

Equações diferenciais no processo de memorização: um estudo utilizando modelagem matemática

Bianca Gromann

Milton Kist

Curso de Matemática - Licenciatura
Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *Campus* Chapecó
89815-899, Chapecó, SC
E-mail: biagromann.com@gmail.com, milton.kist@uffs.edu.br

RESUMO

No âmbito da aprendizagem, a memória é uma ferramenta muito importante no processo intelectual do indivíduo, auxiliando na percepção e na construção de sentido sobre o mundo. Compreende-se que ela exerce uma função importante nesse desenvolvimento, chegando inclusive a evidenciar mudanças no volume de matéria cinzenta cerebral de quem mantém uma prática ativa de estudos e revisão [2]. Nesse sentido, buscou-se adotá-la como objeto de estudo, a partir de um modelo matemático que descreve o comportamento da memória de curto prazo de um indivíduo. Assim, o presente trabalho foi elaborado na disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias, ministrada pelo professor Dr. Milton Kist no segundo semestre de 2025, no curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS).

Para o desenvolvimento, foram realizados testes de memorização com três indivíduos de idades distintas. Para isso, utilizou-se uma lista com 12 palavras numeradas retiradas do livro Modelagem Matemática [1]. Contabilizou-se, os acertos apenas quando a palavra certa estava escrita na posição correta, ou seja, a ordem das palavras foi um fator importante. O teste foi dividido em 4 momentos. Antes de começar, foi explicado o funcionamento da atividade para cada participante, sendo que nenhum deles teve contato uns com os outros, já que cada um realizou o teste individualmente. A primeira etapa consistiu em entregar a folha com a lista de palavras e solicitou-se que estudassem por 30 segundos. O tempo foi cronometrado o mais precisamente possível. Após a finalização do estudo, foi pedido para que anotassem as palavras memorizadas em uma folha. Na segunda etapa, que ocorreu logo na sequência, entregou-se a lista de palavras para que estudassem por 30 segundos novamente. A terceira e a quarta etapa foram a repetição do processo.

A modelagem matemática foi construída por meio de equações diferenciais lineares de primeira ordem. De acordo com Zill [3] “na teoria da aprendizagem, supõe-se que a taxa segundo a qual um assunto é memorizado é proporcional à quantidade a ser memorizada”. Desse modo, a equação diferencial empregada para a modelagem pode ser escrita como:

$$\frac{dA(t)}{dt} = k(M - A(t)) \quad (1)$$

Onde $\frac{dA(t)}{dt}$ é a taxa de aprendizagem em relação ao tempo; k é a constante de aprendizagem ou índice individual de memorização ($k > 0$); M é a quantidade total de um assunto a ser memorizado; $A(t)$ é a quantidade memorizada no instante $t > 0$. Após encontrar a solução da equação diferencial, dada por

$$A(t) = M + Ce^{-kt} \quad (2)$$

considerou-se $M = 12$, visto que essa foi a quantidade de informações (palavras) utilizadas nos testes, e foi imposta a condição inicial $A(0) = 0$, já que no início do processo o indivíduo ainda não teve contato com a lista de palavras. Isso permitiu encontrar $C = -12$. Por fim, a expressão para a solução do problema apresentado é dada por 3.

$$A(t) = 12 - 12e^{-kt} \tag{3}$$

Em relação aos resultados para cada participante do teste, pode-se destacar que na primeira etapa, com 30 segundos de estudo, o primeiro participante conseguiu acertar 2 palavras, na segunda etapa, com 60 segundos (30 acumulado da primeira etapa), acertou 5 palavras, na terceira, com 90 segundos (60 acumulado das etapas anteriores), acertou 6 palavras e na quarta, com 120 segundos, (90 acumulados) acertou 6 palavras. Utilizou-se $A(60)=5$ como condição inicial (CI) e, aplicando na equação 3, encontrou-se que $k \cong 0,0089$. Portanto, a equação diferencial que modelou a memorização para o primeiro participante foi $A(t) = 12 - 12e^{-0,0089t}$, permitindo encontrar $A(30) \cong 2,833$, $A(60) = 5$ (dado) , $A(90) \cong 6,652$ e $A(120) \cong 7,915$. Foi possível perceber que o primeiro e o terceiro valor calculados pela equação diferencial se aproximaram mais do resultado experimental, enquanto o último ficou mais distante.

Ademais, foram criadas tabelas para cada um dos participantes, a fim de organizar todos os dados obtidos. A Tabela 1 mostra um exemplo disso, mostrando os dados do segundo participante, sendo que a equação neste caso foi $A(t) = 12 - 12e^{-0,0231t}$. Diferente do primeiro participante, o primeiro valor experimental ficou distante do valor calculado pela equação diferencial, enquanto os dois últimos valores tiveram uma aproximação melhor.

Etapas	Tempo de Estudo	Valores experimentais	Valores Calculados pela Equação
1	30 seg	2	5,999
2	60 seg	9	9 (dado)
3	90 seg	9	10,449
4	120 seg	12	11,249

Tabela 1: Comparação dos valores para o segundo participante

O terceiro participante acertou 2, 7, 11 e 10 palavras nas etapas 1, 2, 3 e 4 respectivamente. Foi considerada a CI $A(60) = 7$, encontrando-se $A(t) = 12 - 12e^{-0,0146t}$. Os dados resultados da equação foram aproximadamente 4,256; 7 (dado); 8,775; 9,918 nesta ordem, para as quatro etapas. Nesse caso, o último resultado calculado pela equação diferencial foi o que mais ficou próximo ao dado experimental, tendo como valores 9,918 e 10 respectivamente.

Nesse estudo percebeu-se que a modelagem por equações diferenciais ordinárias lineares pode ser um recurso útil para descrever, de forma aproximada, a taxa de memorização de um assunto ao longo do tempo. Nessa perspectiva, os testes realizados com os três participantes mostram que, embora o modelo consiga representar algumas características mais gerais do processo, a memorização envolve mecanismos complexos. No caso deste trabalho, torna-se importante realizar novos estudos, utilizando outros métodos científicos/matemáticos de modo a representar de forma mais completa a complexidade da memorização humana.

Palavras-chave: *Memorização, Equações Diferenciais, Modelagem Matemática*

Referências

[1] A.M.A. Bertone, R.C. Bassanezi, R.S.M. Jafelice. *Modelagem Matemática*. Uberlândia, MG: UFU, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/25315>. Acesso em: 02 dez. 2025.

[2] K. Woollett, E.A. Maguire. *Acquiring “the Knowledge” of London’s Layout Drives Structural Brain Changes*. Current Biology, 2011, Volume 21, Issue 24, 2109 - 2114. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cub.2011.11.018>. Acesso em: 18 nov. 2025.

[3] D.G. Zill. *Equações diferenciais com aplicações em modelagem*. 3 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.