MODELAGEM DA PRESERVAÇÃO DO VALOR REAL NO PLANEJAMENTO DA APOSENTADORIA VIA PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS: UMA PERSPECTIVA DE MATEMÁTICA APLICADA

Ana Kerma Araújo Gomes de Sousa[1], Kailany de Medeiros Nóbrega [1], Anderson Felipe Tiburcio[1], Evadio Pereira Filho[2], Fernando Henrique Antunes de Araújo[2]

[1] Discente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba - Campus Patos.

[2] Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba - Campus Patos.

Autor(a) para correspondência: fernando.araujo@ifpb.edu.

1 INTRODUÇÃO

Sistemas de aposentadoria em todo o mundo enfrentam desafios decorrentes da inflação, oscilações do mercado e mudanças demográficas, enquanto os modelos financeiros tradicionais, baseados em contribuições e saques fixos, falham em capturar a dinâmica dessas variáveis, levando à subestimação dos recursos necessários para uma aposentadoria segura. No Brasil, onde a inflação é historicamente alta, torna-se essencial adotar abordagens que preservem o poder de compra ao longo do tempo.

Diante disso, o estudo propõe um modelo matemático de aposentadoria suplementar que utiliza progressões geométricas modificadas para indexar contribuições e saques à inflação ou a índices salariais, oferecendo uma ferramenta prática, transparente e realista para o planejamento financeiro individual, em contraste com os modelos estocásticos mais complexos.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

A necessidade de promover reformulações das anuidades clássicas por meio de progressões geométricas permite criar um modelo determinístico capaz de preservar o poder de

compra ao longo do tempo. Nessa abordagem, incorpora-se um fator de anuidade geométrica (ir) tanto na fase de acumulação quanto na de usufruto, modificando as equações tradicionais de valor futuro e valor presente ao incluir o crescimento percentual anual da inflação. Assim, contribuições e saques são modelados como sequências geométricas ajustadas por esse fator, e o método consiste em igualar o valor futuro total (M) ao valor presente total dos saques (V) para determinar o depósito inicial necessário ao plano de aposentadoria.

Eq. 1 $$M = D\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Eq. 2 $$V = S\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$$

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A aplicação do modelo ao estudo de caso mostra que, ao iniciar depósitos mensais de R$ 767,67, corrigidos anualmente em 3% durante 25 anos, o investidor pode garantir uma renda inicial de R$ 3049,19 mensais ao longo de 30 anos de aposentadoria, também corrigida anualmente em 3%. O valor dos benefícios se ajusta ao longo do tempo, atingindo aproximadamente R$ 3978,50 no décimo ano de aposentadoria e R$ 7185,62 no trigésimo.

Dessa forma, a inclusão da progressão geométrica no modelo permite simulações mais próximas à realidade econômica, incorporando a inflação no cálculo dos depósitos e retiradas, contrastando com os modelos tradicionais, que assumem valores fixos e, portanto, superestimam a capacidade de manutenção do poder de compra.

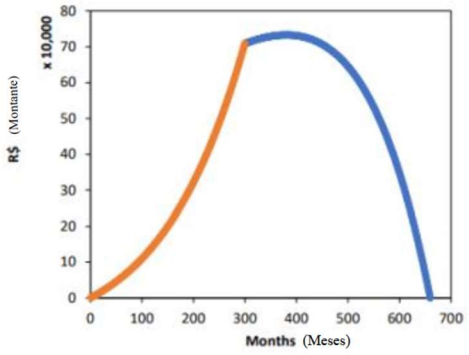
Tabela 1: Relação da Taxa de Inflação ao decorrer dos anos e a contribuição mínima(R$).

Ano	Inflação	Contribuição Mínima (R$)
2017		937
2016	6.29%	880
2015	10.67%	788
2014	6.41%	724
2013	5.91%	678
2012	5.83%	622
2011	6.50%	545
2010	5.90%	510

Fonte: Elaborado pelos Autores, 2025.

Ao programar um cenário alternativo com a inflação média histórica brasileira de 6,2%, o modelo manteve-se estável e ajustável, elevando a renda inicial projetada para R$ 6.748,45 e solicitando um depósito inicial de R$ 1.815,08. A análise de sensibilidade indicou que taxas de inflação mais altas demandam contribuições maiores para preservar o poder de compra: com inflação de 2%, o aporte seria de R$ 707,24; com 3%, R$ 767,67; e com 4%, R$ 836,91. Estendendo o modelo para renda perpétua, obteve-se uma anuidade geométrica infinita, estimando-se um capital de cerca de R$ 1.187.376,00 para garantir renda vitalícia, valor mais elevado e adequado a fins de herança ou segurança patrimonial prolongada.

Figura 1: Gráfico indicando a evolução do saldo de fundo de aposentadoria ao longo do tempo.



Fonte: Elaborado pelos Autores, 2025.

Na análise do gráfico, temos a curva em laranja ilustra o crescimento do capital durante o período de depósito de 25 anos. A curva em azul representa a evolução do capital na fase de saques, indicando um crescimento inicial até o sétimo ano, quando os retornos do investimento superam as retiradas. A partir do oitavo ano, o capital começa a decair, esgotando-se ao final do 30º ano de retiradas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo matemático proposto, baseado em progressões geométricas, apresenta. De maneira inovadora aos modelos tradicionais, uma alternativa capaz de promover de anuidade ao incorporar ajustes indexados à inflação nas fases de acumulação e de saques, permitindo simulações mais realistas do comportamento financeiro.

O estudo de caso demonstrou que a metodologia é uma ferramenta acessível e eficaz para preservar o poder de compra ao longo do tempo. Embora as suposições de taxas fixas constituam uma limitação, o modelo fornece uma base sólida para aprimoramentos futuros, como o uso de dados empíricos e técnicas mais avançadas.

REFERÊNCIAS

COSTA-FONT, J.; VILAPLANA-PRIETO, C. Caregiving subsidies and spousal early retirement intentions. *Journal of Pension Economics and Finance*, v. 22, p. 550–589, 2023.

FOZIAH, H.; AFTHANORHAN, A.; GHAZALI, P. L.; TAJUDDIN, S. A. F. S. Impact of inflation severity on retirement savings: a simulation analysis of projected accumulation and de-accumulation. *Journal of Social Economic Research*, v. 10, p. 124–133, 2023.

LIU, S.; WANG, C.; XUE, J. Valuation of hybrid pension scheme liabilities under inflation. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, v. 27, p. 153–160, 2022.

TIAA INSTITUTE; GFLEC. Inflation forces 1 in 4 Americans to cut retirement savings. 2023. Disponível em: https://www.tiaa.org/public/institute/about/news/inflation-forces-1-in-4-americans-to-cut-retirement-savings. Acesso em: 1 jun. 2025.