Um Modelo de Otimização Robusta para a Seleção de Fornecedores sob Incertezas

Cassiano da Silva Tavares cassiano_engenharia@yahoo.com.br DEP/UFSCar
Moacir Godinho Filho moacir@dep.ufscar.br DEP/UFSCar
Pedro Munari munari@dep.ufscar.br DEP/UFSCar

Resumo

Este trabalho estuda o problema de seleção de fornecedores sob incertezas, motivado pela atual situação econômica do comércio mundial. A busca acirrada entre as organizações pela responsividade no atendimento à demanda de mercado vem direcionando esforços para a otimização na cadeia de suprimentos. Um dos principais elos neste contexto é o fornecimento das matérias primas. A ruptura do fornecimento de uma matéria prima pode ocasionar o bloqueio ou paralização de todo o sistema organizacional, levando a um insucesso operacional no atendimento de uma determinada demanda, prejudicando a imagem da organização perante o mercado. A decisão da melhor escolha de fornecimento tornou-se uma atividade vital para as organizações no panorama atual, pois o desempenho operacional da cadeia está fortemente atrelado a este elo fundamental. Com isso, a decisão de seleção de fornecedores se torna uma atividade muito complexa, exigindo um nível de precisão e assertividade elevado. O objetivo deste trabalho consiste em desenvolver e aplicar abordagens de otimização que incorporem as incertezas no contexto em que o fornecimento de matérias primas mundial está inserido por meio da abordagem de Otimização Robusta (OR). São propostos um modelo de programação linear inteira mista e um modelo de OR. Os modelos foram implementados utilizando técnicas de modelagem matemática aliadas a um *software* de otimização. Simulações de Monte Carlo foram realizadas para analisar os desempenhos das soluções dos modelos em diversos cenários e o nível de robustez das soluções. Os testes computacionais com o modelo RSSDC, demonstram que a abordagem de OR potencializa o nível de robustez das soluções em aversão aos riscos, quando parâmetros incertos estão envolvidos. Isto pode ser comprovado pelo nível de oneração promovida nos valores das soluções quando uma proteção à incerteza foi empregada, pois o incremento no valor ótimo da função objetivo no pior caso sempre é menor que o desvio dos parâmetros incertos

Palavras chaves

Seleção de Fornecedores, Otimização Sob Incertezas, Otimização Robusta.

1. Introdução

As características do ambiente em que o mercado competitivo global atualmente está inserido, onde os ciclos de vida dos produtos estão cada vez menores e dinâmicos (ROSENFELD et al., 2006), exigem que as organizações possuam uma alta eficiência produtiva e um baixo custo operacional, levando-as a buscarem formas de inovação nas maneiras de realizar novos negócios (NAGI & PAN, 2010). Isto tem forçado as organizações a otimizarem suas cadeias de suprimentos, promovendo melhor gestão de seus recursos. Com isso, a gestão dos relacionamentos com os fornecedores torna-se um fator competitivo crucial para o desempenho de toda a cadeia (PARK et al., 2010).

Para superar as dificuldades apresentadas, o problema de Seleção de Fornecedores (SSP, do inglês *Supplier Selection Problem*) vem propor soluções para essa situação, pois o seu objetivo é a busca pelo pedido de compra ótimo, visando a minimização de todos os custos envolvidos na cadeia de suprimentos. Para isto, o SSP tem como dados de entrada os custos, as demandas e a estimativa da capacidade de fornecimento dos potenciais fornecedores que estarão envolvidos no processo de decisão. Então, dado um conjunto de fornecedores disponíveis em diferentes regiões geográficas e seus respectivos custos, busca-se determinar quais deles contratar e em qual período de tempo, bem como a quantidade a ser comprada de cada matéria-prima em cada fornecedor, de modo a satisfazer uma demanda por matérias primas, em um horizonte de tempo finito, inserido em ambiente multi-períodos e multi-itens.

Vários autores têm proposto o uso de modelos de otimização para tratar o SSP, usando Programação Inteira Mista (MIP, do inglês *Mixed Integer Programming*) e Programação Não-Linear Inteira Mista (MINLP, do inglês *Mixed Integer Non-linear Programming*). Aouadni & Rebai (2013) apresentam um modelo que incorpora o estoque de segurança em sua formulação, além da decisão de qual tamanho de lote de compra destinar ao fornecedor escolhido em um dado cenário. Os autores constataram que o problema é NP-completo e, em função disto, desenvolveram um Algoritmo Genético para a resolução de uma instância selecionada.

Ware et al. (2014) abordam o SSP por meio de um modelo de MILNP, em um ambiente dinâmico em que está situada uma organização comercial, a qual deseja otimizar os seus custos nas suas decisões de aquisição de matérias primas, maximizando o seu resultado operacional. Já em Purohit & Choudhary & Shankar (2013) o SSP é abordado em um ambiente que deseja otimizar os seus custos nas suas decisões de aquisição de matérias primas, unindo três classes de problemas muito estudados na literatura: dimensionamento de lotes, modelo de transporte e controle de estoque.

Neste trabalho, apresenta-se um modelo de MIP para o SSP baseado em uma linearização da formulação de Ware et al. (2014). Assim como o original, esse modelo é determinístico, ou seja, assume que não há incerteza sobre os dados de entrada. Em seguida, de modo a obter uma abordagem mais realista no apoio à tomada de decisão, é proposto um modelo de Otimização Robusta (OR) para o SSP que considera a incerteza nos custos envolvidos na seleção de fornecedores. Cabe ressaltar que não se conhece outro trabalho na literatura que proponha modelos de OR para a variante básica do SSP aqui tratada.

O restante deste artigo é organizado da seguinte forma. Na Seção 2, é apresentado o modelo matemático determinístico de MIP para uma variante SSP. Na Seção 3, são apresentados alguns conceitos básicos em OR. Na Seção 4, é proposta uma formulação de OR para o modelo da Seção 4. Na Seção 5, apresentam-se os resultados e, por fim, as conclusões obtidas são apresentadas na Seção 6.

2. Modelagem Matemática

O modelo de Seleção de Fornecedores com Controle de Demanda (SSDC, do inglês *Supplier Selection with Demand Control*) é proposto neste trabalho, baseando-se no trabalho de Ware et al. (2014). O modelo está definido em um cenário multi-fornecedores, multi-itens e multi-períodos, cuja função objetivo consiste em custos de aquisição, custos de transporte, nível de qualidade dos fornecedores e o tempo médio estimado de atraso na entrega dos fornecedores (baseado no histórico). Para a definição deste modelo, considere os seguintes conjuntos, parâmetros e variáveis de decisão:

<u>Conjuntos</u>

T Conjunto de períodos de tempo;

S Conjunto de fornecedores;

P Conjunto de produtos;

<u>Parâmetros</u>

cc_{tsp} Custo unitário de compra do produto *p*, no fornecedor *s* e período *t*;

ct_{ts} Custo unitário de transporte de um produto, vindo do fornecedor *s* no período *t*;

C_{tsp} Capacidade do fornecedor s para fornecer o produto *p* no período *t*;

d_{tp} Demanda do produto *p* no período *t*;

q_{tsp} Custo unitário operacional do fornecedor *s* para o produto *p* no período *t*;

l_{tsp} Custo unitário de atraso do fornecedor *s* para o produto *p* no período *t*;

dl_{tsp} Tempo estimado de atraso de entrega do fornecedor *s* para o produto *p* no período *t*;

M Número suficientemente grande, definido pela demanda acumulada;

Θ Nível de serviço exigido pela organização;

<u>Variáveis</u>

X_{tsp} Quantidade do produto *p*, obtida no fornecedor *s*, no período *t*;

Y_{ts} Variável binária igual a 1 se, e somente se, o fornecedor *s* é utilizado no período *t*.

A partir dessas definições, o modelo SSDC é dado por:

$$\min \sum_{\substack{t \in T \\ s \in S \\ p \in P}} cc_{tsp} X_{tsp} + \sum_{\substack{t \in T \\ s \in S}} ct_{ts}\ Y_{ts} + \sum_{\substack{t \in T \\ s \in S \\ p \in P}} (1-\theta)\, q_{tsp}\, X_{tsp}$$

$$+ \sum_{\substack{t \in T \\ s \in S \\ p \in P}} l_{tsp}\, dl_{tsp}\, X_{tsp} \tag{3.1}$$

s. a

$$X_{tsp} \leq C_{tsp} \qquad \forall t \in T;\ \forall s \in S;\ \forall p \in P \tag{3.2}$$

$$\sum_{s \in S} X_{tsp} \geq d_{tp} \qquad \forall t \in T;\ \forall p \in P \tag{3.3}$$

$$\sum_{p \in P} X_{tsp} \leq MY_{ts} \qquad \forall t \in T;\ \forall s \in S \tag{3.4}$$

$$Y_{ts} \in \{0,1\} \qquad \forall t \in T;\ \forall s \in S \tag{3.5}$$

$$X_{tsp} \geq 0 \qquad \forall t \in T;\ \forall s \in S;\ \forall p \in P. \tag{3.6}$$

A função objetivo (3.1) consiste em minimizar o custo total da solução, dado pelo custo de compras dos produtos, custo de transporte para todos os fornecedores, custo operacional em realizar uma compra em cada fornecedor mediante um nível de serviço imposto e custo de atraso na entrega do produto de cada fornecedor. As restrições (3.2) impõem a capacidade de cada fornecedor para cada produto, em cada período. As restrições (3.3) asseguram que a aquisição de cada produto irá atender a sua respectiva demanda em cada período. As restrições (3.4) garantem que poderá haver uma compra de um dado fornecedor *s*, apenas se esse fornecedor for selecionado no período *t*. De fato, se o fornecedor *s* for selecionado no período *t*, então Y_{ts} deverá assumir o valor 1; caso contrário, assumirá o valor 0. O conjunto de restrições (3.5) e (3.6) impõem o domínio das variáveis do problema.

Conforme mencionado, o modelo (3.1)-(3.6) é uma adaptação do modelo de Ware et al. (2014), Primeiramente, foi realizada uma linearização da função objetivo e das restrições, para que fosse possível a resolução do modelo através de *softwares* de propósito geral, como o GAMS/CPLEX. Também, foi eliminado um conjunto de restrições envolvendo os níveis de qualidade dos fornecedores e da organização que está realizando as compras, dado que tais restrições eram compostas somente por parâmetros e, no estudo realizado neste trabalho, foi considerado que este conjunto de restrições pode ser tratado como um simples pré-processamento.

3. Conceitos básicos em Otimização Robusta

A OR busca por soluções ótimas que permaneçam factíveis, mesmo quando alguns parâmetros que estão inertes às incertezas atinjam seu pior caso. Para isso, esta abordagem restringe os parâmetros incertos (variáveis aleatórias) a um conjunto restrito e limitado, conhecido como *conjunto de incertezas*. Na abordagem aqui considerada, esse conjunto é limitado por um parâmetro que é utilizado para determinar o nível de incerteza e o risco que o tomador de decisão deseja assumir. Com isso, a abordagem garante que solução permaneça imune aos riscos, em qualquer realização dos dados incertos, em detrimento à degeneração da função objetivo (BERTSIMAS; SIM, 2004).

Neste trabalho, adota-se a abordagem de Bertsimas e Sim (2003) que prega que a probabilidade de todos os parâmetros irem para o pior caso simultaneamente é muito baixa. Então os autores propuseram um número máximo de variáveis aleatórias que vão para o pior caso controladas por um parâmetro. Este parâmetro, conhecido como *budget de incerteza* e representado por Γ_i, controla o *trade-off* entre a probabilidade de violação da função de proteção e o efeito causado pela violação no valor da função objetivo do problema nominal. Por esse motivo, esta análise é conhecida como "*preço da robustez*" (BERTSIMAS; SIM, 2004).

O sucesso da abordagem ocorre pela facilidade da incorporação de incertezas aos modelos em ambientes contínuos ou discretos, pois o modelo robusto pertence à mesma classe de complexidade do modelo nominal. Embora o tamanho do modelo cresça com o número de incertezas associadas, não é esperado que a contraparte robusta seja significativamente mais custosa de se resolver do que a resolução do problema nominal. Por estas razões apresentadas, neste trabalho optou-se por adotar esta abordagem para a proposição de modelos robustos para o SSP, se baseando nas aplicações de Bertsimas & Thiele (2006); Alem & Morabito (2012); Paiva & Morabito (2013); Munhoz & Morabito (2014); Righetto, Morabito & Alem (2016); Rocco & Morabito (2016); De La Vega, Munari & Morabito (2017). Para mais detalhes sobre a teoria e aplicação da OR, consultar estes trabalhos mencionados.

4 Modelo de OR para o SSDC com incerteza nos custos

Nesta formulação, considera-se que os custos considerados na função objetivo e tempo de atraso na entrega não são conhecidos a priori, mas sim sujeitos a incertezas. Para incorporar as três fontes de incerteza nos custos (custo de compra, cc_{tsp}; custo de transporte, ct_{ts}; e custo da operacional, q_{tsp}) e a incerteza no atraso das entregas, primeiramente considere os conjuntos J^{ψ} onde estão alocados todos os elementos dos parâmetros incertos, com $\psi = [cc, ct, q, dl]$. Estes parâmetros incertos são modelados através de uma variável aleatória ζ, que é definida pelo valor nominal e o valor do desvio que o parâmetro incerto atinge, sendo modelados da seguinte maneira: $\breve{\psi} = \psi + \hat{\psi}\zeta$, onde $\breve{\psi}$ representa o parâmetro incerto e $\hat{\psi}$ representa o desvio pelo qual o parâmetro está sujeito. Quando $\Gamma^{\psi} = 0$, a solução atinge o seu valor nominal, do modelo original, não considerando a incerteza na formulação. Agora, quando $\Gamma^{\psi} = |J^{\psi}|$ a solução atinge o seu pior caso, oferecendo a máxima proteção à solução para o(s) parâmetro(s) incerto(s) perturbado(s), levando em consideração que mais de um parâmetro incerto possa ir para o seu pior caso simultaneamente. Com isso, torna-se atraente variar o parâmetro Γ^{ψ} no intervalo $(0, |J^{\psi}|)$, permitindo uma maior flexibilidade para o modelo robusto, sem degenerar significativamente o valor ótimo da solução.

Para iniciar a construção do modelo robusto, considere o seguinte conjunto de incerteza U, que contém todas as realizações possíveis para os parâmetros incertos pertencentes aos conjuntos J^{ψ}:

$$U = \left\{ \begin{array}{c} \widetilde{cc}_{tsp}, \widetilde{ct}_{ts}, \tilde{q}_{tsp}, \widetilde{dl}_{tsp} \in R^{+} | \\ \widetilde{cc}_{tsp} = cc_{tsp} + \widehat{cc}_{tsp}\, \zeta_{tsp}^{cc}, \ \forall (t,s,p) \in J^{cc}; \\ \widetilde{ct}_{ts} = ct_{ts} + \widehat{ct}_{ts}\, \zeta_{ts}^{ct}, \ \forall (t,s) \in J^{ct}; \\ \tilde{q}_{tsp} = q_{tsp} + \hat{q}_{tsp}\, \zeta_{tsp}^{q}, \ \forall (t,s,p) \in J^{q}; \\ \widetilde{dl}_{tsp} = dl_{tsp} + \widehat{dl}_{tsp}\, \zeta_{tsp}^{dl}, \ \forall (t,s,p) \in J^{dl}; \\ \sum_{(t,s,p) \in J^{cc}} \zeta_{tsp}^{cc} \leq \Gamma^{cc};\ 0 \leq \zeta_{tsp}^{cc} \leq 1, \forall (t,s,p) \in J^{cc}; \\ \sum_{\forall (t,s) \in J^{ct}} \zeta_{ts}^{ct} \leq \Gamma^{ct};\ 0 \leq \zeta_{ts}^{ct} \leq 1, \forall (t,s) \in J^{ct}; \\ \sum_{(t,s,p) \in J^{q}} \zeta_{tsp}^{q} \leq \Gamma^{q};\ 0 \leq \zeta_{tsp}^{q} \leq 1, \forall (t,s,p) \in J^{q}; \\ \sum_{(t,s,p) \in J^{dl}} \zeta_{tsp}^{dl} \leq \Gamma^{dl};\ 0 \leq \zeta_{tsp}^{dl} \leq 1, \forall (t,s,p) \in J^{dl} \end{array} \right\} \tag{4.1}$$

Os *budgets* de incertezas apresentados em (4.1) indicam como as variáveis aleatórias estão modeladas nesta formulação. Na análise do pior caso para este conjunto, pode-se constatar que o mesmo é atingido quando todos os parâmetros incertos, limitados por Γ^{ψ}, atingem o seu desvio máximo. Então, a contraparte robusta para esta formulação, onde todas as incertezas estão alocadas na função objetivo, é obtida pela resolução de um problema min-max, apresentado em (4.2), onde deseja-se minimizar a máxima deterioração do valor da função objetivo, quando os parâmetros incertos vão para o pior caso, de acordo com o conjunto de incertezas U.

$$min_{X,Y} \left\{ max_{\widetilde{cc}_{tsp}, \widetilde{ct}_{ts}, \tilde{q}_{tsp}, \widetilde{dl}_{tsp}} \left(\sum_{\substack{t \in J^{cc} \\ s \in J^{cc} \\ p \in J^{cc}}} \widetilde{cc}_{tsp} X_{tsp} + \sum_{\substack{t \in J^{ct} \\ s \in J^{ct}}} \widetilde{ct}_{ts} Y_{ts} + \sum_{\substack{t \in J^{q} \\ s \in J^{q} \\ p \in J^{q}}} \tilde{q}_{tsp} (1 - \theta_{tsp}) X_{tsp} + \sum_{\substack{t \in J^{dl} \\ s \in J^{dl} \\ p \in J^{dl}}} l_{tsp} \check{dl}_{tsp} X_{tsp} \right) \right\} \tag{4.2}$$

Dada uma solução X^*, Y^*do problema (4.2), é possível reescrever a maximização interna de (4.2) da seguinte forma, usando a relação dada em (4.1):

$$max_{\zeta_{tsp}^{cc}, \zeta_{ts}^{ct}, \zeta_{tsp}^{q}, \zeta_{tsp}^{dl}} \quad \sum_{\substack{t \in J^{cc} \\ s \in J^{cc} \\ p \in J^{cc}}} \left(\widehat{cc}_{tsp} \zeta_{tsp}^{cc}\right) X_{tsp}^* + \sum_{\substack{t \in J^{ct} \\ s \in J^{ct}}} (\widehat{ct}_{ts} \zeta_{ts}^{ct}) Y_{ts}^* + \sum_{\substack{t \in J^{q} \\ s \in J^{q} \\ p \in J^{q}}} \left(\hat{q}_{tsp} \zeta_{tsp}^{q}\right)(1-\theta) X_{tsp}^* + \sum_{\substack{t \in J^{dl} \\ s \in J^{dl} \\ p \in J^{dl}}} \left(\widehat{dl}_{tsp} \zeta_{tsp}^{dl}\right)\left(l_{tsp}\right) X_{tsp}^* \tag{4.3}$$

s.a.

$$\sum_{\substack{t \in J^{cc} \\ s \in J^{cc} \\ p \in J^{cc}}} \zeta_{tsp}^{cc} \leq \Gamma^{cc} \tag{4.4}$$

$$\sum_{\substack{t \in J^{ct} \\ s \in J^{ct}}} \zeta_{ts}^{ct} \leq \Gamma^{ct} \tag{4.5}$$

$$\sum_{\substack{t \in J^{q} \\ s \in J^{q} \\ p \in J^{q}}} \zeta_{tsp}^{q} \leq \Gamma^{q} \tag{4.6}$$

$$\sum_{\substack{t \in J^{dl} \\ s \in J^{dl} \\ p \in J^{dl}}} \zeta_{tsp}^{dl} \leq \Gamma^{dl} \tag{4.7}$$

$$0 \leq \zeta_{tsp}^{cc} \leq 1, \;\; \forall (t,s,p) \in J^{cc} \tag{4.8}$$

$$0 \leq \zeta_{ts}^{ct} \leq 1, \;\; \forall (t,s) \in J^{ct} \tag{4.9}$$

$$0 \leq \zeta_{tsp}^{q} \leq 1, \;\; \forall (t,s,p) \in J^{q} \tag{4.10}$$

$$0 \leq \zeta_{tsp}^{dl} \leq 1, \;\; \forall (t,s,p) \in J^{dl} \tag{4.11}$$

Os termos multiplicados por valores nominais $(cc_{tsp}, ct_{ts}, q_{tsp}, dl_{tsp})$ não foram incluídos em (4.3) por serem constantes e, assim, são tratados fora da maximização.

Dado que o problema (4.3)-(4.11) é factível e limitado, podemos aplicar o conceito de Dualidade, para obter o seguinte problema de minimização e, assim, substituí-lo em (4.1):

$$\min_{\left(\substack{\lambda^{cc},\lambda^{ct},\lambda^{q},\lambda^{dl}, \\ \mu_{tsp}^{cc},\mu_{ts}^{ct},\mu_{tsp}^{q},\mu_{tsp}^{dl}}\right)} \Gamma^{cc}\lambda^{cc} + \Gamma^{ct}\lambda^{ct} + \Gamma^{q}\lambda^{q} + \Gamma^{dl}\lambda^{dl}$$

$$+ \sum_{\substack{t \in J^{cc} \\ s \in J^{cc} \\ p \in J^{cc}}} \mu_{tsp}^{cc} + \sum_{\substack{t \in J^{ct} \\ s \in J^{ct}}} \mu_{ts}^{ct} + \sum_{\substack{t \in J^{q} \\ s \in J^{q} \\ p \in J^{q}}} \mu_{tsp}^{q} + \sum_{\substack{t \in J^{dl} \\ s \in J^{dl} \\ p \in J^{dl}}} \mu_{tsp}^{dl} \tag{4.12}$$

s.a.

$$\lambda^{cc} + \mu_{tsp}^{cc} \geq \widehat{cc}_{tsp} X_{tsp}^{*}, \;\; \forall (t,s,p) \in J^{cc} \tag{4.13}$$

$$\lambda^{ct} + \mu_{ts}^{ct} \geq \widehat{ct}_{ts} Y_{ts}^{*}, \;\; \forall (t,s) \in J^{ct} \tag{4.14}$$

$$\lambda^{q} + \mu_{tsp}^{q} \geq \hat{q}_{tsp}(1-\theta) X_{tsp}^{*}, \;\; \forall (t,s,p) \in J^{q} \tag{4.15}$$

$$\lambda^{dl} + \mu_{tsp}^{dl} \geq \widehat{dl}_{tsp} l_{tsp} X_{tsp}^{*}, \;\; \forall (t,s,p) \in J^{dl} \tag{4.16}$$

$$\lambda^{cc} \geq 0 \;\; \forall (t,s,p) \tag{4.17}$$

$$\lambda^{ct} \geq 0 \;\; \forall (t,s) \tag{4.18}$$

$$\lambda^{q} \geq 0 \;\; \forall (t,s,p) \tag{4.19}$$

$$\lambda^{dl} \geq 0 \;\; \forall (t,s,p) \tag{4.20}$$

$$\mu_{tsp}^{cc} \geq 0, \;\; \forall (t,s,p) \in J^{cc} \tag{4.21}$$

$$\mu_{ts}^{ct} \geq 0, \;\; \forall (t,s) \in J^{ct} \tag{4.22}$$

$$\mu_{tsp}^{q} \geq 0, \;\; \forall (t,s,p) \in J^{q} \tag{4.23}$$

$$\mu_{tsp}^{dl} \geq 0, \;\; \forall (t,s,p) \in J^{dl} \tag{4.24}$$

Assim, dado que (4.12)-(4.24) é o problema dual de (4.3)-(4.11), tem-se que também é factível e limitado e possui mesmo valor ótimo. Ao incorporá-lo ao modelo SSDC original, obtém-se sua contraparte robusta com custos incertos, chamada de RSSDC:

$$\min_{\substack{\lambda^{cc},\lambda^{ct},\lambda^{q},\lambda^{dl},\\ \mu^{cc}_{tsp},\mu^{ct}_{ts},\mu^{q}_{tsp},\mu^{dl}_{tsp}\\ X,Y}} \sum_{\substack{t\,\epsilon\,T\\ s\,\epsilon\,S\\ p\,\epsilon\,P}} cc_{tsp}X_{tsp} + \sum_{\substack{t\,\epsilon\,T\\ s\,\epsilon\,S}} ct_{ts}Y_{ts} +$$

$$\sum_{\substack{t\,\epsilon\,T\\ s\,\epsilon\,S\\ p\,\epsilon\,P}} (1-\theta)\, q_{tsp}X_{tsp} + \sum_{\substack{t\,\epsilon\,T\\ s\,\epsilon\,S\\ p\,\epsilon\,P}} dl_{tsp}\, l_{tsp}\, X_{tsp} \tag{4.25}$$

$$+\Gamma^{cc}\lambda^{cc} + \Gamma^{ct}\lambda^{ct} + \Gamma^{q}\lambda^{q} + \Gamma^{dl}\lambda^{dl}$$

$$+\sum_{\substack{t\in J^{cc}\\ s\in J^{cc}\\ p\in J^{cc}}} \mu^{cc}_{tsp} + \sum_{\substack{t\in J^{ct}\\ s\in J^{ct}}} \mu^{ct}_{ts} + \sum_{\substack{t\in J^{q}\\ s\in J^{q}\\ p\in J^{q}}} \mu^{q}_{tsp} + \sum_{\substack{t\in J^{dl}\\ s\in J^{dl}\\ p\in J^{dl}}} \mu^{dl}_{tsp}$$

s. a

$$X_{tsp} \leq C_{tsp} \qquad \forall t\in T, \qquad \forall s\in S,\ \ \forall p\in P \tag{3.2}$$

$$\sum_{s\,\epsilon\,S} X_{tsp} \geq d_{tp} \qquad \forall t\in T, \qquad \forall p\in P \tag{3.3}$$

$$\sum_{p\,\epsilon\,P} X_{tsp} \leq M\, Y_{ts} \qquad \forall t\in T, \qquad \forall s\in S \tag{3.4}$$

$$\lambda^{cc} + \mu^{cc}_{tsp} \geq \widehat{cc}_{tsp}\, X_{tsp},\ \ \forall(t,s,p)\in J^{cc} \tag{4.13}$$

$$\lambda^{ct} + \mu^{ct}_{ts} \geq \widehat{ct}_{ts}\, Y_{ts},\ \ \forall(t,s)\in J^{ct} \tag{4.14}$$

$$\lambda^{q} + \mu^{q}_{tsp} \geq \hat{q}_{tsp}(1-\theta)X_{tsp},\ \ \forall(t,s,p)\in J^{q} \tag{4.15}$$

$$\lambda^{dl} + \mu^{dl}_{tsp} \geq \widehat{dl}_{tsp} l_{tsp} X_{tsp},\ \ \forall(t,s,p)\in J^{dl} \tag{4.16}$$

$$Y_{ts}\,\epsilon\,\{0,1\} \qquad \forall s\in S, \forall t\in T \tag{3.5}$$

$$X_{tsp} \geq 0\ \ \forall t\in T, \qquad \forall s\in S,\ \ \forall p\in P \tag{3.6}$$

$$restrições\ (4.17) - (4.24)$$

5. Resultados

Nesta seção, são apresentados e discutidos os resultados de experimentos computacionais com o modelo robusto RSSDC proposto na Seção 4. Todos os experimentos foram realizados usando o *software* GAMS 24.1.3 juntamente com o software de otimização de propósito geral CPLEX 12.5.1, em um computador com processador Intel® Core™ i7-3537U 2.00 GHz, 15,9 GB de memória RAM, e sistema operacional Windows 8.1. Foi estabelecido como critério de parada um limite de tempo de 3600 segundos ou um GAP de 0% de otimalidade.

5.1 Criação das Instâncias

Para a realização dos experimentos, foram criadas duas classes de instâncias. Cada classe indica o tamanho da instância em função da cardinalidade de seus conjuntos, sendo denominada por *aP-bT-cS*, em que significa a número de produtos, b número de períodos e c número de fornecedores. As instâncias são constituídas por variações dentro das classes obedecendo as distribuições de probabilidade estabelecidas e as cardinalidades dos conjuntos. Para isso foi selecionada uma situação-exemplo apresentada por Ware et al. (2014), contendo três produtos, dois períodos e quatro fornecedores, esta instância original foi usada como base para os parâmetros e, a partir desses valores, novas classes de instâncias foram ser geradas. Foram criadas as seguintes classes: 5P-10T-15S e 10P-20T-30S. Para cada classe, foram definidas cinco instâncias, geradas aleatoriamente utilizando-se o software GAMS. A forma com que os parâmetros foram gerados em cada instância é apresentada na Tabela 1. Após todas as definições das instâncias, os testes computacionais puderam ser realizados.

Tabela 1 - Dados da criação das instâncias

Parâmetro	**Distribuição**
cc_{tsp}	$\sim Uniforme\ [3,10]$
ct_{tsp}	$\sim Uniforme\ [500,2500]$
C_{tsp}	$\sim Uniforme\ [500,2500]$
q_{tsp}	$\sim Uniforme\ [3,10]$
l_{tsp}	$\sim Uniforme\ [8,17]$
dl_{tsp}	$\sim Uniforme\ [0,4]$
d_{tp}	$\sim Uniforme\ [1000,5000]$

5.2 Testes Computacionais do modelo SSDC com incerteza nos custos e tempo de entrega

Para cada parâmetro incerto do modelo RSSDC, foi considerado que poderia haver cinco ocorrências de pior caso, além do caso nominal, e assim usou-se $\Gamma^{\varphi} = 0,1,2,\ldots 5$ em cada experimento, onde $\varphi = [cc, ct, q, dl]$. Também foi considerado que os parâmetros incertos assumiriam um desvio controlado γ, assumindo os seguintes valores de variação: 10%, 25% e 50%, onde $\widehat{cc}_{tsp} = \gamma cc_{tsp}$ e, assim por diante, com os demais custos. Todos os resultados são apresentados na Tabela 2.

Da primeira à quarta coluna de cada bloco da Tabela 2, são apresentados os valores dos parâmetros que foram considerados no pior caso de cada cenário: $\Gamma^{cc}, \Gamma^{ct}, \Gamma^{q}\, e\ \Gamma^{dl}$ respectivamente. Da quinta à sétima coluna são apresentadas as médias aritméticas que os valores ótimos das funções objetivo, em unidade monetárias, que cada instância assumiu quando o modelo foi resolvido naquele cenário, de acordo com os valores que os desvios dos parâmetros assumiram em cada cenário, variando no intervalo $\{10\%; 25\%; 50\%\}$. Todas estas soluções atingiram a otimalidade em cada cenário de cada classe, que é composta por cinco exemplares cada.

Analisando a Tabela 2 pode-se concluir que as soluções obtidas pelo modelo SSDC com incertezas nos custos demonstram que nos cenários analisados, o incremento no valor ótimo da função objetivo, no pior caso, sempre é menor que o desvio dos parâmetros incertos. Isso demonstra soluções satisfatórias do ponto de vista financeiro, e sempre apresentando soluções factíveis. Apesar do incremento no valor da função objetivo fosse esperado nas soluções do modelo robusto, era-se esperado que este incremento se permanecesse próximo o valor do desvio. Realizando uma análise por classe de exemplares, pode-se observar que:

Tabela 2 – Valores ótimos médios do modelo RSSDC para as classes 5P-10T-15S e 10P-20T-30S

Γ^{cc}	Γ^{ct}	Γ^{q}	Γ^{dl}	desvio = 10%	desvio = 25%	desvio = 50%
0	0	0	0	1.323.620,92	1.323.620,92	1.323.620,92
1	0	0	0	1.325.794,36	1.329.023,41	1.334.310,03
2	0	0	0	1.327.813,23	1.333.988,07	1.344.085,18
3	0	0	0	1.329.755,11	1.338.746,00	1.353.534,94
4	0	0	0	1.331.524,93	1.343.108,56	1.362.142,83
5	0	0	0	1.333.204,35	1.347.242,49	1.370.239,01
0	0	0	0	1.323.620,92	1.323.620,92	1.323.620,92
0	1	0	0	1.323.867,58	1.324.237,57	1.324.854,22
0	2	0	0	1.324.112,80	1.324.850,62	1.326.080,32
0	3	0	0	1.324.355,88	1.325.458,32	1.327.295,72
0	4	0	0	1.324.597,16	1.326.061,52	1.328.502,12
0	5	0	0	1.324.836,08	1.326.658,82	1.329.696,72
0	0	0	0	1.323.620,92	1.323.620,92	1.323.620,92
0	0	1	0	1.323.730,33	1.323.894,44	1.324.167,95
0	0	2	0	1.323.836,74	1.324.160,46	1.324.700,00
0	0	3	0	1.323.938,27	1.324.414,31	1.325.207,69
0	0	4	0	1.324.036,49	1.324.659,85	1.325.698,78
0	0	5	0	1.324.131,31	1.324.896,89	1.326.172,86
0	0	0	0	1.323.620,92	1.323.620,92	1.323.620,92
0	0	0	1	1.326.946,87	1.331.513,04	1.338.140,49
0	0	0	2	1.329.650,74	1.337.679,70	1.349.196,49
0	0	0	3	1.331.804,41	1.342.745,10	1.358.519,44
0	0	0	4	1.333.600,88	1.347.154,44	1.367.039,11
0	0	0	5	1.335.266,81	1.351.331,65	1.375.265,20
0	0	0	0	1.323.620,92	1.323.620,92	1.323.620,92
1	1	1	1	1.329.475,28	1.337.802,95	1.350.604,45
2	2	2	2	1.334.548,04	1.349.809,32	1.373.008,58
3	3	3	3	1.338.908,75	1.360.317,08	1.393.504,38
4	4	4	4	1.342.791,04	1.369.934,40	1.412.301,79
5	5	5	5	1.346.450,99	1.379.054,38	1.430.195,80

5P-10T-15S

Γ^{cc}	Γ^{ct}	Γ^{q}	Γ^{dl}	desvio = 10%	desvio = 25%	desvio = 50%
0	0	0	0	3.785.508,55	3.785.508,55	3.785.508,55
1	0	0	0	3.787.480,08	3.790.339,95	3.848.852,49
2	0	0	0	3.789.323,91	3.794.943,45	3.857.930,95
3	0	0	0	3.791.095,11	3.799.259,30	3.866.343,65
4	0	0	0	3.792.778,93	3.803.425,47	3.874.512,38
5	0	0	0	3.794.434,72	3.807.517,34	3.882.502,27
0	0	0	0	3.785.508,55	3.785.508,55	3.785.508,55
0	1	0	0	3.785.758,19	3.786.132,65	3.963.370,90
0	2	0	0	3.786.007,27	3.786.755,35	3.964.613,90
0	3	0	0	3.786.255,99	3.787.377,15	3.965.856,90
0	4	0	0	3.786.503,93	3.787.997,00	3.967.096,40
0	5	0	0	3.786.751,21	3.788.615,20	3.968.331,90
0	0	0	0	3.785.508,55	3.785.508,55	3.785.508,55
0	0	1	0	3.785.629,62	3.785.811,23	3.786.113,90
0	0	2	0	3.785.746,16	3.786.102,57	3.786.696,58
0	0	3	0	3.785.858,71	3.786.383,95	3.787.259,34
0	0	4	0	3.785.967,98	3.786.657,11	3.787.805,68
0	0	5	0	3.786.075,62	3.786.926,23	3.788.343,90
0	0	0	0	3.785.508,55	3.785.508,55	3.785.508,55
0	0	0	1	3.786.994,99	3.789.224,65	3.792.861,93
0	0	0	2	3.788.258,63	3.792.337,90	3.798.383,75
0	0	0	3	3.789.255,35	3.794.478,23	3.802.539,69
0	0	0	4	3.789.933,41	3.796.145,75	3.805.609,04
0	0	0	5	3.790.509,86	3.797.520,78	3.808.292,19
0	0	0	0	3.785.508,55	3.785.508,55	3.785.508,55
1	1	1	1	3.789.337,23	3.794.982,82	3.804.313,32
2	2	2	2	3.792.810,32	3.803.613,62	3.820.676,92
3	3	3	3	3.795.939,51	3.810.970,09	3.835.067,96
4	4	4	4	3.798.658,60	3.817.695,63	3.848.088,12
5	5	5	5	3.801.245,86	3.824.048,47	3.860.462,18

10P-20T-30S

- <u>Classe 5P-10T-15S:</u> analisando os custos individualmente, o custo que exerce maior impacto no valor da solução é o relativo ao tempo de atraso na entrega, tendo como *budget* o parâmetro Γ^{dl}, promovendo um aumento da grandeza de 0,25% a 0,88% quando o desvio está em 10%; quando o desvio é aumentado para 25%, este valor cresce no intervalo 0,60% a 2,09%; já quando o desvio atinge o seu valor máximo em 50%, o incremento no valor da solução chega a variar entre 1,10% e 3,90%. Esta oneração no valor da função objetivo ocorre em maior incidência neste custo pois, o mesmo, apesar de possuir o menor custo, está diretamente associado ao nível de serviço. O segundo maior impacto nos valores da solução ocorre quando o custo de compra, representado pelo *budget* Γ^{cc}é perturbado. Quando o desvio está em 10%, o valor da solução cresce no intervalo 0,16% a 0,72%; quando o desvio atinge o valor de 25%, a oneração permanece no intervalo de 0,41% a 1,78%; por fim, quando o desvio está em 50%, o incremento fica no intervalo de 0,81% a 3,52%. Estes resultados foram surpreendentes, pois o custo de transporte, que possui o maior valor e é representado pelo *budget* Γ^{ct}, não proporcionou o maior valor de degradação na função objetivo, como era esperado. Quando todos os custos foram analisados simultaneamente indo para o pior caso, o maior impacto ocorreu quando o desvio estava em 50%, de modo que o aumento ocorreu no intervalo de 2,04% a 3,90%.

- Classe 10P-20T-30S: analisando os custos individualmente, o custo que exerce maior impacto no valor da solução é o custo de transporte, promovendo um aumento da grandeza de 4,70% a 4,83%, quando o desvio está em 50%. O segundo maior impacto no valor da solução é obtido quando o parâmetro de custo de compra é perturbado. Quando os parâmetros incertos são permitidos pelo tomador de decisão, a variação no custo de compra promove um aumento da grandeza de 1,67% a 2,56%, quando o desvio está em 50%. Já os demais custos promovem pequenos incrementos, não alterando significativamente os valores das soluções. Agora, analisando quando todos os custos vão para o pior caso simultaneamente, o pior caso ocorre quando o desvio está em 50%, onerando o valor da solução em um intervalo entre 0,50% e 1,98%.

5.3 Análise do Risco da Solução Robusta do modelo RSSDC via Simulação de Monte Carlo

Para comprovar a robustez das soluções obtidas pelo modelo RSSDC foi proposta uma série de testes computacionais para a avaliação do risco das soluções se deteriorarem em um cenário real. Estes testes foram realizados utilizando o método de Simulação de Monte Carlo. Nos testes foram realizadas simulações distintas para avaliar as ocorrências das variáveis aleatórias, contendo 1000 amostras cada, totalizando 120.000 exemplares avaliados. Essas amostras foram geradas aleatoriamente utilizando a distribuição uniforme, no *software* GAMS. Nas simulações foi selecionado um intervalo controlado em que o valor de cada amostra aleatória permaneceria restrito. Este intervalo assumiu que o desvio controlado poderia possuir variações acima ou abaixo do desvio original, pertencendo ao intervalo $[\hat{\psi} - \psi, \hat{\psi} + \psi]$ ψ representa o valor nominal do parâmetro e $\hat{\psi}$ representa o desvio pelo qual o parâmetro está sujeito, analogamente a formulação utilizada na construção do conjunto de incertezas U em (4.1), apresentado na Seção 4 deste trabalho. O intervalo corresponde a todo o espaço amostral que a variável aleatória pode assumir, e é conhecido como intervalo todo (cuja abreviação em Inglês é FI – *Full-Interval).* Este pressuposto foi adotado, pois em um cenário real são comuns oscilações positivas e negativas de custos.

O principal objetivo das simulações foi a mensuração do impacto dos parâmetros incertos no valor solução. Para a análise do risco foram propostas três medidas de desempenho: a probabilidade da solução se deteriorar (RISCO), o preço da robustez (PR) e uma medida de desempenho que mensurou o impacto médio no valor da solução quando o cenário teve valor deteriorado (AR):

- Probabilidade da solução se deteriorar (RISCO): em cada cenário analisado com 1000 amostras foram sorteados números aleatórios $(\widetilde{\varphi})$ para os parâmetros incertos dentro do intervalo do desvio controlado, sendo que cada amostra corresponde a uma realização dos custos incertos em relação aos intervalos considerados. Estas amostras foram utilizadas para calcular o valor das soluções de acordo com a respectiva realização dos parâmetros, representado por $\bar{z}_{rob}^{*}$, que foram comparadas aos valores das soluções obtidas na Seção 5.2 deste trabalho (z_{rob}^{*}). Se o valor da solução para uma dada amostra fosse maior que o valor da solução obtida na seção anterior, uma variável que contabilizou estes cenários deteriorados era incrementada. Ao final da simulação, pode-se contabilizar o valor final desta variável e encontrar a sua proporção perante a população das 1000 amostras.
- Preço da Robustez (PR): esta medida apresenta a diferença relativa entre os valores das soluções ótimas obtidas pelos modelos robusto e determinístico e foi obtida da seguinte forma: $PR = \left(\frac{(z_{rob}^{*}-z_{det}^{*})}{z_{det}^{*}}\right).100\%$, onde $z_{rob}^{*}\ e\ z_{det}^{*}$ representam os valores ótimos dos modelos RSSDC e SSDC, respectivamente. Esta medida tem como objetivo apresentar o impacto no valor da solução, que a função de proteção promove, deteriorando o valor da solução em aversão ao risco.
- Aumento Médio Relativo (AR): para as instâncias cujas soluções obtiveram valores $\bar{z}_{rob}^{*}$ maiores do que os valores z_{rob}^{*} obtidos na Seção 5.2 acumulou-se a soma das diferenças entre estes valores. Ao final, pode-se obter um valor médio relativo de aumento das soluções $(\bar{z}_{rob}^{*})$ em função do valor anterior (z_{rob}^{*}).

Todo o procedimento realizado na simulação é descrito a seguir:

i. Ler z_{rob}^{*} e os parâmetros utilizados para obter esta solução;

ii. Para g = 1 to 1000, faça{

iii. Definir $\tilde{\varphi}$ sorteando valores aleatórios no intervalo $[\hat{\psi}-\psi,\ \hat{\psi}+\psi\,]$ para os parâmetros incertos avaliados, onde $\psi = [cc, ct, q, dl]$;

iv. Encontrar o valor atual da solução $(\bar{z}_{rob}^{*})$, utilizando $\tilde{\varphi}$;

v. $$Se\begin{cases} \bar{z}_{rob}^{*} > z_{rob}^{*}, então: \\ RISCO = RISCO + 1; \\ AR = AR + (\bar{z}_{rob}^{*} - z_{rob}^{*}) \end{cases};$$

Fim-Se};

Fim-Para}.

As simulações foram realizadas para as duas classes de instâncias 5P-10T-15S e 10P-20T-30S, utilizando os valores encontrados na Seção 5.2 deste trabalho. Os resultados são apresentados nas Tabelas 3 e 4. Cada bloco de colunas em toda as tabelas apresenta as medidas de desempenho RISCO, PR e AR, apresentando todos os respectivos valores na unidade de medida percentual com duas casas decimais. Valores iguais a zero foram representados pelo símbolo "—" e alguns valores são apresentados como 0,00% pois o valor significativo se encontra além das duas casas decimais, não podendo serem classificados como zero.

Da primeira à quarta coluna de cada bloco do conjunto de Tabelas 3 e 4 são apresentados os valores dos budgets de incerteza dos parâmetros que foram considerados no pior caso: Γ^{cc}, Γ^{ct} , Γ^{q} e Γ^{dl}. O segundo bloco de colunas, compreendido pelas colunas de 5 a 8, corresponde aos valores obtidos pelas medidas de desempenho RISCO, PR e AR com desvio $\gamma = 10\%$. Os demais blocos de colunas apresentam as mesmas medidas de desempenho com o desvio igual ao valor de 25% e 50% respectivamente. Todos os valores de cada célula representam a média aritmética de 5.000 resultados.

Analisando o conjunto de Tabelas 3 e 4 pode-se observar a robustez das soluções obtidas pelo modelo RSSDC para os 240.000 exemplares analisados. Os incrementos das medidas de desempenho PR e AR são sempre menores do que o desvio dos parâmetros incertos e a medida RISCO sempre decai, à medida que mais proteção é oferecida ao modelo, chegando a valores considerados relativamente baixos. Este *trade-off* entre estas medidas de desempenho (PR x RISCO), mostra as vantagens de se utilizar a abordagem de OR no apoio à tomada de decisão.

Também pode-se observar que a OR promoveu soluções muito satisfatórias ao modelo, não onerando significativamente os valores das soluções, quando os parâmetros foram perturbados no desvio controlado $[\hat{\psi} - \psi,\ \hat{\psi} + \psi\,]$. Obviamente que o modelo apresentou soluções consideradas deterioradas somente quando o sorteio da incerteza do parâmetro atingiu o semi-intervalo $[\hat{\psi} + \psi]$, pois este intervalo oferece soluções mais custosas, em relação aos valores iniciais obtidos. Este detalhe fez com que o modelo pudesse alcançar soluções satisfatórias do ponto de vista computacional e financeiro, quando o sorteio atingiu o semi-intervalo $[\hat{\psi} - \psi\,]$, indicando a eficácia da abordagem de OR.

Realizando uma análise por classe de exemplares, pode-se observar que:

- <u>Classe 5P-10T-15S</u>: analisando os custos individualmente, quando o desvio está em 10%, o maior preço pago pela robustez é fornecido pelo atraso na entrega, cujo o budget é representado pelo parâmetro Γ^{dl} atingindo o intervalo de 0,33% a 1,04%. Quando o desvio é aumentado para 25% e 50% a situação se mantém, porém, o nível de oneração no preço da robustez sobe para 0,70% a 2,41% e 1,32% a 4,37%, respectivamente.

Tabela 3- Simulação de Monte Carlo para a classe 5P-10T-15S

				desvio = 10%			desvio = 25%			desvio = 50%		
Γ^{cc}	Γ^{ct}	Γ^{q}	Γ^{dl}	Risco	PR	AR	Risco	PR	AR	Risco	PR	AR
0	0	0	0	48,20%	0,00%	0,33%	47,80%	0,00%	0,76%	49,90%	0,00%	1,66%
1	0	0	0	31,60%	0,18%	0,26%	30,00%	0,46%	0,61%	34,70%	0,88%	1,27%
2	0	0	0	20,00%	0,35%	0,21%	17,00%	0,85%	0,55%	20,70%	1,62%	1,16%
3	0	0	0	9,50%	0,50%	0,20%	9,40%	1,21%	0,50%	13,00%	2,32%	0,93%
4	0	0	0	5,00%	0,65%	0,19%	5,60%	1,54%	0,40%	6,70%	2,99%	0,87%
5	0	0	0	2,60%	0,79%	0,17%	2,40%	1,87%	0,38%	3,60%	3,62%	0,73%
0	0	0	0	49,30%	0,00%	0,06%	48,40%	0,00%	0,15%	47,30%	0,00%	0,29%
0	1	0	0	39,70%	0,02%	0,05%	37,10%	0,05%	0,14%	38,70%	0,10%	0,24%
0	2	0	0	30,00%	0,04%	0,05%	28,80%	0,10%	0,12%	28,40%	0,19%	0,22%
0	3	0	0	21,50%	0,06%	0,04%	20,60%	0,14%	0,11%	18,50%	0,29%	0,21%
0	4	0	0	14,80%	0,08%	0,04%	14,20%	0,19%	0,10%	12,60%	0,38%	0,20%
0	5	0	0	9,60%	0,10%	0,04%	9,70%	0,24%	0,10%	8,60%	0,48%	0,17%
0	0	0	0	49,40%	0,00%	0,02%	51,70%	0,00%	0,04%	49,60%	0,00%	0,09%
0	0	1	0	32,60%	0,01%	0,02%	34,50%	0,02%	0,04%	34,50%	0,05%	0,08%
0	0	2	0	21,60%	0,02%	0,01%	20,80%	0,04%	0,03%	21,40%	0,09%	0,07%
0	0	3	0	11,80%	0,03%	0,01%	12,30%	0,07%	0,03%	12,10%	0,13%	0,06%
0	0	4	0	6,80%	0,03%	0,01%	6,60%	0,09%	0,03%	6,10%	0,17%	0,06%
0	0	5	0	3,20%	0,04%	0,01%	3,30%	0,11%	0,02%	2,70%	0,21%	0,06%
0	0	0	0	57,00%	0,00%	0,26%	50,40%	0,00%	0,70%	51,60%	0,00%	1,41%
0	0	0	1	17,60%	0,33%	0,19%	20,50%	0,70%	0,52%	23,90%	1,32%	0,95%
0	0	0	2	5,00%	0,57%	0,14%	7,80%	1,31%	0,38%	8,60%	2,36%	0,77%
0	0	0	3	1,20%	0,77%	0,12%	2,90%	1,73%	0,25%	4,30%	3,05%	0,58%
0	0	0	4	0,50%	0,91%	0,08%	1,00%	2,08%	0,18%	1,50%	3,71%	0,36%
0	0	0	5	0,10%	1,04%	0,04%	0,20%	2,41%	0,22%	0,50%	4,37%	0,47%
0	0	0	0	46,10%	0,00%	0,44%	50,10%	0,00%	1,01%	51,00%	0,00%	2,16%
1	1	1	1	14,80%	0,54%	0,28%	16,80%	1,23%	0,64%	19,80%	2,35%	1,43%
2	2	2	2	3,10%	0,97%	0,25%	3,00%	2,31%	0,64%	6,00%	4,20%	1,08%
3	3	3	3	0,70%	1,33%	0,35%	1,00%	3,08%	0,33%	2,00%	5,72%	0,69%
4	4	4	4	0,30%	1,63%	0,36%	0,20%	3,83%	0,24%	0,20%	7,18%	0,44%
5	5	5	5	0,20%	1,92%	0,20%	0,00%	4,55%	--	0,00%	8,61%	--

Quando todos os custos são avaliados no desvio de 10%, até quando todas as variáveis que vão para o pior caso possuem o valor igual a dois ($\Gamma^{\varphi} \leq 2$), a soma dos testes dos parâmetros individuais é exatamente igual ao preço da robustez quando todos os custos são analisados simultaneamente indo para o pior caso. Para exemplificar esta situação, considere $\Gamma^{\varphi} = 1$ para todos os casos quando os testes foram realizados com os parâmetros indo para o pior caso separadamente, quando e o desvio foi considerado igual a o valor de 10%, os preços das robustez apresentadas na Tabela 3 são: 0,18%, 0,02%, 0,01% e 0,33%, respectivamente. A soma de todos estes resultados individuais é equivalente à 0,54% que é exatamente o valor obtido pela medida de desempenho PR quando todos os custos são analisados simultaneamente e apenas um parâmetro de cada custo pode ir para o pior caso, no desvio de 10% (esta análise é análoga para as demais classes). Porém quando $\Gamma^{\varphi} > 2$ as soluções vão piorando progressivamente, ficando mais custosas a cada variável indo para o pior caso, ou seja, quando $\Gamma^{\varphi} = 3$, a solução piora 0,3%, quando $\Gamma^{\varphi} = 4$, a solução piora 0,4% e assim sucessivamente. Já quando o desvio está em 25%, a situação é contrária. Quando $\Gamma^{\varphi} = 3$, a solução melhora 0,7%, quando $\Gamma^{\varphi} = 4$, a solução melhora 0,2% e quando $\Gamma^{\varphi} = 5$, a solução melhora 0,7%. E quando o desvio atinge o valor de 50%, quando $\Gamma^{\varphi} = 2$, a solução melhora 0,6% e quando $\Gamma^{\varphi} = \{3,4,5\}$ a solução melhora 0,7%.

Tabela 4 - Simulação de Monte Carlo para a classe 10P-20T-30S

				$\gamma = 10\%$			$\gamma = 25\%$			$\gamma = 50\%$		
Γ^{cc}	Γ^{ct}	Γ^{q}	Γ^{dl}	Risco	PR	AR	Risco	PR	AR	Risco	PR	AR
0	0	0	0	49,30%	0,00%	0,19%	47,90%	0,00%	0,46%	48,70%	0,00%	0,89%
1	0	0	0	42,40%	0,05%	0,17%	38,80%	0,12%	0,43%	40,80%	0,25%	0,84%
2	0	0	0	34,60%	0,10%	0,16%	32,70%	0,24%	0,39%	33,80%	0,48%	0,78%
3	0	0	0	28,30%	0,14%	0,14%	25,30%	0,35%	0,37%	28,50%	0,69%	0,69%
4	0	0	0	22,70%	0,18%	0,13%	20,80%	0,46%	0,33%	22,90%	0,91%	0,62%
5	0	0	0	16,70%	0,23%	0,13%	15,60%	0,56%	0,33%	16,90%	1,12%	0,60%
0	0	0	0	53,30%	0,00%	0,04%	51,20%	0,00%	0,09%	51,60%	0,00%	0,19%
0	1	0	0	45,20%	0,01%	0,04%	44,80%	0,02%	0,08%	46,00%	0,03%	0,18%
0	2	0	0	40,80%	0,01%	0,03%	39,50%	0,03%	0,08%	39,80%	0,06%	0,17%
0	3	0	0	35,90%	0,02%	0,03%	33,40%	0,05%	0,08%	35,10%	0,10%	0,16%
0	4	0	0	30,70%	0,03%	0,03%	28,30%	0,06%	0,07%	30,80%	0,13%	0,15%
0	5	0	0	26,00%	0,03%	0,03%	23,80%	0,08%	0,07%	26,30%	0,16%	0,14%
0	0	0	0	51,60%	0,00%	0,01%	50,20%	0,00%	0,03%	47,00%	0,00%	0,06%
0	0	1	0	43,70%	0,00%	0,01%	42,10%	0,01%	0,03%	39,80%	0,02%	0,06%
0	0	2	0	36,90%	0,01%	0,01%	33,60%	0,02%	0,03%	31,90%	0,03%	0,05%
0	0	3	0	29,30%	0,01%	0,01%	27,60%	0,02%	0,02%	25,40%	0,05%	0,05%
0	0	4	0	24,00%	0,01%	0,01%	21,60%	0,03%	0,02%	20,00%	0,06%	0,04%
0	0	5	0	18,30%	0,01%	0,01%	16,60%	0,04%	0,02%	15,80%	0,07%	0,04%
0	0	0	0	55,20%	0,00%	0,03%	53,10%	0,00%	0,07%	60,50%	0,00%	0,17%
0	0	0	1	16,60%	0,04%	0,02%	15,30%	0,10%	0,04%	23,20%	0,19%	0,09%
0	0	0	2	3,00%	0,07%	0,02%	3,20%	0,17%	0,03%	5,30%	0,34%	0,05%
0	0	0	3	0,60%	0,10%	0,01%	0,20%	0,24%	0,03%	0,60%	0,47%	0,02%
0	0	0	4	0,00%	0,11%	--	0,00%	0,28%	--	0,00%	0,54%	--
0	0	0	5	0,00%	0,13%	--	0,00%	0,32%	--	0,00%	0,60%	--
0	0	0	0	50,40%	0,00%	0,20%	49,50%	0,00%	0,47%	50,10%	0,00%	0,94%
1	1	1	1	34,30%	0,10%	0,17%	31,80%	0,25%	0,41%	34,60%	0,49%	0,82%
2	2	2	2	23,40%	0,19%	0,14%	21,20%	0,46%	0,36%	24,60%	0,91%	0,67%
3	3	3	3	13,50%	0,27%	0,13%	13,70%	0,66%	0,30%	15,00%	1,30%	0,59%
4	4	4	4	8,80%	0,34%	0,11%	8,80%	0,83%	0,26%	9,50%	1,64%	0,51%
5	5	5	5	5,70%	0,40%	0,10%	5,10%	0,99%	0,24%	6,50%	1,96%	0,41%

- Classe 10P-20T-30S: quando os custos são analisados individualmente, o maior preço pela robustez é oferecido pelo custo de compra, representado pelo *budget* Γ^{cc}, permanecendo nos intervalos de: 0,05% a 0,23%; 0,12% a 0,56% e 0,25% a 1,12%, respectivamente. Isto ocorreu pelo alto volume de demanda de produtos apresentado nesta classe, observando que este custo é diretamente proporcional à demanda de consumo. Já quando todos os custos são analisados simultaneamente, foi identificado que o somatório do preço da robustez de todos os custos incertos individuais foi exatamente igual ao valor obtido quando todos os foram avaliados simultaneamente. Isso é justificado pela estabilização no aumento do valor de Γ^{dl} na medida de desempenho AR, quando o seu valor era $\Gamma^{dl} = \{4{,}5\}$, promovendo a anulação do valor da medida de desempenho RISCO. Esta estabilização indica que o risco de atraso nas entregas das MPs foi extinto para este dado nível de proteção.

6. Conclusões

Este trabalho apresentou uma estratégia de solução para o SSP em cenários incertos. Para isso, foi proposto um modelo determinístico (SSDC), modelado com a proposta de linearização do modelo de Ware et al. (2014), além de uma formulação robusta com incertezas nos custos e no tempo de entrega (RSSDC). Os testes computacionais com o modelo RSSDC, apresentados na Seção 5.2 deste trabalho, demonstram que a abordagem de OR potencializa o nível de robustez das soluções em aversão aos riscos, quando parâmetros incertos estão envolvidos. Isto pode ser comprovado pelo nível de oneração promovida nos valores das soluções quando uma proteção à incerteza foi empregada, pois o incremento no valor ótimo da função objetivo no pior caso sempre é menor que o desvio dos parâmetros incertos. Isso demonstra que o modelo é robusto suficientemente à variação destes custos, apresentando soluções satisfatórias do ponto de vista financeiro, sempre apresentando soluções dentro dos limites computacionais e dos budgets de incerteza impostos e todos os cenários analisados neste trabalho. Também pode-se concluir que apesar dos custos de compra e atraso unitários dos produtos não serem os de maior valor na transação intercontinental, os mesmos podem comprometer todo o desempenho da cadeia na operação, uma vez que o custo de compra está diretamente ligado proporcionalmente a unidades a serem compradas e o custo unitário de atraso está diretamente ligado à manutenção do nível de serviço, sendo portanto os custos mais sensíveis nos cenários analisados. As simulações utilizando o método Monte Carlo, apresentadas na Seção 5.3, corroboram e promovem um maior suporte a esta conclusão.

Referências

ALEM, D.J., MORABITO, R. **Production planning in furniture settings via robust optimization**. *Computers & Operations Research*. v.39(2), p. 139–150, 2012.

AOUADNI, S.; REBAI, A. **Lot-sizing problem with supplier selection considering safety stock.** *International Conference on Control, Decision and Information Technologies*, p. 766-769, 2013.

BERTSIMAS, D.; SIM, M. **Robust discrete optimization and network flows**. *Mathematical Programming Series B*, v. 98, n. 1-3, p. 49-71, 2003.

BERTSIMAS, D.; SIM, M. **The price of robustness**. *Operations Research*, v. 52, n. 1, p. 35-53, 2004.

BERTSIMAS, D.; THIELE, A. **A robust optimization approach to supply chain management.** *Operations Research*, v.54(1), p. 150-168, 2006.

DE LA VEGA, J.; MUNARI, P.; MORABITO, R. **Robust optimization for the vehicle routing problem with multiple deliverymen**. *Central European Journal of Operations Research*, v. 1, p. 1, 2017.

MUNHOZ, J. R.; MORABITO, R. **Optimization approaches to support decision making in the production planning of a citrus company: A Brazilian case study**. *Computers and Electronics in Agriculture*, v. 107, p. 45-57, 2014.

NAGI R., PAN F., **Robust supply chain design under uncertain demand in agile manufacturing.** *Computers & Operations Research* v.37, p. 668 – 683, 2010.

PAIVA, R. P. O; MORABITO, R. **Planejamento hierárquico da produção em usinas de açúcar e álcool: modelagem de otimização robusta**. *Produção* (São Paulo. Impresso), p. 644-663, 2013.

PARK, J. et al. **An integrative framework for supplier relationship management**. *Industrial Management & Data Systems*, v. 110, n. 4, p. 495–515, 2010.

PUROHIT, A.K.; CHOUDHARY, D.; SHANKAR, R. **Inventory lot-sizing with supplier selection under non-stationary stochastic demand**. *International Journal of Production Research*, v. 54, p.2459-2469, 2016.

RIGHETTO, G. M.; MORABITO, R.; ALEM, D. **A robust optimization approach for cash flow management in stationery companies**. *Computers & Industrial Engineering*, v. 99, p. 137-152, 2016.

ROCCO, C. D.; MORABITO, R. **Robust optimisation approach applied to the analysis of production / logistics and crop planning in the tomato processing industry**. *International Journal of Production Research* (Print), v. 54, p. 1-20, 2016.

ROSENFELD, H. et al., **Gestão de desenvolvimento de produtos**. São Paulo: *Saraiva*, 2006.

WARE, N. R., SINGH, S. P.; BANWET, D. K., **A Mixed Integer Non-linear Program to Model Dynamic Supplier Selection Problem**. *Expert Systems with Applications* v. 41 (2), p.671–678, 2014.