

Matrizes, Grafos E Raciocínio Lógico Em Contexto Lúdico
Matrices, Grafos y Razonamiento Lógico en Contexto Lúdico
Graphs and Logical Reasoning in a Playful Context

Melissa Grazziotin

Colégio Odila Gay da Fonseca / seducmelissagraz@gmail.com

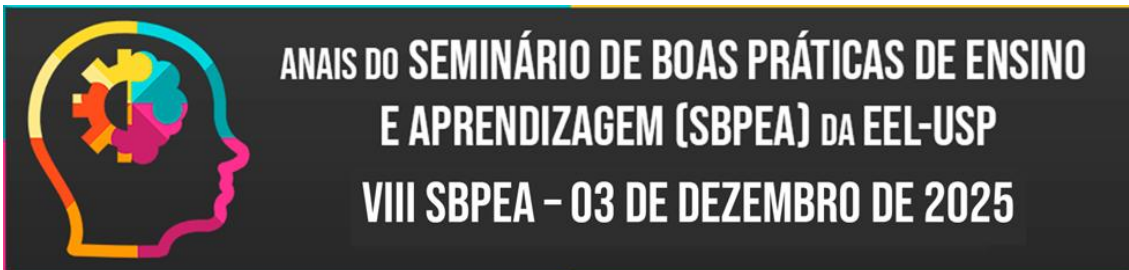
Resumo

O projeto propõe a integração dos conceitos de Matriz Quadrada ($A_{n \times n}$), Teoria dos Grafos e Raciocínio Lógico através de atividades lúdicas como o Quadrado Mágico (QM) e o Jogo Matix. O objetivo é conectar a estrutura algébrica da matriz a modelos de conectividade e à estratégia de jogo, visando desenvolver a análise de posição e o raciocínio lógico dos estudantes. A metodologia foi estruturada em três etapas: Matriz e Construção, Matriz e Relações (Grafos) e Aplicação Estratégica. A primeira etapa usa o QM como ferramenta introdutória para a notação a_{ij} , o cálculo da Constante Mágica e a aplicação de propriedades como a Matriz Transposta (A^T). A segunda foca na modelagem das relações de troca e movimentos no QM por meio da Teoria dos Grafos. A etapa final introduz o Jogo Matix, onde o objetivo é maximizar a soma de pontos. Os estudantes usam a notação matricial para registrar jogadas e a posição das peças, simulando a manipulação dos elementos. Uma atividade complementar explora o Grafo $K_{3 \times 3}$ para discutir o conceito de Grafos Não-Planares. O projeto facilita a transição do conhecimento concreto (QM) para o abstrato (Grafos) e o estratégico (Matix). No Matix, a escolha de um elemento (a_{ij}) exige a antecipação da jogada do oponente (vetores linha ou coluna), priorizando o raciocínio estratégico. A avaliação se baseia em relatórios conceituais, na entrega da Matriz de Adjacência e na observação da estratégia no Jogo Matix, aferindo o domínio dos conceitos e a aplicação do raciocínio lógico.

Palavras-chave: Grafos, Matrizes, Quadrado mágico, Jogo Matix.

Abstract

The project proposes the integration of the concepts of Square Matrix ($A_{n \times n}$), Graph Theory, and Logical Reasoning through playful activities such as the Magic Square (MS) and the Matix Game. The goal is to connect the algebraic structure of the matrix to connectivity models and game strategy, aiming to develop students' position analysis and

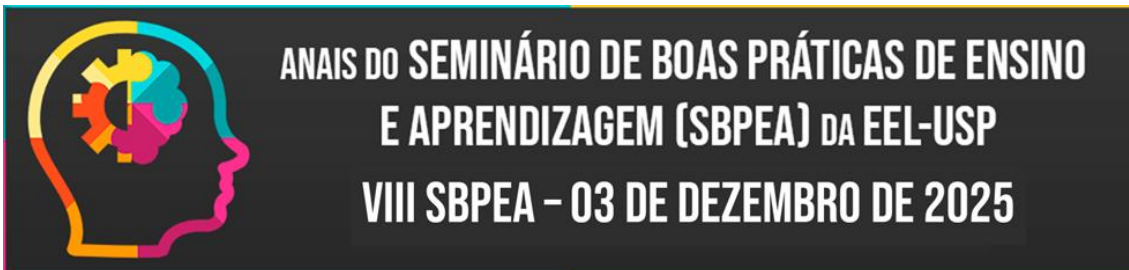


logical reasoning. The methodology was structured into three stages: Matrix and Construction, Matrix and Relations (Graphs), and Strategic Application. The first stage uses the MS as an introductory tool for the a_{ij} notation, the calculation of the Magic Constant, and the application of properties like the Transpose Matrix (A^T). The second focuses on modeling the exchange relations and movements within the MS using Graph Theory. The final stage introduces the Matix Game, where the objective is to maximize the sum of points. Students use matrix notation to record moves and the position of the pieces, simulating the manipulation of the elements. A complementary activity explores the $K_{3 \times 3}$ Graph to discuss the concept of Non-Planar Graphs. The project facilitates the transition of knowledge from the concrete (MS) to the abstract (Graphs) and the strategic (Matix). In Matix, the selection of an element (a_{ij}) requires anticipating the opponent's move (row or column vectors), prioritizing strategic reasoning. Assessment is based on conceptual reports, the delivery of the Adjacency Matrix, and observation of the strategy employed in the Matix Game, measuring the mastery of concepts and the application of logical reasoning.

Keywords: Graphs, Matrices, Magic Square, Matix Game.

Resumen

El proyecto propone la integración de los conceptos de Matriz Cuadrada ($A_{n \times n}$), Teoría de Grafos y Razonamiento Lógico a través de actividades lúdicas como el Cuadrado Mágico (CM) y el Juego Matix. El objetivo es conectar la estructura algebraica de la matriz a modelos de conectividad y a la estrategia de juego, buscando desarrollar el análisis de posición y el razonamiento lógico de los estudiantes. La metodología se estructuró en tres etapas: Matriz y Construcción, Matriz y Relaciones (Grafos) y Aplicación Estratégica. La primera etapa utiliza el CM como herramienta introductoria para la notación a_{ij} , el cálculo de la Constante Mágica y la aplicación de propiedades como la Matriz Transpuesta (A^T). La segunda se centra en el modelado de las relaciones de intercambio y movimientos en el CM por medio de la Teoría de Grafos. La etapa final



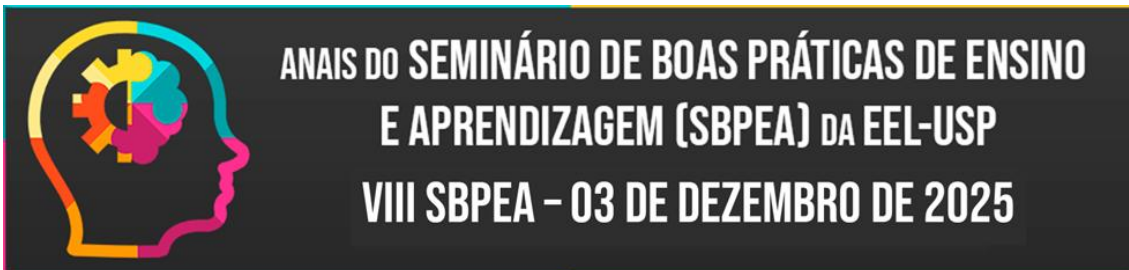
introduce el Juego Matix, donde el objetivo es maximizar la suma de puntos. Los estudiantes utilizan la notación matricial para registrar jugadas y la posición de las piezas, simulando la manipulación de los elementos. Una actividad complementaria explora el Grafo $K_{3 \times 3}$ para discutir el concepto de Grafos No Planares. El proyecto facilita la transición del conocimiento concreto (CM) a lo abstracto (Grafos) y lo estratégico (Matix). En Matix, la elección de un elemento (a_{ij}) exige la anticipación de la jugada del oponente (vectores fila o columna), priorizando el razonamiento estratégico. La evaluación se basa en informes conceptuales, la entrega de la Matriz de Adyacencia y la observación de la estrategia empleada en el Juego Matix, midiendo el dominio de los conceptos y la aplicación del razonamiento lógico.

Palabras clave: Grafos, Matrices, Cuadrado Mágico, Juego Matix.

1. INTRODUÇÃO

O ensino da Álgebra Linear e da Teoria dos Grafos frequentemente enfrenta o desafio de se desvincular do excessivo formalismo, buscando conexões mais tangíveis com a realidade e o desenvolvimento do raciocínio. Este relato de experiência descreve uma prática pedagógica inovadora e equitativa cujo objetivo foi integrar os conceitos de Matriz Quadrada ($A_{n \times n}$), Teoria dos Grafos e Raciocínio Lógico por meio de atividades lúdicas e estruturadas, centradas no Quadrado Mágico e no Jogo Matix. Buscou-se desenvolver, em estudantes do Ensino Médio, a capacidade de modelar sistemas e de aplicar estratégias matemáticas em contextos não-rotineiros.

A prática pedagógica equitativa e inovadora proposta apoia-se em três pilares teóricos. O primeiro é a Educação Matemática Crítica, que defende o uso de situações-problema e atividades lúdicas como forma de dar significado e funcionalidade aos conceitos matemáticos (D'AMBROSIO, 1990). O segundo pilar reside na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990), que sugere que a compreensão de um conceito (como matriz) é construída progressivamente pela articulação de diferentes tipos de problemas (cálculo, modelagem, jogo). Por fim, o uso de jogos como o Matix e o Desafio da



Conectividade (Grafo $K_{3 \times 3}$) é justificado pela abordagem lúdica (KISHIMOTO, 1996), que reconhece o jogo como um elemento que motiva a participação ativa, o desenvolvimento da estratégia e a resolução de problemas de forma colaborativa.

O projeto foi estruturado em três etapas interligadas: Matriz e Construção, Matriz e Relações (Grafos) e Aplicação Estratégica, garantindo uma progressão didática que vai do concreto (o Quadrado Mágico) ao abstrato (a Matriz de Adjacência) e ao estratégico (o Jogo Matix).

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

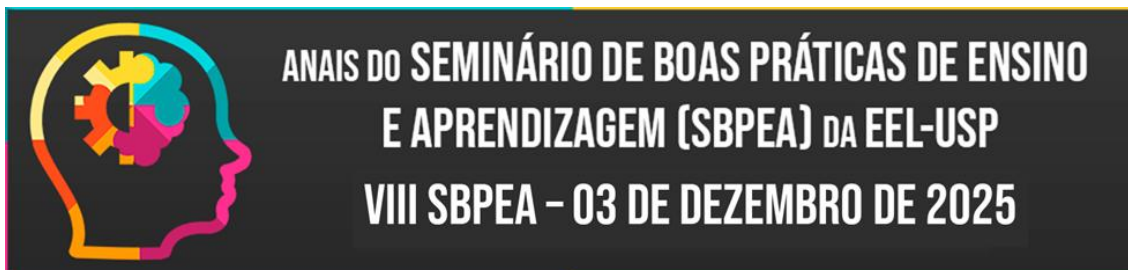
O projeto aborda o ensino de Álgebra Linear e Teoria dos Grafos, disciplinas que frequentemente se deparam com o desafio de conciliar o formalismo matemático com o desenvolvimento do raciocínio lógico e a aplicação em contextos tangíveis. Esta prática pedagógica inovadora e equitativa tem como objetivo integrar os conceitos de Matriz Quadrada ($A_{n \times n}$), Teoria dos Grafos e Raciocínio Lógico por meio de atividades lúdicas e estruturadas, centradas no Quadrado Mágico (QM) e no Jogo Matix.

Buscou-se desenvolver em estudantes do Ensino Médio a capacidade de modelar sistemas e de aplicar estratégias matemáticas em contextos não-rotineiros.

2.1 Pilares Teóricos da Prática Pedagógica

A abordagem proposta está ancorada em três referenciais teóricos essenciais, que justificam a metodologia e a sequência didática adotada:

- Educação Matemática Crítica (D'AMBRÓSIO, 1990): Este pilar sustenta o uso de situações-problema e atividades lúdicas para conferir significado, relevância e funcionalidade aos conceitos matemáticos. Ao utilizar o Quadrado Mágico como artefato histórico e o Jogo Matix como sistema de tomada de decisão, a matemática é resgatada como uma ferramenta cultural e de leitura do mundo.



- Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990): A teoria defende que a compreensão de um conceito — como o de matriz — é construída progressivamente através da articulação e variação de diferentes tipos de problemas.

O projeto segue essa progressão ao expor o estudante à matriz em três funções distintas:

- Cálculo e Estruturação (no Quadrado Mágico).
- Modelagem de Relações (na Matriz de Adjacência para Grafos).
- Estratégia e Tomada de Decisão (no Jogo Matix).

O uso de jogos como o Matix e o Desafio da Conectividade (Grafo $K_{3 \times 3}$) é justificado pelo papel do lúdico em motivar a participação ativa, fomentar o desenvolvimento da estratégia e promover a resolução de problemas de forma colaborativa e desafiadora.

2.2 Estrutura Didática e Articulação com a Literatura

O projeto foi organizado em três etapas interligadas que garantem a progressão didática do concreto ao abstrato e ao estratégico, conforme a Teoria dos Campos Conceituais e descrição da Tabela 1 abaixo:

Tabela 1 - Etapas, Foco Principal e Articulação Teórica do Projeto Didático

Etapa	Foco Principal	Objeto de Estudo	Articulação Teórica
1. Matriz e Construção	Estruturação Algébrica	Quadrado Mágico	Uso do QM para concretizar a notação a_{ij} e as operações de Matriz Transposta (A^T) e Multiplicação por Escalar, construindo o conceito por meio de variadas tarefas (VERGNAUD, 1990).

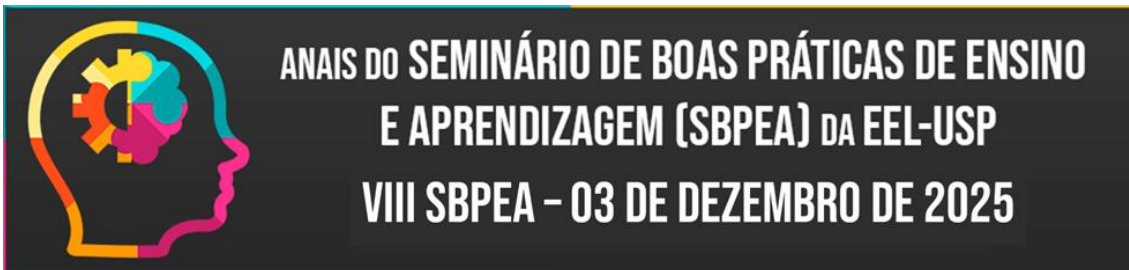
Etapa	Foco Principal	Objeto de Estudo	Articulação Teórica
2. Matriz e Relações (Grafos)	Modelagem da Conectividade	Matriz de Adjacência	Introdução da Teoria dos Grafos como ferramenta para traduzir o sistema de "trocas" do QM em um modelo matemático. A discussão sobre a simetria ($M^T = M$) da Matriz de Adjacência conecta as propriedades algébricas às relações modeladas.
3. Aplicação Estratégica	Raciocínio Lógico Aplicado	Jogo Matix e Grafo $K_{3 \times 3}$	O Jogo Matix reforça a notação a_{ij} e estimula o raciocínio estratégico de ordem superior (antecipação de jogadas/vetores). O Grafo $K_{3 \times 3}$ (não-planar) gera um conflito cognitivo que ilustra os limites da modelagem (KISHIMOTO, 1996).

Fonte: Elaborado pelo autor

A vivência completa permitiu aos estudantes experimentar a matriz em suas três funções – estrutural, relacional e estratégica – promovendo uma compreensão profunda, multifacetada e funcional dos conceitos, em consonância com os princípios da aprendizagem significativa.

3. MÉTODO

O projeto pedagógico foi estruturado em três etapas interligadas e progressivas, visando guiar o estudante da manipulação concreta de um artefato matemático à modelagem abstrata e, por fim, à aplicação estratégica em um contexto de jogo.



A metodologia garante a progressão didática, articulando os conceitos de Matriz Quadrada ($A_{n \times n}$), Teoria dos Grafos e Raciocínio Lógico.

Etapla 1: Matriz e Construção (Estruturação Algébrica)

Esta etapa focou na introdução do conceito de matriz quadrada e suas propriedades fundamentais, utilizando o Quadrado Mágico (QM) como ferramenta concreta:

- Introdução e Notação: O QM foi apresentado como um artefato histórico-matemático. Os estudantes aplicaram o Método Siamês para construir um QM de ordem 3. O passo crucial foi a transição da figura do quadrado para a Matriz $A_{n \times n}$, formalizando a notação de posição a_{ij} (exemplo: $a_{22} = 5$).

- Cálculo da Constante Mágica: A atividade do "Desafio da Constante Mágica" exigiu o cálculo da soma constante do QM. Para um QM normal, a fórmula $\frac{n(n^2+1)}{2}$ foi utilizada para explorar a regularidade.

- Propriedades Matriciais: Foram aplicadas operações ao QM reestruturado como matriz:

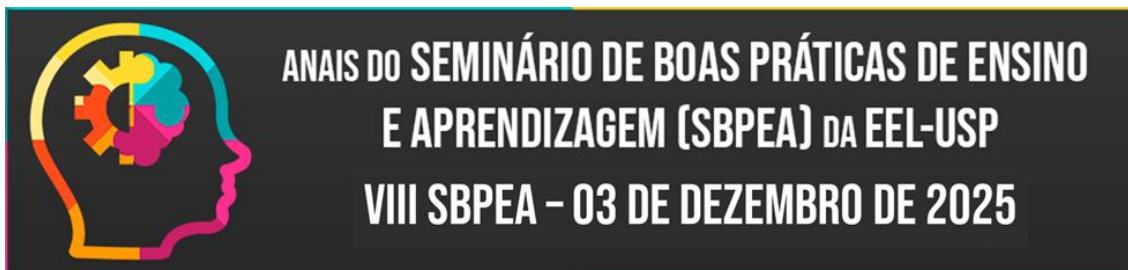
i) Matriz Transposta (A^T): Os estudantes calcularam a transposta e analisaram se o resultado mantinha a propriedade mágica, focando no significado geométrico da transposição.

ii) Multiplicação por Escalar: Analisaram a mudança da Constante Mágica após a multiplicação por um escalar (λA), observando o comportamento linear da propriedade.

iii) Soma de Matrizes ($A + B$): Um desafio foi proposto para somar dois QMs e verificar as condições e restrições para que o resultado também fosse um Quadrado Mágico, promovendo a pesquisa e discussão colaborativa.

Etapla 2: Matriz e Relações (Grafos e Modelagem da Conectividade)

O foco desta etapa foi estabelecer a conexão entre a estrutura discreta da matriz e a representação de relações por meio da Teoria dos Grafos:



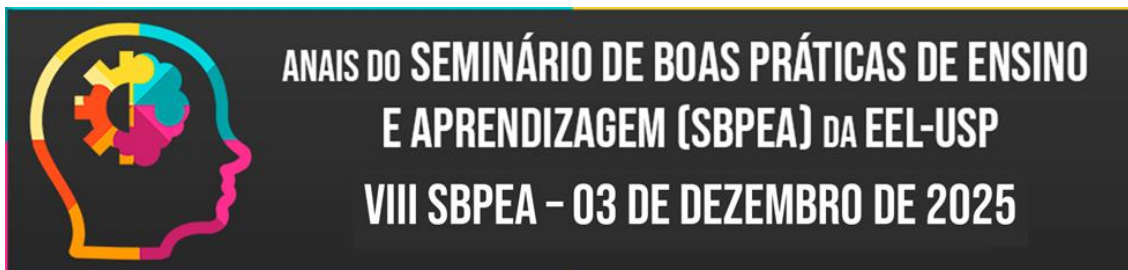
- Grafo de Movimentos no QM: Os elementos do QM foram modelados como Vértices (V) e as "trocas" permitidas (que mantêm a Constante Mágica) como Arestas (E). Isso forçou a abstração das regras do QM em um sistema visual de conectividade.
- Construção da Matriz de Adjacência: Uma atividade prática exigiu a construção de uma Matriz de Adjacência ($M_{n \times n}$) para um grafo simplificado (ou para o grafo de movimentos). Esta matriz serviu como o elo entre os dois temas, representando numericamente as conexões.
- Análise da Simetria: A discussão concentrou-se na análise da simetria da matriz ($M^T = M$). Os estudantes concluíram que a simetria é um reflexo direto da conectividade não-direcionada do grafo (se i se conecta a j , $m_{ij} = 1$, então j se conecta a i , $m_{ji} = 1$).

Etapa 3: Aplicação Estratégica (Jogo Matix e Raciocínio Lógico)

A etapa final utilizou a ludicidade para aplicar o conhecimento formal em um ambiente estratégico:

- O Jogo Matix (um jogo de tabuleiro que simula a manipulação estratégica de uma Matriz de Peças $P_{n \times n}$) foi introduzido. O registro detalhado de todas as jogadas, utilizando a notação matricial (a_{ij}), garantiu que a prática reforçasse o formalismo (exemplo: "Retirada $a_{24} = 7$ ").
- Estratégia do Trajeto e Raciocínio Lógico: A atividade exigiu a antecipação da jogada do oponente. Os grupos precisavam calcular rapidamente a soma total que o adversário obterá na linha ou coluna oposta (cálculo mental de "vetores") para tomar uma decisão tática, maximizando o próprio ganho e minimizando o do oponente.
- Desafio da Conectividade (Grafo Não-Planar): A experiência culminou com o desafio do Grafo Não-Planar $K_{3 \times 3}$ (o problema de ligar 3 Casas a 3 Serviços sem cruzamento). A impossibilidade da solução serviu para introduzir, de forma intuitiva, conceitos de topologia (Teorema de Kuratowski) e os limites da modelagem no plano.

A avaliação foi realizada de forma integrada e processual, baseada em três componentes:



1. Relatórios Conceituais: Para aferir o domínio do cálculo e das propriedades (Constante Mágica, A^T).
2. Matriz de Adjacência: Para avaliar a capacidade de modelagem e a compreensão da representação matricial de relações.
3. Observação da Estratégia no Jogo Matix: O registro das jogadas com a notação a_{ij} e a análise da estratégia de antecipação empregada no jogo, aferindo a transferência do conhecimento formal para a aplicação do raciocínio lógico.

4. RESULTADOS

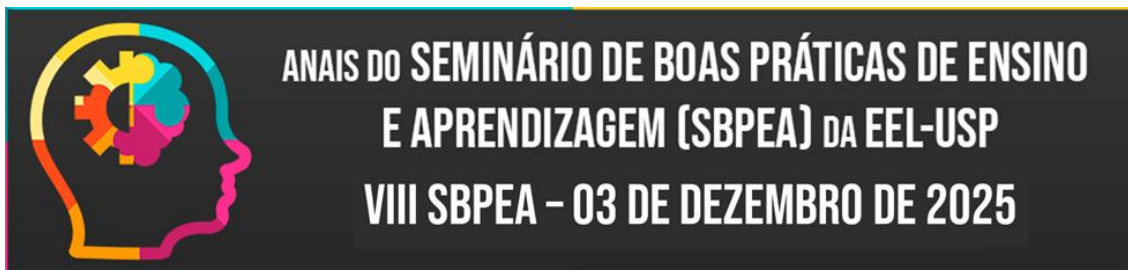
O desenvolvimento do projeto representou uma vivência pedagógica bem-sucedida, culminando na promoção de uma aprendizagem significativa e equitativa e na demonstração de um sólido domínio conceitual por parte dos estudantes. A integração dos conceitos de Álgebra, Modelagem e Estratégia, mediada por atividades lúdicas, permitiu que os estudantes transcendessem o papel passivo na construção do conhecimento.

Os resultados da avaliação integrada (baseada em relatórios conceituais, Matriz de Adjacência e registro das jogadas do Matix) indicaram proficiência nos três eixos do projeto:

4.1. Eixo Conceitual (Matrizes e Propriedades)

Os estudantes demonstraram um sólido domínio do formalismo algébrico introduzido através do Quadrado Mágico (QM):

- Cálculo e Notação: Proficiência no cálculo da Constante Mágica e na reestruturação do QM como uma Matriz $A_{n \times n}$, utilizando corretamente a notação de posição a_{ij} .
- Propriedades: Aplicação correta das operações de Transposição (A^T) e Multiplicação por Escalar (λA), evidenciando a compreensão de como essas operações afetam a estrutura e as propriedades (como a soma constante) da matriz.



- Restrições: O desafio da soma ($A + B$) fomentou a pesquisa, e os grupos foram capazes de articular a ideia de condições e restrições na álgebra matricial (exemplo, nem toda soma de QM resulta em um novo QM).

4.2. Eixo de Modelagem (Teoria dos Grafos)

A articulação entre matrizes e grafos foi bem-sucedida, demonstrando a capacidade dos alunos de traduzir relações visuais em linguagem algébrica:

- Representação de Relações: Construção correta do Grafo de Movimentos para o QM, evidenciando a capacidade de abstrair regras (trocas permitidas) em termos de Vértices (V) e Arestas (E).

- Matriz de Adjacência: A construção correta da Matriz de Adjacência ($M_{n \times n}$) serviu como o elo conceitual definitivo.

- Análise da Simetria: Os estudantes assimilaram que a simetria da matriz ($M^T = M$) é um reflexo direto e necessário da conectividade não-direcionada do sistema modelado (propriedade comutativa da relação).

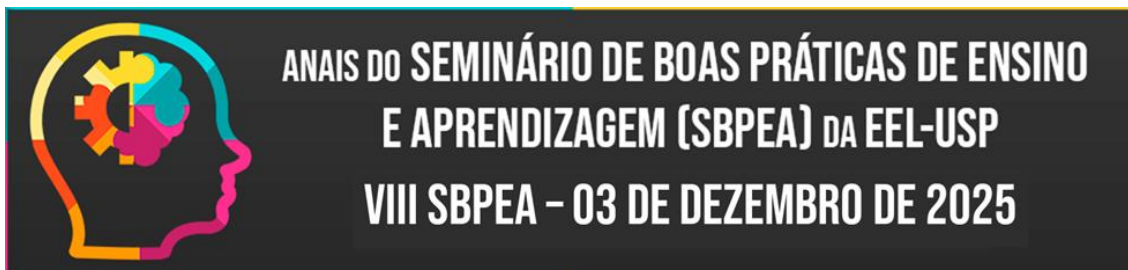
4.3. Eixo de Aplicação e Raciocínio Lógico (Jogo Matix)

A experiência no Jogo Matix demonstrou a transferência do conhecimento formal para um contexto de tomada de decisão estratégica:

- Reforço da Notação: O registro das jogadas no Matix, utilizando a notação formal a_{ij} (exemplo: "Retirada $a_{24} = 7$ "), garantiu o uso funcional do formalismo em um ambiente dinâmico.

- Estratégia e Antecipação: A análise da estratégia (maximizar o próprio ganho versus minimizar o do adversário) estimulou o pensamento de ordem superior. O cálculo mental rápido de "vetores" (somas de linhas ou colunas) para antecipar a jogada do oponente demonstrou a aplicação do raciocínio lógico em um contexto estratégico.

- Limites da Modelagem: O Desafio da Conectividade (Grafo Não-Planar $K_{3 \times 3}$), ao se provar impossível, gerou um conflito cognitivo que introduziu, intuitivamente, a ideia de



limites topológicos e restrições impostas pelas estruturas matemáticas (Grafo Não-Planar e Teorema de Kuratowski).

Em suma, a experiência reforçou a eficácia da abordagem lúdica e da modelagem matemática como práticas pedagógicas capazes de engajar todos os perfis de estudantes e de dar funcionalidade a temas frequentemente vistos como puramente abstratos, como matrizes e grafos.

5. DISCUSSÕES

As discussões do projeto concentraram-se em articular a transição natural do conhecimento entre as etapas, desde o modelo concreto até a aplicação estratégica, e na análise aprofundada das propriedades matemáticas que emergiram das atividades lúdicas.

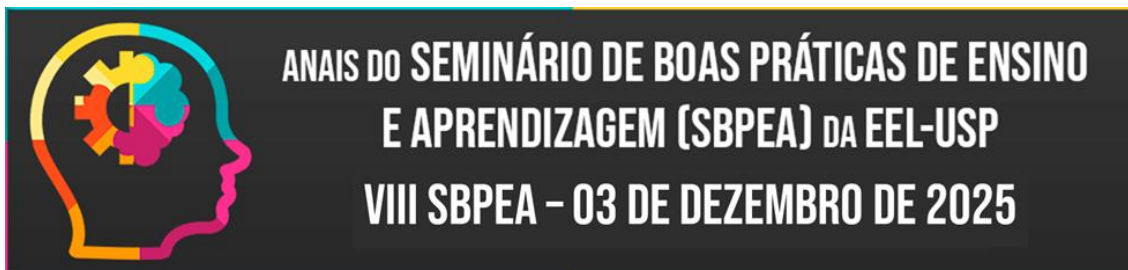
5.1. Transição do Concreto para o Abstrato (QM para Grafos)

A discussão inicial focou em como o Quadrado Mágico (QM), um artefato concreto e visualmente simétrico, serviu de "estrutura de referência" para a aceitação do formalismo da matriz quadrada ($A_{n \times n}$).

A análise se concentrou em como a estrutura do QM (organização em linhas e colunas) impõe suas propriedades (a soma constante). A reestruturação do Quadrado Mágico em notação matricial (a_{ij}) foi o passo crucial para formalizar o conceito, antes visto apenas como um enigma.

A discussão sobre a Matriz Transposta (A^T) e a Multiplicação por Escalar (λA) forçou os estudantes a ir além da memorização das regras. Eles debateram o significado das operações: se a transposição preservava a propriedade mágica (e por quê), e como o comportamento da Constante Mágica era linear. O desafio da Soma de Matrizes ($A + B$) catalisou a pesquisa sobre as condições e restrições da Álgebra Matricial.

A discussão foi fundamental na Etapa 2, onde o QM foi abstraído para a Teoria dos Grafos. O debate girou em torno de como os números e as regras de troca do QM podiam ser modelados como Vértices (V) e Arestas (E), transformando a matriz de uma tabela numérica em uma representação de relações e conectividade.



5.2. A Matriz como Modeladora de Sistemas

A discussão mais significativa na etapa de Grafos foi a elucidação de que as propriedades algébricas da matriz refletem diretamente as propriedades do sistema modelado:

- Matriz de Adjacência e Simetria: A construção da Matriz de Adjacência ($M_{n \times n}$) serviu como o elo final. A discussão focou intensamente na simetria da matriz ($M^T = M$). Os estudantes concluíram que a matriz é simétrica porque, em um grafo de movimentos não-direcionado, se o vértice i se conecta a j , o vértice j também se conecta a i (propriedade comutativa da relação). Esta reflexão solidificou a compreensão de uma importante propriedade matricial a partir de um contexto de modelagem.

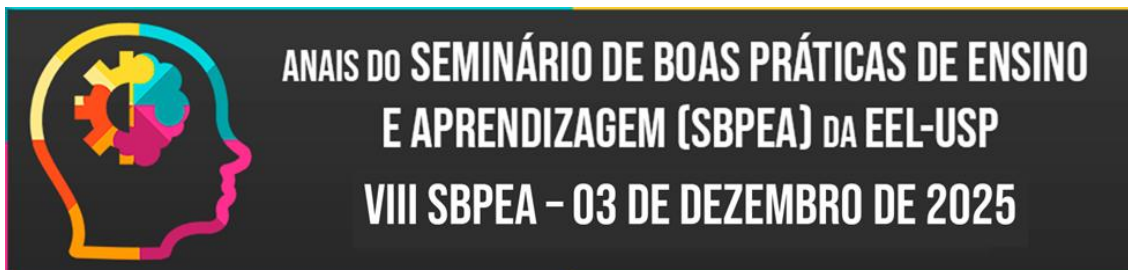
5.3. Raciocínio Estratégico e Análise de Posição (Jogo Matix)

A discussão na Etapa 3 utilizou o Jogo Matix para simular a tomada de decisão em ambientes complexos, transformando o jogo em uma avaliação lúdica do raciocínio lógico:

- Dilema Estratégico: O debate principal foi o dilema entre "maximizar o próprio ganho" versus "minimizar o ganho do adversário". Esta discussão estimulou o pensamento de ordem superior, onde o estudante precisava não apenas calcular o próprio movimento, mas simular a resposta do oponente.

- Análise de Vetores: A estratégia exigiu o cálculo mental rápido de "vetores" (linhas e colunas) do tabuleiro (Matriz de Peças). A escolha de uma peça (a_{ij}) influenciava diretamente a jogada subsequente do oponente (que seria forçado a escolher a partir da linha ou coluna de a_{ij}). Essa antecipação priorizou o raciocínio lógico e a análise de posição sobre o cálculo simples.

- Limites Topológicos (Grafo $K_{3 \times 3}$): A frustração gerada pela impossibilidade de ligar as 3 Casas aos 3 Serviços (Grafo Não-Planar) foi o ponto culminante. A discussão se transformou em aprendizado sobre os limites topológicos e geométricos da Teoria dos Grafos, ilustrando que as estruturas matemáticas (as restrições topológicas) impõem limites à realidade modelada (Teorema de Kuratowski), fechando o ciclo da modelagem.



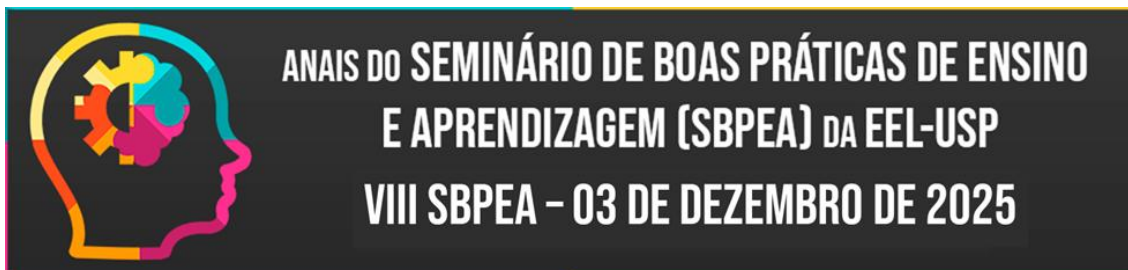
O conjunto das discussões garantiu que o aluno experimentasse a matriz em suas três funções – estrutural (QM), relacional (Grafos) e estratégica (Matix) – promovendo uma compreensão profunda e multifacetada do conceito.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência pedagógica "Matrizes, Grafos e o Jogo Matix" alcançou seu objetivo principal de conferir significado prático e estratégico aos conceitos de Álgebra Linear e Teoria dos Grafos, tradicionalmente ensinados de forma excessivamente abstrata. As conclusões da prática vivenciada apontam para a eficácia da abordagem lúdica e da modelagem como eixos centrais no ensino de Matemática do Ensino Médio.

Os resultados da avaliação confirmaram as principais conclusões do projeto:

1. A Matriz Como Estrutura Funcional (Conceitual e Modelagem): O relatório da atividade sobre cálculo de constante mágica e matriz transposta, e a entrega da matriz de adjacência demonstraram que a matriz foi internalizada como uma estrutura com propriedades funcionais. A compreensão de que a simetria de $M^T = M$ é um reflexo da relação não-direcionada do grafo elevou o entendimento do conceito de matriz além do cálculo puro. A Matriz Quadrada deixou de ser apenas uma tabela para se tornar um objeto que modela e impõe regras ao sistema (Quadrado Mágico e Grafos).
2. O Raciocínio Lógico Aferido (aplicação e estratégia): A planilha de registro das jogadas do Matix e a Observação da Estratégia comprovaram a transferência do conhecimento formal para a prática estratégica. O sucesso das duplas vencedoras estava diretamente ligado à sua capacidade de aplicar o cálculo rápido de somas de vetores linha e coluna (a estratégia do trajeto) para antecipar o movimento do adversário, em vez de focar apenas no próprio ganho. Isso evidencia o desenvolvimento de um raciocínio lógico de múltiplos passos e a aplicação contextualizada dos conceitos algébricos.
3. A Ludicidade como Catalisador do Engajamento: A introdução do jogo (Matix) e do desafio (Grafo $K_{3 \times 3}$) manteve os estudantes engajados mesmo diante de conceitos complexos. O Desafio da Conectividade, ao gerar a frustração pela impossibilidade da



solução planar, transformou essa dificuldade em um momento de aprendizado sobre os limites topológicos. Isso confirmou o jogo como uma metodologia ativa que favorece a descoberta guiada.

Este projeto oferece um caminho curricular para a introdução da Teoria dos Grafos no Ensino Médio de forma não-desconexa, utilizando Matrizes de Adjacência. Sugere que o conceito de matrizes deve ser ensinado como um campo conceitual (VERGNAUD, 1990) que abrange a aritmética (Quadrados Mágicos), a modelagem (Grafos) e a estratégia (Matix). Esta abordagem mitiga a percepção de que a Matemática é uma coleção de tópicos isolados.

O Matix, enquanto ferramenta de avaliação lúdica, é proposto para pesquisas futuras que possam quantificar a correlação entre a pontuação obtida no jogo e o desempenho em testes formais de Álgebra Linear. O jogo permite avaliar a competência de aplicação de a_{ij} e de somas vetoriais de forma dinâmica, o que é mais difícil de ser capturado por provas tradicionais.

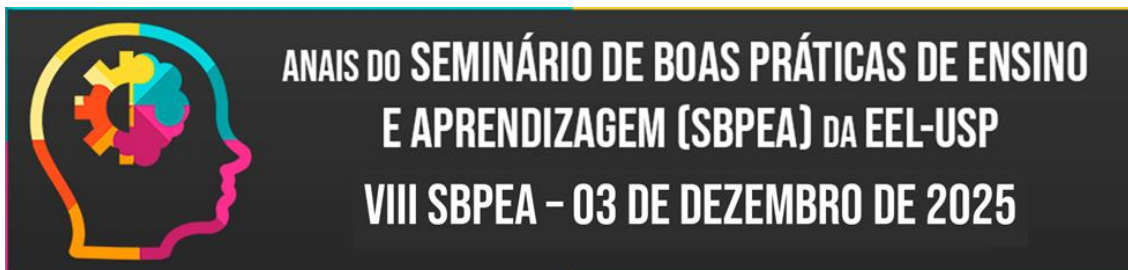
A forma como a experiência utilizou o Grafo $K_{3 \times 3}$ para debater os limites da representação planar está alinhada com a Educação Matemática Crítica (D'AMBRÓSIO, 1990), ao usar um problema de modelagem para questionar os pressupostos e as restrições inerentes aos sistemas. Abre-se a possibilidade de usar problemas de não-planaridade para introduzir noções de topologia e geometria discreta no Ensino Médio.

Em suma, a experiência demonstrou que a prática pedagógica equitativa e inovadora é aquela que integra o formalismo matemático à funcionalidade da modelagem e ao engajamento lúdico, pavimentando um caminho para que os estudantes não apenas dominem o conteúdo, mas desenvolvam um raciocínio analítico robusto e aplicável.

REFERÊNCIAS

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer*. São Paulo: Ática, 1990.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. *Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação*. São Paulo: Cortez, 1996.



LIMA, Elon Lages. Álgebra Linear. 9. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Ensino: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

ROSEN, Kenneth H. Matemática Discreta e suas Aplicações. 6. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2009.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 10, n. 2.3, p. 133-170, 1990.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática em Pesquisa e em Didática. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSETANE, S. M.; OLIVEIRA, S. R. F. O Quadrado Mágico como Recurso Didático para o Ensino de Matrizes. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 14, n. 2, 2019.

BIGGS, Norman L.; LLOYD, E. Keith; WILSON, Robin J. Graph Theory 1736–1936. Oxford: Clarendon Press, 1976.

BORIN, Juliana. Jogos e Resolução de Problemas: Uma Estratégia para as Aulas de Matemática. 5. ed. São Paulo: IME-USP, 2004.

SCHLIEMANN, Analúcia Dias; CARRAHER, David William. A Compreensão de Conceitos Matemáticos na Vida Diária. Rio de Janeiro: Vozes, 1988.