

A modelagem matemática na aprendizagem de equações diferenciais ordinárias: um experimento com a Lei de Newton e cerveja pilsen

Dalile Tochetto

Eluísia Andréia Nerling

Milton Kist

Curso de Matemática - Licenciatura

Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *Campus* Chapecó

89815-899, Chapecó, SC

E-mail: daliletochetto@gmail.com, eluisanerling@gmail.com, milton.kist@uffs.edu.br

RESUMO

A Matemática, quando compreendida como uma linguagem para interpretar a realidade, permite modelar e prever fenômenos do cotidiano. Dentro dessa perspectiva, as Equações Diferenciais Ordinárias são fundamentais para descrever processos dinâmicos que envolvem variações contínuas, como trocas de calor. [3], na definição de Equações Diferenciais, afirma que “a palavra diferencial e equações obviamente sugerem a resolução de algum tipo de equação envolvendo derivadas”. Um exemplo clássico é a Lei do Aquecimento/ Resfriamento de Newton, que explica como a temperatura de um corpo evolui quando exposto a um ambiente com temperatura desigual. Essa lei estabelece que a taxa de variação da temperatura de um corpo é proporcional à diferença entre sua temperatura e a do ambiente e é expressa pela equação diferencial de primeira ordem:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - Ta). \quad (1)$$

Segundo [3], esse tipo de equação é uma EDO de primeira ordem e separável, o que permite sua resolução direta pelo método das variáveis separáveis, resultando na equação:

$$T(t) = Ce^{kt} + Ta. \quad (2)$$

O uso desse modelo em atividades experimentais aproxima o aluno de situações reais, estimula a curiosidade científica e, conforme [1], integra a modelagem como um processo investigativo, onde a matemática ajuda a compreender o mundo. Nesse contexto, foi realizada uma pesquisa aplicada de abordagem quantitativa e experimental, investigando o comportamento térmico de uma cerveja pilsen exposta à temperatura ambiente. Esse trabalho foi desenvolvido na disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul, no segundo semestre de 2025 e ministrada pelo professor Dr. Milton Kist. Através do aquecimento da cerveja Pilsen em temperatura ambiente, modelado pela Lei de Newton em uma situação cotidiana e de interesse prático (a perda da temperatura ideal de consumo), busca-se validar o modelo em um experimento simples, evidenciando o potencial da modelagem matemática no ensino de EDOs. O experimento foi conduzido em ambiente interno, para evitar interferências. Compararam-se dois recipientes, um copo de vidro e um copo térmico, com o objetivo de avaliar quantitativamente a eficiência térmica dos recipientes e verificar a aderência ao modelo matemático proposto. Foram utilizados um termômetro digital (precisão de 1°C), um cronômetro, duas latas de cerveja pilsen (Heineken) previamente refrigeradas, servidas em momentos distintos, sendo que a cerveja destinada ao copo de vidro apresentava temperatura inicial de 1,1°C, enquanto a servida no copo térmico iniciava em 2,6°C.

A temperatura ambiente foi registrada no início e ao final, mantendo-se constante em $26,5^{\circ}\text{C}$. Além disso, foi considerada a temperatura ideal de consumo da cerveja, que de acordo com [2], mestre de produção global da Heineken, situa-se entre 3°C e 5°C , faixa que equilibra o amargor do lúpulo, o sabor do malte e proporciona maior refrescância.

Na modelagem dos dados experimentais no copo de vidro, adota-se a condição inicial $1,1^{\circ}\text{C}$ e a temperatura ambiente $26,5^{\circ}\text{C}$ na aplicação da Lei de Newton para determinar a constante, resultando em $C = -25,4$. A partir da coleta de dados, após cinco minutos, a cerveja atingiu $2,5^{\circ}\text{C}$. Com isso é possível determinar a constante k , que assume o valor aproximado de $k = -0,011339068$, permitindo estipular a temperatura aproximada da cerveja ao longo do tempo. A partir da solução da EDO, verifica-se que após 10 minutos a temperatura da cerveja será de aproximadamente $3,8^{\circ}\text{C}$, valor que coincide com o observado experimentalmente. Já para 20 minutos, o modelo prevê uma temperatura em torno de $6,2^{\circ}\text{C}$, enquanto nos dados coletados corresponde a $6,1^{\circ}\text{C}$, apresentando uma diferença de $0,1^{\circ}\text{C}$.

Para o copo térmico, utilizou-se o mesmo procedimento adotado para o copo de vidro: aplicou-se a solução geral da equação diferencial da Lei de Newton, substituindo na equação os valores da temperatura ambiente, da temperatura inicial ($2,6^{\circ}\text{C}$) e o ponto experimental registrado aos 9 minutos, quando a cerveja apresentava $2,7^{\circ}\text{C}$. Com isso, determinaram-se as constantes $C = -23,9$ e $k = -0,0004658$, possibilitando estimar a temperatura aproximada da cerveja ao longo do tempo. A partir da solução da EDO, prevê-se aproximadamente $2,8^{\circ}\text{C}$ após 15 minutos, valor que coincide com o observado experimentalmente. Da mesma forma, calculou-se a temperatura teórica para o instante 30 minutos, prevendo uma temperatura em torno de $3,1^{\circ}\text{C}$, enquanto nos dados coletados corresponde a $3,4^{\circ}\text{C}$, apresentando uma diferença de $0,3^{\circ}\text{C}$.

O modelo matemático obtido pela Lei de Newton apresentou bom ajuste e elevada aderência aos dados experimentais, resultando em um erro percentual inferior a 6% evidenciando o potencial da Modelagem Matemática como estratégia eficaz para a aprendizagem de EDOs, especialmente quando articulada a experimentos reais e situações significativas para os estudantes. Com base nos resultados obtidos e na afirmação de que a temperatura ideal seria entre 3°C e 5°C , verificou-se que, no copo de vidro, a cerveja atingiu a temperatura de 3°C em 7 minutos e de 5°C em 15 minutos, permanecendo, portanto, na faixa considerada ideal para consumo por aproximadamente 8 minutos. No copo térmico, por sua vez, a bebida atingiu 3°C somente após 19 minutos e, durante o período analisado, não alcançou 5°C . Modelando por meio da Lei de Newton, o copo térmico alcançaria a temperatura de 5°C após aproximadamente 119,8 minutos. Consequentemente, permaneceria na temperatura ideal de consumo por aproximadamente 1 hora e 40 minutos.

Palavras-chave: *Modelagem Matemática, Equações Diferenciais Ordinárias, Lei do Aquecimento/ Resfriamento de Newton*

Referências

- [1] R. C. Bassanezi, *Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*, Contexto, São Paulo, 2014.
- [2] F. Evers, Heineken's "five steps" to serve best beer, *The Korea Times*, 2015.
- [3] D. G. Zill, *Equações Diferenciais com Aplicações em Modelagem*, Cengage Learning, São Paulo, 2016.