

# Modelagem Matemática para Descrever o Funcionamento de um Sistema Agroflorestal e Estimar o Tempo de Recuperação de Áreas Degradadas

**Carlos F. L. dos Santos**      **Vinícius F. Wasques**

Ilum Escola de Ciências, Centro Nacional de Pesquisa em Energia e Materiais (CNPEM),  
13087-548, Campinas, SP

E-mail: carlos.santos@ilum.cnpe.br, vinicius.wasques@ilum.cnpe.br

## RESUMO

Os plantios monoculturais são de grande importância para a economia do Brasil. Essas extensas áreas de monoculturas geraram e ainda geram preocupações ambientais relacionadas à supressão da vegetação natural e degradação do solo [6]. Os avanços tecnológicos incorporados à agricultura a partir da chamada 'Revolução Verde' têm possibilitado a expansão das fronteiras agrícolas e o expressivo aumento da produção, mas à custa de graves consequências socioambientais. Suas práticas provocam desmatamentos, alterações drásticas dos ciclos hidrológicos, degradação contínua do solo, perda da biodiversidade, entre outros. O relatório Estado da Arte do Recurso Solo no Mundo [2], aponta que aproximadamente 33% dos solos do mundo estão degradados. Erosão, salinização, compactação, acidificação e contaminação estão entre os principais problemas. Somente a erosão elimina entre 25 a 40 bilhões de toneladas de solo por ano, reduzindo significativamente a produtividade das culturas e capacidade de armazenar carbono, nutrientes e água. Nesse contexto, os sistemas agroflorestais (SAFs) emergem como uma alternativa mais sustentável, por combinar diferentes cultivos agrícolas, resultando em interações econômicas, ecológicas e ambientais positivas. Isso representa uma oportunidade para transformar áreas degradadas em sistemas sustentáveis.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático com Equações Diferenciais Parciais (EDPs) que descreva o crescimento espaço-temporal e as dinâmicas interativas em um sistema agroflorestal. Com intuito de estimar o tempo suficiente e necessário para estabelecer a cobertura vegetal da região impactada para reduzir a erosão, degradação do solo e aumentar a capacidade de armazenar carbono, nutrientes e água.

O sistema composto por EDPs que descreve o crescimento do SAF é constituído pelas espécies Mutambo ( $P_1$ ), Guapuruvu ( $P_2$ ), Embauba ( $P_3$ ), Ipê ( $P_4$ ), Bananeira ( $P_5$ ) e Outras espécies ( $P_6$ ) em cada ponto  $(x, y)$  do domínio retangular  $\Omega = (a; b) \times (a; c) \subset \mathbb{R}^2$ , aberto, não vazio em cada instante de tempo  $t \in (0, T]$ , sendo  $T$  o tempo final, é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P_1}{\partial t} = \alpha_1 \left( \frac{\partial^2 P_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_1}{\partial y^2} \right) - u_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial P_1}{\partial y} - \mu_1 P_1 + \lambda_1 P_1 \left[ 1 - \frac{P_1 + \beta_1 P_2 + \gamma_1 P_3 + \rho_1 P_4 + \sigma_1 P_5 + \omega_1 P_6}{K_1} \right] \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} = \alpha_2 \left( \frac{\partial^2 P_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_2}{\partial y^2} \right) - u_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial P_2}{\partial y} - \mu_2 P_2 + \lambda_2 P_2 \left[ 1 - \frac{P_2 + \beta_2 P_1 + \gamma_2 P_3 + \rho_2 P_4 + \sigma_2 P_5 + \omega_2 P_6}{K_2} \right] \\ \frac{\partial P_3}{\partial t} = \alpha_3 \left( \frac{\partial^2 P_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_3}{\partial y^2} \right) - u_3 \frac{\partial P_3}{\partial x} - v_3 \frac{\partial P_3}{\partial y} - \mu_3 P_3 + \lambda_3 P_3 \left[ 1 - \frac{P_3 + \beta_3 P_2 + \gamma_3 P_1 + \rho_3 P_4 + \sigma_3 P_5 + \omega_3 P_6}{K_3} \right] \\ \frac{\partial P_4}{\partial t} = \alpha_4 \left( \frac{\partial^2 P_4}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_4}{\partial y^2} \right) - u_4 \frac{\partial P_4}{\partial x} - v_4 \frac{\partial P_4}{\partial y} - \mu_4 P_4 + \lambda_4 P_4 \left[ 1 - \frac{P_4 + \beta_4 P_2 + \gamma_4 P_1 + \rho_4 P_3 + \sigma_4 P_5 + \omega_4 P_6}{K_4} \right] \\ \frac{\partial P_5}{\partial t} = \alpha_5 \left( \frac{\partial^2 P_5}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_5}{\partial y^2} \right) - u_5 \frac{\partial P_5}{\partial x} - v_5 \frac{\partial P_5}{\partial y} - \mu_5 P_5 + \lambda_5 P_5 \left[ 1 - \frac{P_5 + \beta_5 P_2 + \gamma_5 P_1 + \rho_5 P_3 + \sigma_5 P_4 + \omega_5 P_6}{K_5} \right] \\ \frac{\partial P_6}{\partial t} = \alpha_6 \left( \frac{\partial^2 P_6}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_6}{\partial y^2} \right) - u_6 \frac{\partial P_6}{\partial x} - v_6 \frac{\partial P_6}{\partial y} - \mu_6 P_6 + \lambda_6 P_6 \left[ 1 - \frac{P_6 + \beta_6 P_2 + \gamma_6 P_1 + \rho_6 P_3 + \sigma_6 P_4 + \omega_6 P_5}{K_6} \right] \end{array} \right. \quad (1)$$

Na modelagem por EDP em (1), consideram-se ainda os seguintes fenômenos:

- **Difusão:** descrita por  $\alpha_i = \alpha_i(x, y)$  e considerada a difusão efetiva no sentido de [1];
- **Advecção:** considera-se o vento como um campo advectivo, cuja direção e magnitude são representadas, respectivamente,  $V_i = (u, v)$  com  $u_i = u_i(x, y), v_i = v_i(x, y), \text{div}(V_i) = 0$ ;
- **Mortalidade:** representada por  $\mu_i = \mu_i(x, y)$ ;
- **Crescimento:** descrito por  $\lambda_i$ , e  $K_i, i : 1, \dots, 6$ , a capacidade de suporte.

Os termos  $-\frac{\lambda_i}{K_i} P_i P_i, i = 1, \dots, 6$ , representam os coeficientes de competições intraespecíficas nas 6 equações, em quanto que os coeficientes  $-\frac{\lambda_i \beta_j}{K_i} P_i P_j, -\frac{\lambda_i \gamma_j}{K_i} P_i P_j, -\frac{\lambda_i \rho_j}{K_i} P_i P_j, -\frac{\lambda_i \sigma_j}{K_i} P_i P_j, -\frac{\lambda_i \omega_j}{K_i} P_i P_j, i, j = 1, \dots, 6$ , representam as competições interespecíficas nas 6 equações do sistema (1) e foram calculados de acordo com [3].

O modelo e o domínio serão discretizados visando soluções por aproximações numéricas pelo método de diferenças finitas centrais para a variável espacial e pelo método de Crank-Nicolson no tempo, de acordo com [4]. Para fronteiras considera-se as condições do tipo Robin, [5]

Com este trabalho espera-se:

- Desenvolver modelos para planejar recuperação de áreas degradadas;
- Desenvolvendo sistemas agroflorestais produtivos;
- Agregar o fator temporal no planejamento dos sistemas de uso da terra conferindo uma maior estabilidade;
- Estimar o tempo de recuperação de uma área degradada.

**Palavras-chave:** *Modelagem Matemática, Sistema Agroflorestal, Equações Diferenciais*

## Referências

- [1] A. Okubo, “Diffusion and Ecological Problems: Mathematical Models”, Springer, Tokyo, 1980.
- [2] FAO and ITPS, “Status of the world’s soil resources (SWSR) – Main Report”, Food and Agriculture Organization of the United Nations and Intergovernmental Technical Panel on Soils, Rome, Italy, 2015.
- [3] G. N. J and Graves, Gary R, “Null models in ecology”, Princeton Editorial Associates, EUA, 1996.
- [4] S.C. Frank Lima, ”Modelagem matemática para descrever a recuperação de áreas degradadas na Amazônia”, Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Botucatu, 2022.
- [5] S. Natan, Souza, ”Dinâmicas populacionais de espécies que interagem e se dispersam: um estudo de caso em reflorestamento amazônico”, Dissertação de Mestrado, IMECC–Unicamp–Campinas, 2023.
- [6] S. R. Helena Rosa and Oliveira, Michel Ângelo Constantino de and Silva, Ana Paula Moreira da and Luedemann, Gustavo, “A sustentabilidade ambiental da agropecuária brasileira: impactos, políticas públicas e desafios”, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (ipea), 2012.