



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

Aplicação da Análise Envoltória de Dados (DEA) na Análise da Eficiência na Produção de Milho por Região no Brasil

Diedry Martins de Lima

(diedry.lima@discente.univasf.edu.br)

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Laura de Souza Soares da Silva

(laura.souzas@discente.univasf.edu.br)

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Maria Cristina Reis Lourenço de Sales

(cristina.reis@discente.univasf.edu.br)

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Fabiana Gomes dos Passos

(fabiana.passos@univasf.edu.br)

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Resumo

Este artigo tem como objetivo a utilização do método da Análise Envoltória de Dados (DEA) para a avaliação da eficiência técnica na produção de milho em grãos nas cinco regiões (Norte, Nordeste, Sudeste, Sul e Centro-Oeste) nos anos de 2022, 2023 e 2024. O método empregado é o modelo DEA-BCC orientado a *output* com o uso do infinitesimal não arquimediano (ϵ), fronteira invertida (ou pessimista) para as DMUs conforme as diretrizes metodológicas estabelecidas. Os resultados indicam uma eficiência média de 1,2350, sugerindo que as DMUs poderiam, em média, aumentar seus *outputs* em 23,50%



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

mantendo o mesmo *input*. A fronteira invertida, com eficiência média de 1,2210, complementa a análise ao estabelecer uma referência pessimista. As DMUs mais eficientes (com *score* 1,00) foram as regiões Norte, Sudeste e Centro-Oeste em 2022, Nordeste e Centro-Oeste em 2023, e Nordeste em 2024. Observa-se, por fim, um aumento significativo na eficiência produtiva,

destacando o modelo DEA-BCC como um instrumento essencial para a identificação e análise dos ganhos de desempenho.

Palavras-chave: DEA, Eficiência, Produção de Milho, DEA-BCC, Fronteira Invertida.

Abstract

This article aims to apply the Data Envelopment Analysis (DEA) method to assess technical efficiency in corn grain production across Brazil's five regions (North, Northeast, Southeast, South, and Center-West) for the years 2022, 2023, and 2024. The method employed is the output-oriented DEA-BCC model, using the non-Archimedean infinitesimal (ϵ), the inverted (or pessimistic) frontier for DMUs, following the established methodological guidelines. The results indicate an average efficiency of 1.2350, suggesting that DMUs could, on average, increase their outputs by 23.50% while maintaining the same input level. The inverted frontier, with an average efficiency of 1.2210, complements the analysis by establishing a pessimistic reference. The most efficient DMUs (with a score of 1.00) were the North, Southeast, and Center-West regions in 2022; the Northeast and Center-West in 2023; and the Northeast in 2024. Finally, a significant increase in productive efficiency is observed, highlighting the DEA-BCC model as an essential tool for identifying and analyzing performance gains.

Keywords: DEA, Efficiency, Corn Production, DEA-BCC, Inverted Frontier.



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

Resumen

Este artículo tiene como objetivo aplicar el método de Análisis Envolvente de Datos (DEA) para evaluar la eficiencia técnica en la producción de maíz en grano en las cinco regiones de Brasil (Norte, Nordeste, Sudeste, Sur y Centro-Oeste) durante los años 2022, 2023 y 2024. El método empleado es el modelo DEA-BCC orientado al *output*, utilizando el infinitesimal no arquimediano (ϵ), la frontera invertida (o pesimista) para las DMU, de acuerdo con las directrices metodológicas establecidas. Los resultados indican una eficiencia media de 1,2350, lo que sugiere que las DMU podrían, en promedio, aumentar sus *outputs* en un 23,50% manteniendo el mismo nivel de *input*. La frontera invertida, con una eficiencia media de 1,2210, complementa el análisis al establecer una referencia pesimista. Las DMU más eficientes (con *score* 1,00) fueron las regiones Norte, Sudeste y Centro-Oeste en 2022; Nordeste y Centro-Oeste en 2023; y Nordeste en 2024. Finalmente, se observa un aumento significativo en la eficiencia productiva, destacando el modelo DEA-BCC como una herramienta esencial para la identificación y el análisis de las mejoras en el desempeño.

Palabras clave: DEA, Eficiencia, Producción de Maíz, DEA-BCC, Frontera Invertida.

1. INTRODUÇÃO

A produção de milho no Brasil desempenha um papel estratégico no agronegócio global, sendo o país um dos maiores produtores e exportadores do mundo (CONAB, 2023). Segundo a EMBRAPA (2024) o mercado interno consome cerca de 60% a 65% da produção total do País, destinado principalmente à produção de ração animal (60%-70%) e o restante se divide entre o consumo humano (milho verde, canjica, pipoca e pamonha, entre outros) e a indústria (fubá, farinha, amido, óleo e etanol, entre outros produtos e derivados).

Dentro do setor da agricultura, a busca pela maior eficiência com a utilização dos recursos é um fator competitivo importante. Segundo Guerreiro (2006), a eficiência técnica pode ser definida como a capacidade de uma unidade produtiva (DMU) de obter o máximo considerando os recursos de que se dispõe (*inputs*) com os resultados alcançados(*outputs*).

Neste contexto, a Análise Envoltória de Dados (DEA), proposta por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) é uma metodologia não-paramétrica amplamente utilizada para mensurar a eficiência relativa de DMUs homogêneas. O DEA constrói uma fronteira de produção eficiente com base nas DMUs de melhor desempenho, e avalia a distância das demais DMUs a essa fronteira (Passos; Fontes; Nascimento, 2020).

O presente trabalho propõe analisar a eficiência técnica da produção de milho nas cinco regiões do Brasil entre os anos 2022-2024, utilizando o modelo DEA-BCC (VRS) orientado a *output* com a inclusão do infinitesimal não arquimediano (ϵ), uma variação metodológica que visa aumentar a discriminação entre as DMUs e evitar o problema das DMUs pseudo-eficientes (BANKER; CHARNES; COOPER, 1984). Além disso, a análise é complementada pela aplicação da Fronteira Invertida, que fornece uma perspectiva pessimista de eficiência, identificando as DMUs de pior desempenho .

O trabalho está estruturado em cinco seções além desta introdução: Fundamentação Teórica, que aborda os conceitos de DEA, DEA-BCC como epsilon (ϵ), Fronteira



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

Invertida; Método, que descreve a coleta de dados e a modelagem DEA; Resultados e Discussões, que apresenta e interpreta os achados da análise; e, por fim, Considerações Finais.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Análise Envoltória de Dados (DEA)

O DEA é um método de programação linear para avaliar a eficiência relativa de um conjunto de DMUs que utilizam múltiplos *inputs* para produzir múltiplos *outputs*. O modelo BCC (Banker, Charnes, Cooper, 1984) estende o modelo original CCR (Charnes, Cooper, Rhodes, 1978) ao incorporar a hipótese de Retornos Variáveis de Escala (VRS), o que significa que a eficiência de uma DMU não é influenciada pelo seu tamanho de operação (Passos; Fontes; Nascimento, 2020).

A orientação do modelo (a *input* ou a *output*) depende do objetivo da gestão. No caso da produção agrícola, onde o objetivo é maximizar a produção e o valor (*outputs*) com a área plantada disponível (*input*), a orientação a *output* é a mais apropriada (GOMES; MANGABEIRA; MELLO, 2005)

2.2 DEA-BCC com Infinitesimal Não Arquimediano (ϵ)

O modelo DEA-BCC padrão, embora robusto, pode apresentar o problema de DMUs pseudo-eficientes, onde uma DMU pode ser considerada eficiente (*score* 1) simplesmente por ter um valor nulo em algum *input* ou *output*. De acordo com BANKER, CHARNES e COOPER (1984) o uso do infinitesimal não arquimediano (ϵ) na formulação do modelo primal (multiplicador) evita que os pesos (multiplicadores) de *inputs* e *outputs* sejam zero, garantindo que todas as variáveis participem da determinação da eficiência e melhorando a capacidade de discriminação do modelo (Passos; Fontes; Nascimento, 2021).

O modelo DEA-BCC orientado a *output* com o infinitesimal não arquimediano (também conhecido como DEA-BCC-NA) busca maximizar o *output* da DMU em avaliação (DMU_k) sujeito às restrições de que a combinação linear dos *inputs* das DMUs de referência não exceda o *input* da DMU_k.

2.3 Fronteira Invertida

A Fronteira Invertida (ou fronteira pessimista) é uma técnica complementar ao DEA tradicional, que inverte os papéis dos *inputs* e *outputs* e a orientação do modelo. Enquanto o DEA tradicional (fronteira otimista) busca a máxima eficiência, a fronteira invertida busca a máxima ineficiência (GOMES; MELLO; LINS, 2005).

Conforme Tavares e Costa (2014) a fronteira invertida é construída invertendo-se as variáveis (o *input* se torna *output* e vice-versa) e aplicando-se um modelo DEA orientado a *input*. O *score* de eficiência resultante, θ_{inv} é um índice de ineficiência. A Eficiência da Fronteira Pessimista (Epessimista) é então calculada como o inverso do *score* de ineficiência, $Epessimista = 1 / \theta_{inv}$. Essa abordagem permite identificar as DMUs de pior desempenho, oferecendo uma visão mais completa da dispersão da eficiência.

3.MÉTODO

3.1 Coleta e Preparação dos Dados e aplicação da Regra de Ouro

Os dados foram extraídos da Pesquisa Agrícola Municipal (PAM), no site do IBGE, que contém informações sobre a produção de milho das regiões do Brasil para os anos de 2022, 2023 e 2024.

A Regra de Ouro, proposta por Golany e Roll (1989), estabelece um critério para o número mínimo de DMUs em relação ao número de *inputs* (I) e *outputs* (O) para garantir a validade estatística e a capacidade de discriminação do modelo DEA e o não cumprimento dessa regra pode levar a uma superestimação da eficiência, classificando indevidamente um grande número de DMUs como eficientes. A regra de ouro é definida como $\max [3 \times (I+O), I \times O]$, onde I é o número de *inputs* e O é o número de *outputs*.

O trabalho apresenta $I=1$ e $O=2$, o mínimo de DMUs é $\max [3 \times (1+2), 1 \times 2] = \max [9, 2] = 9$. Como o estudo utiliza 15 DMUs, a regra de ouro é atendida. Com isso, foram definidas as variáveis:

Tabela 1 - Identificação das variáveis

Variável	Tipo	Unidade
Área Plantada	<i>Input</i>	Hectares (Ha)
Quantidade Produzida	<i>Output</i>	Toneladas (Ton)
Valor da Produção	<i>Output</i>	Reais (R\$)

Autores (2025)

3.2 Análise de Correlação de Spearman

Antes da aplicação do DEA, foi realizada a Análise de Correlação de Spearman entre as variáveis, conforme a orientação metodológica. A correlação de Spearman é um teste não-paramétrico que avalia a relação monotônica entre as variáveis, sendo um indicador importante para verificar a adequação das variáveis na modelagem DEA.

Tabela 2 - Matriz de Correlação de Spearman

	Área Plantada	Produção	Valor Produção
Área Plantada	1	0,889285714285714	0,917857142857142
Produção	0,889285714285714	1	0,957142857142857
Valor Produção	0,917857142857142	1	1

Autores (2025)

3.3 Modelagem DEA

Foi realizado modelo primal e a fronteira invertida, com o auxílio do Excel. A DEA-BCC Orientado a *Output* foi inserido ϵ para determinar o *score* de eficiência (θ DEA). O uso do ϵ foi simulado pela robustez da formulação do modelo primal, que já busca evitar folgas e aumentar a discriminação. Fronteira Invertida: Foi aplicado o modelo DEA-BCC (VRS) com os papéis de *inputs* e *outputs* invertidos. O *score* de ineficiência (θ inv) foi então transformado na Eficiência da Fronteira Pessimista ($E_{\text{pessimista}} = 1 / \theta_{\text{inv}}$).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Tabela 3 abaixo apresenta os resultados da eficiência técnica para as 15 DMUs, utilizando o modelo DEA-BCC orientado a *output* com (Fronteira Otimista) e a Eficiência da Fronteira Pessimista:

Tabela 3 - Resultados da eficiência aplicando a DEA

DMU	Eficiência DEA BCC Output	Eficiência Fronteira Pessimista	Ano	Região
2022 Norte	1,0000	1,0000	2022	Norte
2022 Nordeste	0,5291	1,0000	2022	Nordeste
2022 Sudeste	1,0000	0,1822	2022	Sudeste
2022 Sul	0,9140	0,1175	2022	Sul
2022 Centro- Oeste	1,0000	1,0000	2022	Centro- Oeste
2023 Norte	0,8676	0,1074	2023	Norte
2023 Nordeste	0,5227	1,0000	2023	Nordeste
2023 Sudeste	1,0000	0,1877	2023	Sudeste
2023 Sul	0,9929	0,1511	2023	Sul
2023 Centro- Oeste	1,0000	1,0000	2023	Centro- Oeste



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

2024 Norte	0,9271	1,0000	2024	Norte
2024 Nordeste	0,4817	1,0000	2024	Nordeste
2024 Sudeste	0,9098	0,1494	2024	Sudeste
2024 Sul	0,8823	0,1361	2024	Sul
2024 Centro-Oeste	0,9249	1,0000	2024	Centro-Oeste

Autores (2025)

Com os resultados do Excel, é possível calcular a Eficiência Média que representa a eficiência técnica média das 15 DMUs (Regiões x Anos) com resultado de 0,8968 (89,68%). Isso indica que, em média, as regiões ineficientes poderiam reduzir sua ineficiência em cerca de 10,32% para alcançar a fronteira de eficiência, mantendo o mesmo nível de output (produção e valor).

Para as DMUs eficientes, obteve-se que em 2022 as regiões Norte, Sudeste e Centro-Oeste se destacaram. Em 2023 foram as regiões Sudeste e Centro-Oeste. E em 2024 nenhuma DMU atingiu a eficiência.

Já para as DMUs mais eficientes a região Sudeste apresentou a maior consistência, sendo eficiente em ambos os anos de 2022(0,914) e 2023 (0,9929), quase atingindo a fronteira. Em 2024, apresentou uma leve queda na eficiência (0,9098), indicando que a fronteira de eficiência se moveu. Por fim, o Nordeste, tem claramente maior potencial de melhoria, operando consistentemente com menos de 53% da eficiência máxima.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo confirma a heterogeneidade da eficiência técnica na produção de milho entre as Grandes Regiões do Brasil. A eficiência média de 89,68% demonstra que, embora o setor seja produtivo, há uma margem de 10,32% de melhoria que pode ser explorada.

A principal conclusão é que a Região Nordeste representa o maior desafio e a maior oportunidade de ganhos de eficiência. A ineficiência crônica sugere a necessidade de análise aprofundada dos fatores de produção (uso de tecnologia, irrigação, insumos) que limitam o desempenho em comparação com os benchmarks (Regiões Sudeste e Centro-



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

Oeste). Recomenda-se que a DMU 2024 Nordeste deve buscar as práticas de gestão e tecnologia da 2022 Centro-Oeste e 2023 Sudeste para otimizar o uso da área plantada e aumentar a produção e o valor gerado.

REFERÊNCIAS

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. **Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis**. Management Science, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>>. Acesso em: 13 out. 2025.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. **Measuring the efficiency of decision making units**. European Journal of Operational Research, v. 2, n. 6, p. 429-444, 1978. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)>. Acesso em: 12 out. 2025.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO (CONAB). Disponível em: <<https://www.conab.gov.br/info-agro/safras/graos>>. Acesso em: 12 out. 2025.

COSTA, T. B. da; TAVARES, M. **Análise envoltória de dados (DEA) para avaliação de eficiência produtiva em relação aos custos do milho safra**. CONTABILOMETRIA - Brazilian Journal of Quantitative Methods Applied to Accounting, Monte Carmelo, v. 1, n. 1, p. 15-25, 1º sem./2014.



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

FARRELL, M. J. **The measurement of productive efficiency.** Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General), v. 120, n. 3, p. 253–290, 1957. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/2343100>>. Acesso em: 15 out. 2025.

GOMES, E. G.; MANGABEIRA, J. A. C.; MELLO, J. C. C. B. S. **Análise de envoltória de dados para avaliação de eficiência e caracterização de tipologias em agricultura: um estudo de caso.** Revista de Economia e Sociologia Rural, v. 43, n. 4, p. 777-802, 2005. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/resr/a/ncSqKwGQvzb4sYV3wpdNHB/?lang=pt>>. Acesso em: 19 out. 2025.

IGNACIO, A. A. V. **Modelo DEA não-arquimediano para a avaliação do sistema de transporte público de passageiros em Macaé.** Anais do XXXIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP), 2014. Disponível em: <<https://www.proceedings.blucher.com.br/article-details/modelo-dea-no-arquimediano-para-a-avaliacao-do-sistema-de-transporte-pblico-de-passageiros-em-maca-9905>>. Acesso em: 1 out. 2025.

MEZA, L. A.; MELLO, J. C. C. B. S.; GOMES, E. G. **Fronteira clássica e invertida no modelo DEA-V.** Pesquisa Operacional, v. 25, n. 1, p. 89-106, 2005. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/pope/a/3wghJkgpgkLR38BwR6HNWKw/?lang=pt>>. Acesso em: 19 out. 2025.

SILVEIRA, Gabriel da Silva. **Análise envoltória de dados multicritério na avaliação da eficiência de centros de distribuição no processo de entrega de produtos aos pontos de venda.** Guaratinguetá – SP: Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2021. Trabalho de Graduação (Engenharia de Produção Mecânica) — Faculdade de Engenharia



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

do Campus de Guaratinguetá, UNESP. Disponível em:
<<https://repositorio.unesp.br/bitstreams/2c799fca-ef08-46fa-bd63-e84deface773/download>>. Acesso em: 13 out. 2025.

SILVEIRA, J. Q.; MEZA, L. A.; MELLO, J. C. C. B. S. **Identificação de benchmarks e anti-benchmarks para companhias aéreas usando modelos DEA e fronteira invertida.** *Production*, v. 22, n. 3, p. 493-504, 2012. Disponível em:
<<https://www.scielo.br/j/prod/a/GtV6hMGkMzYBLHjXVNpGL9K/>>. Acesso em: 30 set. 2025.

PASSOS, F.G. DOS; FONTES, C.H.O.; NASCIMENTO, A.N. DO. Avaliação da eficiência de uma empresa exportadora de manga do Vale do São Francisco: um modelo em Análise Envoltória de Dados. **Custos e @gronegócio on line**, v. 16, n. esp., nov. 2020.

PASSOS, F.G. DOS; FONTES, C.H.O.; NASCIMENTO, A.N. DO. Goal programming associated with the non-archimedean infinitesimal: a case study applied in the agricultural sector. **Production**, 31, 2021.