &= \sum_{k=1}^{90} P_k \\ &= \frac{100.000 \times 90}{360} \left(1 + 1\% \left(360 - \frac{90 - 1}{2} \right) \right) \\ &= 103.875, \end{aligned}$$

segundo a fórmula para a soma das parcelas apresentada em [1].

O valor da dívida, em reais, no mesmo mês estava em

$$D_{90} = 100.000 - 90 \times \frac{100.000}{360} = 75.000.$$

Após a amortização antecipada de $M = 30.000$ reais, o saldo devedor da dívida, em reais, passa a ser

$$\overline{D}_0 = 75.000 - 30.000 = 45.000.$$

4.1 Considerando a inflação de janeiro de 1991 a junho de 2013

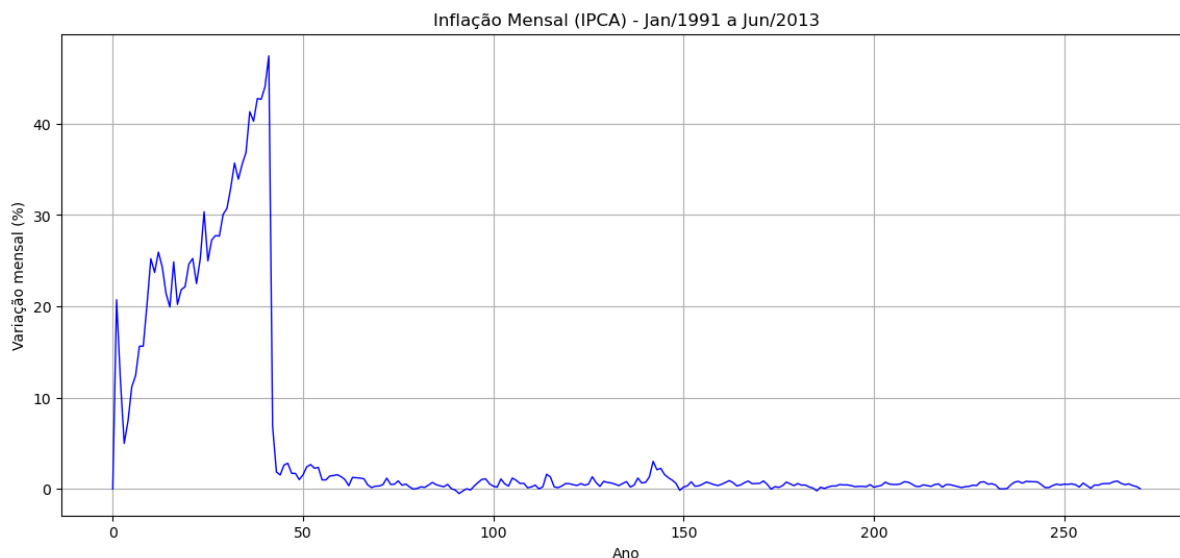


Figura 1: IPCA mensal de janeiro de 1991 a junho de 2013.

Opção I - Reduzir o valor da prestação, mantendo o prazo original

Nesta opção, restarão 270 prestações a serem pagas. A soma de todas as prestações, em reais, após a 90ª, será de

$$\begin{aligned} S_{Q^*}^{(270)} &= \sum_{k=1}^{270} Q_k^* \\ &= 100.032,77. \end{aligned}$$

Opção II - Manter o valor da última prestação, reduzindo o prazo

Para calcularmos o novo prazo nessa opção usamos a fórmula em (1). A nova quantidade de prestações após a amortização será a parte inteira de

$$\frac{45.000}{1.030,56 - 1\%45.000} \approx 77,51.$$

Portanto $n_{90} = 78$.

A soma de todas as prestações, em reais, após a 90ª será de

$$\begin{aligned} S_{R^*}^{(78)} &= \sum_{k=1}^{78} R_k^* \\ &= 72.258,76. \end{aligned}$$

Então na **Opção I** seriam pagos 100.032,77 reais pelos 45 mil reais restantes da dívida, enquanto na **Opção II** seriam pagos 72.258,76 reais. Ou seja, na **Opção II** gasta-se 27.774,01 reais a menos do que na **Opção I**. Além de que liquida-se a dívida em 16 anos a menos.

4.2 Considerando a inflação de janeiro de 2000 a junho de 2022

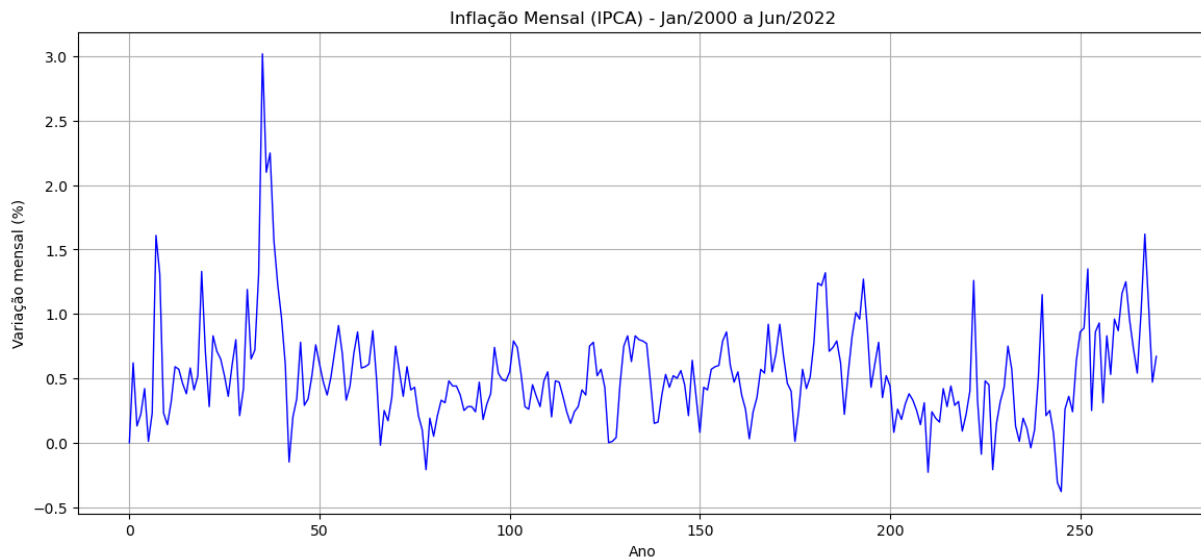


Figura 2: IPCA mensal de janeiro de 2000 a junho de 2022.

Opção I - Reduzir o valor da prestação, mantendo o prazo original

Nesta opção, restarão 270 prestações a serem pagas. A soma de todas as prestações, em reais, após a 90^a, será de

$$\begin{aligned} S_{Q^*}^{(270)} &= \sum_{k=1}^{270} Q_k^* \\ &= 72.050,64. \end{aligned}$$

Opção II - Manter o valor da última prestação, reduzindo o prazo

A soma de todas as prestações, em reais, após a 90^a será de

$$\begin{aligned} S_{R^*}^{(78)} &= \sum_{k=1}^{78} R_k^* \\ &= 63.541,32. \end{aligned}$$

Então na **Opção I** seriam pagos 72.050,64 reais pelos 45 mil reais restantes da dívida, enquanto na **Opção II** seriam pagos 63.541,32 reais. Ou seja, na **Opção II** gasta-se 8.509,32 reais a menos do que na **Opção I**.

5 Conclusão

No presente trabalho propomos investigar qual das duas opções gasta-se menos se considerarmos a correção monetária e a inflação. Mas como os índices usados para essas variações são imprevisíveis, não é possível dar uma resposta geral para essa questão. Fizemos dois experimentos considerando a TR para a correção monetária e o IPCA para inflação em duas épocas diferentes: entre janeiro de 1991 a junho de 2013 e entre janeiro de 2000 a junho de 2022. Nos dois períodos analisados encontramos que o reduzir o prazo é mais vantajoso, assim como no estudo anterior em [1].

Referências

- [1] DE SOUSA, Denis Mota. Sobre amortização antecipada em financiamentos imobiliários no SAC: reduzir o prazo ou a prestação?, Professor de Matemática Online, Rio de Janeiro, v.12, p.589-597, 2024.
- [2] FERREIRA, Débora Borges. SAC ou price?, Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, n. 85, p. 42-45, 2014.
- [3] MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo; ZANI, Sheila. Progressões e Matemática Financeira. Coleção do Professor de Matemática. SBM. 2000.
- [4] SANTOS, Keila Maria Borges dos. A matemática do financiamento habitacional. 2015. 72 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.
- [5] SANTOS, Sérgio Ferreira dos. Análise comparativa dos sistemas de amortizações: SAC e Price (ProfMat) - Universidade Estadual do Piauí, Santos, 2020.