

Análise Comparativa do Método de Radau na Resolução das Equações da Cinética Pontual de Nêutrons

Lucas Piassarollo Amaral*

Fernanda Tumelero

Universidade Federal do Rio Grande (FURG) – Instituto de Matemática, Estatística e Física (IMEF)

96203–900, Campus Carreiros, Rio Grande, RS

E-mail: lucaspiassarolo@hotmail.com, fernandatumelero@furg.br

RESUMO

A análise de transientes em reatores nucleares exige a solução precisa das Equações da Cinética Pontual de Nêutrons (PKE), um sistema de Equações Diferenciais Ordinárias caracterizado por elevada rigidez numérica. Essa rigidez decorre das diferentes escalas de tempo entre a geração de nêutrons prontos ($\Lambda \approx 10^{-4}$ s) e as constantes de decaimento dos precursores ($\lambda^{-1} \approx 0,1$ a 55 s). Métodos numéricos explícitos tradicionais tornam-se computacionalmente ineficientes para este problema, exigindo passos de tempo excessivamente pequenos para garantir estabilidade.

Matematicamente, a dinâmica da população de nêutrons é modelada pelo sistema de Equações da Cinética Pontual de Nêutrons (PKE), que, na ausência de fontes externas, é descrito por [4]:

$$\begin{aligned}\frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t), \\ \frac{dC_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i C_i(t), \quad i = 1, \dots, 6,\end{aligned}\tag{1}$$

onde $n(t)$ representa a densidade de nêutrons e $C_i(t)$ a concentração dos precursores de nêutrons atrasados do i -ésimo grupo. Os parâmetros cinéticos incluem a reatividade do sistema $\rho(t)$, a fração total de nêutrons atrasados $\beta = \sum \beta_i$, a fração de nêutrons atrasados β_i e a constante de decaimento λ_i correspondentes ao grupo i , além do tempo médio de geração de nêutrons Λ .

Este trabalho propõe e valida a aplicação do método Radau IIA, um integrador da família Runge-Kutta implícito de alta ordem e L-estável, ideal para sistemas rígidos [2]. O método foi implementado computacionalmente utilizando a biblioteca científica SciPy (Python) e aplicando a solução das equações da cinética pontual com seis grupos de precursores atrasados, considerando inserções de reatividade em cenários subcríticos ($\rho < 0$), críticos e supercríticos ($\rho > 0$).

Para a validação, foram realizadas simulações computacionais utilizando parâmetros cinéticos de um reator térmico baseados no problema *benchmark* estabelecido por Ganapol [1], submetido a inserções de reatividade (ρ) variando entre $-1,0\beta$ e $1,0\beta$. A análise comparativa focou na evolução temporal da densidade de nêutrons $n(t)$, cujos resultados são apresentados na Tabela 1. Os resultados do método Radau IIA foram confrontados diretamente com a solução de referência Backward Euler Finite Difference (BEFD) [1] e com o método de Rosenbrock (ROS) [3].

As simulações demonstraram que o método Radau IIA apresenta excelente desempenho, mantendo estabilidade numérica mesmo em transientes severos de longa duração ($t = 100$ s). No cenário crítico de $\rho = 1,0\beta$, onde a densidade de nêutrons atinge a ordem de 10^{89} , o método reproduziu a solução BEFD com precisão absoluta nas casas decimais significativas. Com a

*Bolsista CNPq

validação numérica consolidada, as próximas etapas da pesquisa consistem na extensão do modelo para incluir os efeitos de realimentação de temperatura e o envenenamento por produtos de fissão (Xenônio-135 e Samário-149). A inclusão da temperatura é fundamental pois introduz a não-linearidade do sistema através do feedback de reatividade, mecanismo essencial para a estabilidade intrínseca do reator.

Reatividade	Tempo (s)	RADAU	ROS [3]	BEFD [1]
$\rho = -1,0\beta$	0,1	0,52056428661	0,52056428590	0,52056428660
	1,0	0,43333344530	0,43333344530	0,43333344530
	10,0	0,23611065079	0,23611065080	0,23611065080
	100,0	0,02866764245	0,02866764250	0,02866764245
$\rho = -0,5\beta$	0,1	0,69892522557	0,69892522530	0,69892522560
	1,0	0,60705356561	0,60705356560	0,60705356560
	10,0	0,39607769072	0,39607769070	0,39607769070
	100,0	0,07158285444	0,07158285440	0,07158285444
$\rho = 0,5\beta$	0,1	1,53311264600	1,53311264600	1,53311264600
	1,0	2,51149429150	2,51149429150	2,51149429100
	10,0	14,21502524200	14,21502524200	14,21502524000
	100,0	$8,00614356240 \times 10^7$	$8,00614356240 \times 10^7$	$8,00614356200 \times 10^7$
$\rho = 1,0\beta$	0,1	2,51576614140	2,51576614140	2,51576614100
	1,0	32,18354094600	32,18354094600	32,18354095000
	10,0	$3,24697889800 \times 10^9$	$3,24697889800 \times 10^9$	$3,24697889800 \times 10^9$
	100,0	$2,59648464660 \times 10^{89}$	$2,59648500000 \times 10^{89}$	$2,59648400000 \times 10^{89}$

Tabela 1: Comparação da densidade de nêutrons $n(t)$ obtida pelo método Radau IIA com as referências ROS [3] e BEFD [1].

Palavras-chave: *Cinética Pontual de Nêutrons, Rigidez Numérica, Métodos Implícitos, Radau IIA*

Referências

- [1] B. D. Ganapol, "A highly accurate algorithm for the solution of the point kinetics equations", *Annals of Nuclear Energy*, 62 (2013) 564–571.
- [2] E. Hairer, G. Wanner, "Stiff differential equations solved by Radau methods", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 111 (1999) 93–111.
- [3] N. B. Schaun, "Solução das equações da cinética pontual de nêutrons com efeitos de temperatura e venenos: um estudo de caso do acidente em Chernobyl", Dissertação de Mestrado, UFPel, Pelotas, 2021.
- [4] F. Tumelero, "Solução das Equações da cinética pontual de nêutrons com e sem Retroalimentação de Temperatura pelo Método da Aproximação Polinomial", Dissertação de Mestrado, UFPel, Pelotas, 2015.