

Implementação das Equações de Navier–Stokes Incompressíveis em Modelagem da Dinâmica de Fluidos 2D

Juliana Ricardo Nunes Luis G. S. Miranda*

Universidade Federal do Rio Grande - Instituto de Matemática, Estatística e Física

96203-900, Campus Carreiros, Rio Grande, RS

E-mail: juliana.s.ricardo@gmail.com, luis.miranda10@icloud.com

RESUMO

As Equações de Navier–Stokes constituem a base fundamental da Mecânica dos Fluidos, descrevendo o movimento de líquidos e gases sob diferentes condições físicas. No caso específico dos fluidos incompressíveis, a Equação (1) expressa o comportamento de fluidos viscosos, sendo amplamente aplicada em estudos de escoamento de líquidos, aerodinâmica e modelagem de fenômenos atmosféricos complexos [3].

$$\begin{cases} \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mu\Delta\mathbf{v} + \rho\mathbf{f} \\ \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \end{cases} \longrightarrow \text{Navier–Stokes incompressível}, \quad (1)$$

sendo $\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt}$ a variação temporal da quantidade de movimento, $-\nabla p$ as forças de pressão que atuam sobre o fluido, $\mu\Delta\mathbf{v}$ os efeitos dissipativos devido à viscosidade do fluido, $\rho\mathbf{f}$ as forças de corpo (como gravidade) e $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ a condição de incompressibilidade, garantindo que o volume das partículas do fluido permaneça constante.

A implementação computacional foi realizada por meio da discretização bidimensional das Equações de Navier–Stokes, utilizando o método de diferenças finitas em uma malha cartesiana regular. O domínio foi estruturado com a Grade MAC (Marker and Cell) [2], que separa espacialmente os pontos de pressão e velocidade, reduzindo oscilações numéricas e aumentando a estabilidade.

A formulação numérica emprega diferenças centrais para os termos difusivos e diferenças progressivas para os advectivos, garantindo um balanço adequado entre precisão e estabilidade. O acoplamento pressão–velocidade foi obtido pelo método de projeção de Chorin [1], no qual calcula-se inicialmente um campo provisório de velocidades e, em seguida, corrige-se o campo de pressão por meio da solução da equação de Poisson proveniente da condição de continuidade.

As condições de contorno adotadas foram: velocidade uniforme na entrada, condição de não deslizamento nas paredes e no obstáculo, e gradiente nulo na saída do canal. Esse conjunto de condições foi aplicado ao estudo do escoamento sobre um degrau interno, permitindo observar a formação de zonas de recirculação e a evolução da esteira turbulenta.

A simulação numérica foi realizada em um canal de comprimento $L_x = 4,0$ e altura $L_y = 1,0$, discretizado com passos $\Delta x = 0,02$ e $\Delta y = 0,005$. Adotou-se viscosidade cinemática $\nu = 10^{-3}$ e velocidade de entrada $U_{\text{in}} = 1,0$. O obstáculo interno foi modelado como um degrau quadrado de comprimento e altura $h = 0,5$. O avanço temporal utilizou passo $\Delta t = 10^{-3}$ ao longo de 10 000 iterações.

*bolsista de Iniciação Científica FAPERGS

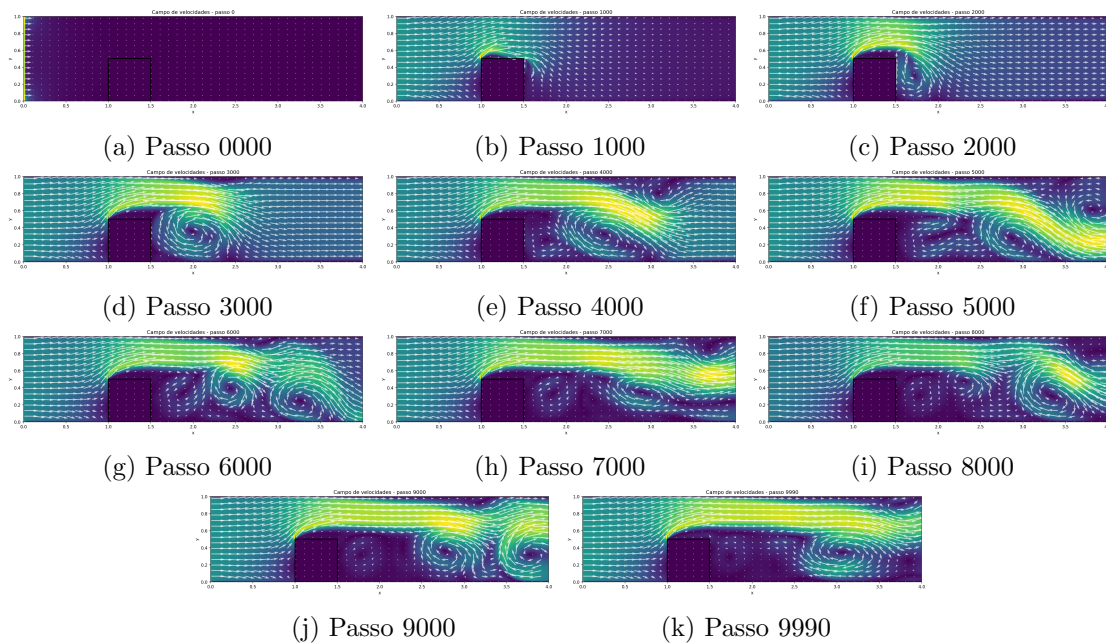


Figura 1: Campo de velocidades sobre um obstáculo.

O campo de velocidade obtido ao longo da simulação é apresentado na Figura 1. Inicialmente (passo 0000), observa-se um perfil uniforme de entrada. Com o avanço da simulação (passos 1000–3000), forma-se uma região de recirculação atrás do obstáculo, acompanhada por um escoamento ascendente sobre a borda superior. Em estágios mais avançados (passos 4000–9990), a esteira se torna mais alongada e bem definida, com o surgimento de uma sequência alternada de vórtices, característico do regime transicional conhecido como “rua de vórtices de von Kármán”. Esse comportamento está de acordo com resultados clássicos da literatura, confirmando a consistência física e numérica da implementação.

O modelo estudado constitui uma base inicial sólida para a simulação de escoamentos incompressíveis em geometrias complexas, demonstrando capacidade de capturar fenômenos de recirculação e formação de vórtices. A abordagem apresenta potencial para aplicações em estudos de ventilação natural e dispersão de poluentes em ambientes urbanos. Além de servir como base para incluir regimes turbulentos, refinamento adaptativo de malha e generalização para implementações tridimensionais.

Palavras-chave: *Navier–Stokes, Simulação Numérica, Escoamento Incompressível, Modelagem Computacional, Mecânica dos Fluidos*

Referências

- [1] A.J. Chorin, Numerical solution of the navier-stokes equations, *Mathematics of Computation*, 22 (1968) 745–762.
- [2] F.H. Harlow e J.E. Welch, *Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface*, *Physics of Fluids*, 8 (1965) 2182–2189.
- [3] W.J. Maciel, “Hidrodinâmica e Ventos Estelares: Uma Introdução”, Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.
- [4] S.T. Melo e F.M. Neto, “Mecânica dos Fluidos e Equações Diferenciais”, IMPA, Rio de Janeiro, 1991.