

Modelagem matemática da dispersão espacial de *Doryctobracon areolatus* em pomares infestados com *Anastrepha fraterculus*

Matheus Moro Moutinho, Alexandre Molter, Poliana K. P. Selau

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, PPGMMat, UFPEL,
96160-000, Capão do Leão, RS

E-mail: matheus.thiago.moro@gmail.com, alexandre.molter@ufpel.edu.br,

Dori Edson Nava

Embrapa Clima Temperado

83411-000, Pelotas, RS

E-mail: dori.edson-nava@embrapa.br

Resumo: Este trabalho apresenta um estudo da dispersão espacial de insetos num sistema hospedeiro–parasitoide formado pela mosca-das-frutas *Anastrepha fraterculus* (Wiedemann, 1830) (Diptera: Tephritidae) e seu parasitoide *Doryctobracon areolatus* (Szepligeti, 1911) (Hymenoptera, Braconidae). A dispersão é modelada por meio de redes, permitindo descrever a movimentação das populações em uma malha espacial discreta e avaliar como diferentes intensidades de conectividade influenciam a distribuição das populações e a eficácia do parasitismo. O tempo e a densidade das populações são consideradas variáveis contínuas. Os resultados mostram que a dispersão exerce papel central na formação de padrões espaciais, na propagação da infestação e no desempenho do parasitoide enquanto agente de controle biológico.

Palavras-chave: *dispersão espacial, redes discretas, sistemas hospedeiro–parasitoide*

1 Introdução

As mosca-das-frutas são mundialmente conhecidas como pragas de fruteiras devido aos danos diretos e indiretos que causam à produção [1]. *Anastrepha* é um gênero de mosca-das-frutas, sendo *Anastrepha fraterculus* (110 hospedeiros) e *Anastrepha obliqua* (Macquart, 1835) (48 hospedeiros) as espécies mais polífagas [2]. *A. fraterculus* é conhecida pelo nome vulgar de mosca-das-frutas sul-americana [3], e é originária das Américas, onde ocorre em um grande número de locais e possui ampla gama de hospedeiros [1], fatos que indicam a sua adaptação ao meio ambiente. Diversos fatores tornam essa praga tão danosa, entre eles, sua versatilidade com hospedeiros; sua presença em diversos países de clima tropical; e sua capacidade de causar prejuízos econômicos aos produtores de frutas. A presença da mosca-das-frutas também pode abrir caminho para infecções secundárias por fungos e bactérias, aumentando ainda mais os estragos. Essa espécie representa um desafio persistente para a fruticultura devido à sua alta capacidade adaptativa, que lhe permite colonizar diferentes regiões e explorar uma variedade de hospedeiros.

O controle destas pragas vem sendo realizado de diferentes maneiras em distintos países. No Brasil, com a retirada dos inseticidas organofosforados da grade de agrotóxicos registrados no Ministério da Agricultura e Pecuária (MAPA), o controle de mosca-das-frutas fica restrito ao uso de inseticidas químicos. Existe a necessidade de buscar novas alternativas de manejo para a fruticultura nacional. O controle biológico está sendo incorporado como uma alternativa válida, assumindo importância cada vez maior em um momento de busca de estratégias para agricultura sustentável [4], utilizando inimigos naturais como método de controle. Dentre os

parasitoides, destaca-se o *Doryctobracon areolatus*, um parasitoide larva-pupa de mosca-das-frutas que apresenta grande potencial para uso em programas de controle biológico, visto que se alimenta de outras espécies de *Anastrepha*, além de *A. fraterculus*. É mais adequado a ambientes temperados, o que implica um potencial ainda mais significativo para seu uso no controle da mosca-das-frutas sul-americana, sendo que a maior parte das áreas ocupadas por essa praga se encontra em regiões temperadas. Além disso, ele pode facilmente ser reproduzido em laboratórios ou biofábricas [5]. Os parasitoides utilizam as larvas da mosca como hospedeiros para sua multiplicação, onde, uma fêmea adulta do parasitoide procura por um hospedeiro ainda não parasitado, a larva da mosca, que se encontra dentro do fruto. Ao encontrar, ela deposita seus ovos no interior da larva. Os parasitoides se desenvolvem alimentando-se das larvas da mosca-das-frutas, pupam nos pupários e emergem destes. Diminuindo o surgimento de novas moscas e auxiliando no controle desta praga [6].

Além das estratégias de controle, a compreensão da dinâmica espacial das populações é necessária, uma vez que a dispersão dos insetos no ambiente influencia diretamente a eficácia das medidas de manejo. A modelagem da dispersão em paisagens heterogêneas, em muitos casos, emprega abordagens espaciais discretas, entre as quais, a utilização de redes tem se mostrado útil no estudo espacial. Esta abordagem considera o espaço uma variável discreta, enquanto a densidade das populações e o tempo são consideradas variáveis contínuas. Frank e Mistro (2014) propuseram um modelo de Redes de Mapas Acoplados (RMA), que considera além do espaço, o tempo uma variável discreta, para um sistema presa-praga/controlador biológico em que presas e predadores se movem por difusão, e a aplicação de pesticida induz fuga dos indivíduos de células com alta concentração química, revelando que o limiar de controle das presas pode alterar significativamente a eficiência do controle [7]. Trabalhos como [8, 9], estudaram a técnica com aplicação em insetos-praga, como neste trabalho. Os trabalhos [10], que inclui investigações sobre interação hospedeiro-parasitoide, e [11], sobre o manejo ecológico de mosca-das-frutas no Brasil, também destacam que a compreensão dos padrões espaciais de dispersão é essencial para aprimorar práticas de controle biológico.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático baseado em equações diferenciais ordinárias que descreva a dinâmica populacional da interação entre a mosca-das-frutas sul-americana (*A. fraterculus*) e seu parasitoide (*D. areolatus*), a partir de um sistema hospedeiro-parasitoide, onde serão analisadas duas fases da vida da mosca, fase larval e fase adulta. A formulação do modelo incorpora o crescimento logístico da mosca-das-frutas, e o processo de parasitismo que regula a densidade populacional segue a resposta funcional de Holling do tipo II [12, 13]. Pretende-se analisar a distribuição espacial dos insetos, contribuindo para o manejo sustentável dessa praga na fruticultura brasileira. Simulações numéricas de padrões de dispersão dos insetos são apresentadas.

2 Modelo hospedeiro-parasitoide

O modelo hospedeiro-parasitoide proposto consiste num sistema não linear de três equações diferenciais. As populações consideradas no sistema são: x_1 , densidade de larvas da mosca-das-frutas; x_2 , densidade de mosca-das-frutas adultas fêmeas; x_3 , densidade de parasitoides fêmeas. O modelo que descreve a dinâmica destas populações é dado por (1) e a descrição dos parâmetros é apresentada na tabela 1. Destaca-se que todos os parâmetros do modelo correspondem a valores não-negativos.

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = rx_2 \left(1 - \frac{x_1}{k}\right) - \mu_1 x_1 - \gamma x_1 - \frac{ax_1 x_3}{1 + ahx_1}, \\ \frac{dx_2}{dt} = \alpha_1 \gamma x_1 - \mu_2 x_2, \\ \frac{dx_3}{dt} = \delta \alpha_2 \frac{ax_1 x_3}{1 + ahx_1} - \mu_3 x_3. \end{cases} \quad (1)$$

Tabela 1: Descrição dos parâmetros do modelo.

Parâmetro	Descrição
r	Coefficiente de oviposição das moscas fêmeas adultas.
k	Número máximo de indivíduos que o ambiente pode sustentar a longo prazo.
μ_i	Taxa de mortalidade natural.
γ	Taxa de eclosão das larvas para moscas adultas.
δ	Taxa de sobrevivência da conversão de larvas parasitadas que originam novos parasitoides.
α_i	Fração de indivíduos adultos que são fêmeas, tanto para moscas quanto para parasitoides.
a	Eficiência com que o parasitoide localiza hospedeiros.
h	Tempo médio que um parasitoide gasta para processar um hospedeiro após encontrá-lo.

Os parâmetros foram definidos com base em dados experimentais. O experimento de parasitismo foi conduzido com exposição dos hospedeiros a um parasitoide, durante um dia, a uma temperatura de 24°C, e uma replicação de cem vezes para cada oferta de larvas. Foram utilizados também os dados referentes à duração das populações em cada estágio de vida, retirados de [14], tendo por base a temperatura de 25°C. Os parasitoides possuem um tempo de vida de 14 dias. Para os estágios da mosca-das-frutas, o estágio de larvas dura 24 dias e o estágio de adultas dura 55 dias. Os parâmetros utilizados são: $r = 9,285$; $k = 1000$; $\mu_1 = 0,02$; $\mu_2 = 0,01$; $\mu_3 = 0,02$; $\gamma = 0,04$; $a = 3,0263$; $h = 0,084$; $\alpha_1 = 0,5$; $\alpha_2 = 0,35$; $\delta = 0,6$. A tabela 2 traz a comparação entre as taxas de parasitismo do experimento e da simulação numérica do sistema (1), para cada oferta de larvas, em um dia de parasitismo. O erro calculado é a diferença entre as taxas experimental e a simulada.

Tabela 2: Comparação entre taxas de parasitismo experimental e do modelo.

Larvas ofertadas	Taxa (Experimento)	Taxa (Simulação)	Erro (%)
5	0,82	0,86	4,88
10	0,73	0,72	1,37
15	0,55	0,59	7,27
20	0,44	0,49	11,36
25	0,43	0,42	2,33
30	0,35	0,37	5,71

3 Dispersão

A utilização de uma rede espacial constitui uma abordagem para modelar a dispersão de insetos-praga, integrando dinâmica local não linear com aspecto espacial entre sítios discretos. Nessa rede, cada nó, ou célula, representa um habitat discreto, onde a população do inseto evolui segundo o sistema de equações diferenciais (1), enquanto o acoplamento entre células é responsável pela dispersão por difusão ou migração dirigida (taxia) [7]. No contexto de pragas agrícolas, esta abordagem permite examinar como diferentes estratégias de manejo, como aplicação de pesticidas ou liberação de inimigos biológicos, interagem com a estrutura espacial da paisagem para influenciar a persistência da população da praga.

Equações de reação-difusão são usadas na formulação de modelos para populações onde os indivíduos interagem e também se movimentam. Desta maneira, a dinâmica da rede é constituída por duas fases diferentes: a fase de movimentação, na qual ocorre a dispersão espacial dos indivíduos e, após, uma fase de reação, quando ocorrem as interações entre as populações. Na fase de dispersão, a movimentação dos indivíduos pode ocorrer de diversas maneiras, dependendo do comportamento da população. Na movimentação mais simples, os indivíduos se movimentam aleatoriamente para os sítios vizinhos. Assim, em cada etapa de tempo, uma fração μ abandona o sítio de origem e se dispersa de maneira equitativa para a vizinhança. Neste trabalho, a fase

de dispersão será modelada de forma discreta por meio de rede, enquanto a fase de reação será descrita de maneira contínua, utilizando o sistema hospedeiro–parasitoide (1).

Na construção dos modelos de dispersão, o espaço é um domínio bidimensional dividido em $n \times n$ sítios. Cada sítio é identificado pela posição $x = (i, j)$, com $1 \leq i, j \leq n$ e associado a uma vizinhança V_x que consiste dos sítios para os quais os indivíduos de x podem migrar. Entre as vizinhanças mais usadas estão a vizinhança de Moore, que considera os oito vizinhos mais próximos, e a vizinhança de Neumann, que consiste dos quatro vizinhos mais próximos, isto é,

$$V_x = \{(i-1, j), (i+1, j), (i, j-1), (i, j+1)\}.$$

Para os sítios dispostos na fronteira do domínio é necessário impor um conjunto de regras que descrevem a movimentação, e estas recebem o nome de condições de fronteira. As condições de fronteiras mais usadas são: reflexiva, absorvente e cíclica.

Neste trabalho utilizou-se a vizinhança de Neumann para descrever a movimentação dos indivíduos e a fronteira absorvente, que considera que os indivíduos saem da plantação. Desta maneira, as densidades de larvas, moscas adultas e parasitoides, no sítio (i, j) na geração s , após a fase de movimentação são representadas por:

$$\begin{cases} x_{1\tau}^{i,j} = (1 - \beta_1) x_{1s}^{i,j} + \sum_{(x,y) \in V_{i,j}} \frac{\beta_1}{4} x_{1s}^{(x,y)}, \\ x_{2\tau}^{i,j} = (1 - \beta_2) x_{2s}^{i,j} + \sum_{(x,y) \in V_{i,j}} \frac{\beta_2}{4} x_{2s}^{(x,y)}, \\ x_{3\tau}^{i,j} = (1 - \beta_3) x_{3s}^{i,j} + \sum_{(x,y) \in V_{i,j}} \frac{\beta_3}{4} x_{3s}^{(x,y)}, \end{cases} \quad (2)$$

onde, nesta ordem, β_1 , β_2 e β_3 são as frações de larvas, moscas adultas e parasitoides que abandonam os seus sítios de origem e τ é o instante intermediário dentro da geração, representando as populações após a movimentação espacial e antes da fase de reação.

4 Simulações

O resultado das simulações é apresentado através de dois tipos de gráficos: 1) gráfico da distribuição espacial das populações e 2) gráfico da densidade total de hospedeiros e parasitoides em função do número de iterações.

A primeira simulação, representada na figura 1, traz o cenário onde não há presença de parasitoides. A condição inicial foi de (1,0,0), colocado ao centro da malha, utilizou-se também $\beta_1 = 0$, visto que as larvas não se movimentam, e $\beta_2 = 0,9$, com 100 iterações. Percebe-se que as populações de larvas e moscas adultas se dispersam pela malha e suas populações crescem até a estabilização. A segunda simulação, representada nas figuras 2 e 3, traz o cenário onde há presença de parasitoides. A condição inicial foi de (10,20,2), colocado ao centro da malha, utilizou-se também $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 0,9$ e $\beta_3 = 0,6$, com 100 iterações. Os resultados demonstram que os parasitoides foram capazes de controlar a população de pragas. A dinâmica temporal revela que, a introdução de apenas 2 parasitoides foi suficiente para suprimir o crescimento das larvas. Na distribuição espacial final, os parasitoides estão localizados nos mesmos locais das larvas remanescentes, mantendo a densidade da praga em níveis baixos e estáveis ao longo do tempo.

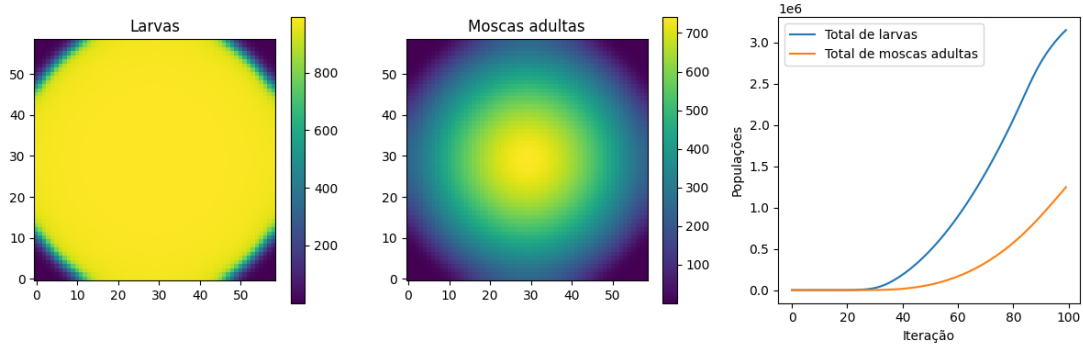


Figura 1: Dinâmica espacial e evolução populacional sem a presença de parasitoides.

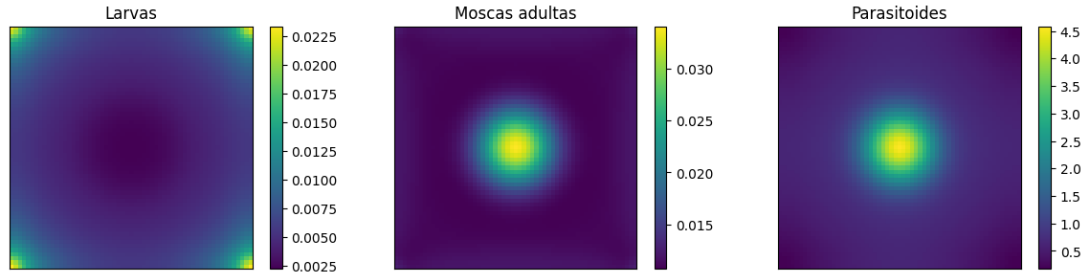


Figura 2: Dinâmica espacial com a presença de parasitoides.

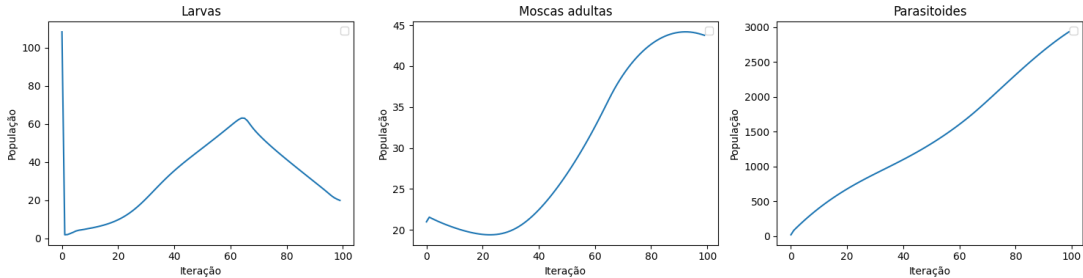


Figura 3: Evolução populacional com a presença de parasitoides.

A última simulação, apresentada na figura 4, foi feita para recriar as condições e parâmetros do experimento descrito no artigo de Piovezan et al. (2023) [15], para a área 1, porém utilizando o sistema apresentado neste trabalho. O objetivo foi verificar se o modelo (1) consegue reproduzir os mesmos padrões de controle populacional observados em campo. No experimento foram realizadas três coletas, nos dias 1, 2 e 6, todas com as armadilhas sendo expostas por 24 horas.

Os resultados da simulação para o primeiro dia de coleta mostram um padrão de parasitismo altamente concentrado próximo ao ponto de liberação, seguido de uma queda ao se distanciar deste ponto. Este comportamento é semelhante ao observado no experimento, onde foi encontrado parasitismo médio mais elevado próximo aos pontos de soltura, e redução suave nas faixas mais distantes do centro de liberação. No experimento original, as maiores taxas de parasitismo foram observadas até 25 metros do ponto de liberação da área 1 (15%–45%). Para a simulação, esse padrão se repete, porém, com um índice de parasitismo médio mais alto, em torno de 65%. Este aumento ocorre pois os parâmetros utilizados foram estimados em laboratório, ambiente onde o parasitoide apresenta maior eficiência.

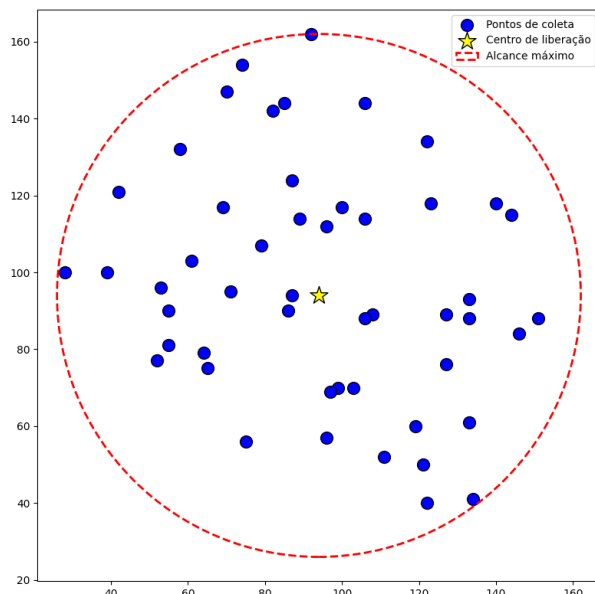


Figura 4: Distribuição espacial dos pontos de coleta. A marcação com estrela (em amarelo) marca o centro do círculo.

5 Conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo matemático acoplado a uma rede discreta, para descrever a dinâmica da interação entre a mosca-das-frutas sul-americana (*Anastrepha fraterculus*) e seu parasitoide (*Doryctobracon areolatus*). A formulação considerou a fase larval e adulta da mosca, o crescimento logístico da população hospedeira e a resposta funcional de Holling do tipo II para o processo de parasitismo, incorporando ainda a movimentação espacial dos indivíduos via difusão discreta.

Os resultados das simulações computacionais mostraram alinhamento com os resultados do experimento realizado em campo, no qual 4100 casais de parasitoides foram liberados em um ponto central, e 50 conjuntos de unidades-pupari (pontos de coleta) foram distribuídos radialmente. A simulação espacial demonstrou que o modelo é capaz de gerar padrões coerentes com os dados encontrados. Os resultados mostraram altos níveis de parasitismo próximos ao ponto de soltura com posterior queda ao aumentar a distância deste local. A distribuição espacial simulada destacou ainda uma dispersão rápida e contínua do parasitoide.

6 Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES (código de financiamento 001), à Fundação Getúlio Vargas/EMAP e à FAPERGS pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] M. Aluja, Bionomics and management of *Anastrepha*, Annual Review of Entomology 39 (1) (1994) 155–178.
- [2] R. A. Zucchi, Espécies de *Anastrepha*, sinônimas, plantas hospedeiras e parasitóides, in: Moscas-das-frutas de importância econômica no Brasil: conhecimento básico e aplicado, Holos Editora, Ribeirão Preto, SP, 2000, pp. 41–48.
- [3] A. Stone, The fruit flies of the genus *Anastrepha*, no. 439 in USDA Miscellaneous Publication, United States Department of Agriculture, Washington, D.C., 1942.

- [4] W. J. Matrangolo, A. S. Nascimento, R. S. Carvalho, E. D. Melo, M. D. Jesus, Parasitóides de moscas-das-frutas (diptera: Tephritidae) associados a fruteiras tropicais, *Anais da Sociedade Entomológica do Brasil* 27 (1998) 593–603.
- [5] S. Poncio, A. Medeiros Nunes, R. Silva Gonçalves, H. Lisboa, R. Manicaberto, M. Silveira Garcia, D. Nava, Biology of *Doryctobracon brasiliensis* at different temperatures: development of life table and determining thermal requirements, *Journal of Applied Entomology* 140 (10) (2016) 775–785.
- [6] L. Salles, *Bioecologia e controle da mosca-das-frutas sul-americana*, EMBRAPA-CPACT, Pelotas, Brasil, 1995.
- [7] A. Frank, D. C. Mistro, Um modelo para controle biológico de pragas associado ao uso de pesticida, *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics* 2 (1) (2014).
- [8] P. K. P. Selau, *Modelos discretos para dinâmica hospedeiro-parasitoide-predador* (2019).
- [9] L. Dalmolin, *Modelo matemático para analisar o controle de insetos-praga em consórcio de culturas com antibiose* (2017).
- [10] A. M. Nunes, D. E. Nava, F. A. Müller, R. d. S. Gonçalves, M. S. Garcia, Biology and parasitic potential of *Doryctobracon areolatus* on *Anastrepha fraterculus* larvae, *Pesquisa Agropecuária Brasileira* 46 (2011) 669–671.
- [11] B. J. Paranhos, D. E. Nava, A. Malavasi, Controle biológico de moscas-das-frutas no Brasil, *Pesquisa Agropecuária Brasileira* 54 (2019) e26037.
- [12] C. S. Holling, The components of predation as revealed by a study of small-mammal predation of the european pine sawfly, *The Canadian Entomologist* 91 (5) (1959a) 293–320.
- [13] T. Royama, A comparative study of models for predation and parasitism, *Researches on Population Ecology* 13 (1) (1971) 1–91.
- [14] R. A. Zucchi, A. Malavasi, R. Adaime, D. E. Nava, *Moscas-das-frutas no Brasil: conhecimento básico e aplicado*, Volumes I e II, Fundação de Estudos Agrários Luiz de Queiroz, Piracicaba, SP, 2024.
- [15] B. Piovesan, R. d. S. Gonçalves, S. D. Nörnberg, J. H. G. Llano, J. Contreras-Miranda, D. Bernardi, D. E. Nava, Spatial and temporal dispersion of *Doryctobracon areolatus* (Szépligeti)(Hymenoptera: Braconidae) in orchards infested with *Anastrepha fraterculus* (Wiedemann)(Diptera: Tephritidae), *Environmental Entomology* 52 (4) (2023) 565–573.