



Aplicação da Análise Envoltória de Dados para avaliação de eficiência do saneamento básico em cidades no norte da Bahia

Ana Vitória Cardoso de Macedo

Universidade Federal do Vale do São Francisco

[\(vitoria.macedo@discente.univasf.edu.br\)](mailto:vitoria.macedo@discente.univasf.edu.br)

Pâmela Larissa Gomes de Sousa

Universidade Federal do Vale do São Francisco

[\(pamela.larissa@discente.univasf.edu.br\)](mailto:pamela.larissa@discente.univasf.edu.br)

Fabiana Gomes dos Passos

Universidade Federal do Vale do São Francisco

[\(fabiana.passos@univasf.edu.br\)](mailto:fabiana.passos@univasf.edu.br)

Resumo

O saneamento básico é essencial para a saúde pública, qualidade de vida e preservação ambiental, abrangendo o fornecimento de água potável, tratamento de esgoto, manejo de resíduos sólidos e drenagem urbana. Contudo, muitos municípios enfrentam dificuldades na gestão desses serviços, especialmente em regiões menos desenvolvidas. O objetivo deste trabalho foi analisar a eficiência técnica no saneamento básico de 20 cidades do norte da Bahia, utilizando o modelo DEA-BCC orientado a output, com a inclusão do infinitesimal não arquimediano (ϵ), uma variação metodológica que visa aumentar a discriminação entre as DMUs e evitar o problema das DMUs pseudo-eficientes. Os inputs analisados foram: população urbana, despesas de pessoal, produtos químicos e energia;



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

os outputs incluíram população atendida com água e esgoto. A análise revelou que Chorrochó foi a cidade mais eficiente, servindo de referência para as demais. A DEA mostrou-se valiosa para identificar oportunidades de melhoria e contribuir para políticas públicas mais eficazes, promovendo acesso e qualidade nos serviços essenciais.



Anais do Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção (SAEPRO) da EEL-USP

IX SAEPRO – 25 e 26 de novembro de 2025

Palavras-chave: Saneamento básico, Análise envoltória de dados, BCC

Abstract

Basic sanitation is essential for public health, quality of life, and environmental preservation, encompassing the supply of potable water, sewage treatment, solid waste management, and urban drainage. However, many municipalities face difficulties in managing these services, especially in less developed regions. The objective of this work was to analyze the technical efficiency of basic sanitation in 20 cities in northern Bahia, using the output-oriented DEA-BCC model, with the inclusion of the non-Archimedean infinitesimal (ϵ), a methodological variation that aims to increase the discrimination between urban development municipalities (UDMs) and avoid the problem of pseudo-efficient UDMs. The inputs analyzed were: urban population, personnel expenses, chemicals, and energy; the outputs included the population served with water and sewage. The analysis revealed that Chorrochó was the most efficient city, serving as a reference for the others. DEA proved valuable in identifying opportunities for improvement and contributing to more effective public policies, promoting access and quality in essential services.

Keywords: Basic sanitation, Data Envelopment Analysis, BCC



Resumen

El saneamiento básico es esencial para la salud pública, la calidad de vida y la preservación del medio ambiente, e incluye el suministro de agua potable, el tratamiento de aguas residuales, la gestión de residuos sólidos y el drenaje urbano. Sin embargo, muchos municipios enfrentan dificultades para gestionar estos servicios, especialmente en las regiones menos desarrolladas. El objetivo de este trabajo fue analizar la eficiencia técnica del saneamiento básico en 20 ciudades del norte de Bahía, utilizando el modelo DEA-BCC orientado a resultados, con la inclusión del infinitesimal no arquimediano (ϵ), una variación metodológica que busca aumentar la discriminación entre municipios de desarrollo urbano (MDU) y evitar el problema de los MDU pseudoeficientes. Los insumos analizados fueron: población urbana, gastos de personal, productos químicos y energía; los productos incluyeron la población atendida con agua potable y saneamiento. El análisis reveló que Chorrochó fue la ciudad más eficiente, sirviendo como referencia para las demás. El DEA demostró ser valioso para identificar oportunidades de mejora y contribuir a políticas públicas más efectivas, promoviendo el acceso y la calidad en los servicios esenciales.

Palabras clave: Saneamiento básico, Análisis Envolvente de Datos, CCB

1. INTRODUÇÃO

O acesso ao saneamento básico é um indicador crucial para a qualidade de vida das populações, especialmente no Brasil, onde diversas regiões enfrentam dificuldades em oferecer esse serviço de maneira adequada. No estado da Bahia, cerca de 52,2% da população ainda não é atendida por rede de esgoto, conforme apontado pelo Censo Demográfico de 2022 do IBGE (G1 BA, 2024). Esse dado evidencia a grande desigualdade no acesso aos serviços de saneamento e revela um cenário preocupante, que destaca a necessidade de investigar a eficiência na gestão desses serviços nas cidades baianas.



A DEA compara múltiplas unidades de decisão, considerando os insumos (inputs) e produtos (outputs) de cada unidade, e cria uma fronteira eficiente, na qual as DMUs mais eficientes são aquelas que conseguem obter os melhores resultados com os recursos disponíveis. Essa metodologia é amplamente utilizada para medir a eficiência em diversas áreas, como saúde, educação e, neste caso, saneamento básico (Passos; Fontes; Nascimento, 2020).

A aplicação da DEA no estudo da eficiência do saneamento básico em cidades no norte da Bahia é fundamental para identificar quais municípios estão apresentando os melhores resultados em termos de gestão e implementação dos serviços de esgoto. Com isso o propósito do estudo foi avaliar a eficiência das cidades na prestação desse serviço, utilizando a DEA para determinar quais são as cidades mais eficientes.

O objetivo deste trabalho foi analisar a eficiência técnica no saneamento básico de 20 cidades do norte da Bahia, utilizando o modelo DEA-BCC (VRS) orientado a output, com a inclusão do infinitesimal não arquimediano (ϵ), uma variação metodológica que visa aumentar a discriminação entre as DMUs e evitar o problema das DMUs pseudo-eficientes (BANKER; CHARNES; COOPER, 1984).

A partir disso, será possível selecionar as melhores práticas como benchmarks, orientando outras cidades na implementação de melhorias em seus sistemas de saneamento básico. Dessa forma, a aplicação da DEA não apenas proporciona uma visão clara sobre a situação atual do saneamento na região, mas também oferece caminhos práticos para otimizar recursos e melhorar os serviços prestados à população.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A proposta inicial da DEA era desenvolver uma metodologia capaz de identificar, dentro de um conjunto de Unidades Tomadoras de Decisões (DMUs) comparáveis, aquelas que demonstrassem as melhores práticas, formando assim uma fronteira eficiente (Cook e Seiford, 2009). A análise DEA busca identificar a melhor DMU virtual para cada DMU avaliada na amostra. Se a DMU virtual demonstrar desempenho superior à DMU original, seja por produzir mais utilizando os mesmos insumos ou por alcançar o mesmo nível de produção com menos insumos, a DMU original será classificada como ineficiente. Assim, a fronteira eficiente de produção é composta pelas unidades que conseguem maximizar a utilização dos insumos na geração de outputs ou produzir uma maior quantidade de outputs com uma menor quantidade de inputs.

A Análise Envoltória de Dados (DEA) conta com dois modelos clássicos. O primeiro é o modelo CCR, desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, que opera com retornos constantes de escala. O segundo é o modelo BCC, proposto por Banker, Charnes e Cooper em 1984, que considera situações em que a eficiência de produção varia com a escala, sem pressupor proporcionalidade entre inputs e outputs. Ambos os modelos podem ser orientados de maneiras diferentes, dependendo de como as DMUs ineficientes são projetadas na fronteira de eficiência. Quando o objetivo é reduzir os recursos utilizados sem alterar os resultados, utiliza-se uma orientação a inputs. Já quando se busca maximizar os resultados sem reduzir os recursos, adota-se uma orientação aos outputs.

O modelo CCR, desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, foi inicialmente projetado como um modelo com foco nas entradas (inputs) e opera sob o princípio de retornos constantes de escala (CRS). Isso significa que qualquer alteração nas entradas resulta em uma variação proporcional nas saídas (outputs).

Uma modificação do modelo CCR deu origem ao modelo de Programação Linear conhecido como modelo dos multiplicadores. Essa abordagem foi desenvolvida para atender à necessidade de calcular os pesos de maneira a maximizar a razão entre a soma ponderada dos outputs (output “virtual”) e a soma ponderada dos inputs (input “virtual”) da DMU analisada (Lins e Ângulo-Meza, 2000, p. 11).

O modelo BCC, desenvolvido por Banker, Charnes e Cooper em 1984, adota o conceito de retornos variáveis de escala (VRS) para abordar questões associadas a situações de competição imperfeita. Esse modelo é aplicado em contextos onde os retornos de escala podem variar, sendo crescentes, decrescentes ou até mesmo constantes.

A aplicação dos modelos BCC e CCR permite avaliar a eficiência das DMUs, identificando as unidades que alcançam o máximo de produtividade e, consequentemente, formando a fronteira de produção composta pelos benchmarks (Passos; Fontes; Nascimento, 2021).

3. MÉTODO

A metodologia adotada neste estudo seguiu uma abordagem descritiva e quantitativa, estruturada em oito etapas principais, conforme ilustrado na figura 1.

Figura 1: Etapas



Fonte: Os autores

Na primeira etapa, ocorreu a escolha do problema de pesquisa e a coleta dos dados, que foram obtidos por meio de uma organização especializada em bases de dados. Em

seguida, na segunda etapa, realizou-se a fundamentação teórica, com um levantamento bibliográfico abrangente em artigos científicos e livros relacionados à Análise Envoltória de Dados (DEA) e sua aplicação em análise de problemáticas em cidades no modo geral. Na terceira etapa, definiu-se as variáveis de entrada (inputs) e saída (outputs), assim como as Unidades Tomadoras de Decisão (DMUs), de modo a atender às regras de ouro do DEA.

Na quarta etapa, os dados referentes às variáveis de cada DMU foram organizados e preparados para análise. Na quinta etapa, foi aplicado o teste de correlação de Spearman para verificar as relações entre as variáveis selecionadas. Posteriormente, na sexta etapa, utilizou-se a técnica de normalização Min-Máx, ajustando as variáveis a uma mesma escala para facilitar a análise comparativa. Na sétima etapa, os dados foram processados com o auxílio do software Sistema Integrado de Apoio à Decisão (SIAD) e do VBA no Excel. Durante essa etapa, aplicou-se a fronteira invertida, calculou-se a eficiência composta e incorporou-se o elemento infinitesimal não arquimediano para análise nas fronteiras clássica e pessimista. O modelo adotado foi o BCC com orientação a outputs. Por fim, na oitava etapa, realizou-se a análise dos resultados, avaliando-se as DMUs mais eficientes e identificando-se os benchmarks para aquelas consideradas ineficientes. Esse processo permitiu identificar práticas mais eficientes sobre a problemática estudada.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os dados utilizados foram inicialmente coletados do Sistema Nacional de Informação sobre Saneamento (SNIS). Devido ao grande volume de informações, foi necessário realizar um tratamento inicial na base de dados. Após esse processo, foram selecionadas 28 cidades do norte da Bahia (DMUs). No entanto, por falta de informações completas, 8 cidades foram excluídas, resultando em 20 DMUs para o estudo. Em seguida, definiram-se as variáveis de análise, totalizando, inicialmente, 7 inputs e 2 outputs, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2: Variáveis

Inputs	Input 1: populacao_urbana	Output	Output 1: populacao_atendida_agua
	Input 2: quantidade_empregado		Output 2: populacao_atendida_esgoto
	Input 3: despesa_pessoal		
	Input 4: despesa_produto_quimico		
	Input 5: despesa_energia		
	Input 6: despesa_servico_terceiro		
	Input 7: despesa_fiscal		

Fonte: Os autores

Em seguida, foi realizado um teste de correlação do tipo Spearman, que indicou uma alta correlação entre o input 7 (Despesa fiscal) e o output 2 (População atendida com esgoto), apresentando um coeficiente de correlação de 0,95, conforme mostrado na figura 3. Diante desse resultado e considerando a relevância do output 2, o input 7 foi excluído do estudo.

Figura 3: Teste de correlação

Spearman Rho: populacao_ur; quantidade_e; despesa_pess; despesa_prod; despesa_ener; ...

	populacao_urbana	quantidade_empre	despesa_pessoal	despesa_produto_	
quantidade_empre	0,813 0,000				
despesa_pessoal	0,905 0,000	0,716 0,000			
despesa_produto_	0,725 0,000	0,652 0,002	0,765 0,000		
despesa_energia	0,567 0,009	0,202 0,393	0,677 0,001	0,341 0,141	
despesa_servico_	0,570 0,009	0,152 0,521	0,669 0,001	0,516 0,020	
despesa_fiscal	0,271 0,248	-0,248 0,292	0,298 0,202	0,203 0,390	
populacao_atendi	0,965 0,000	0,839 0,000	0,907 0,000	0,805 0,000	
populacao_atenti	0,638 0,002	0,665 0,001	0,583 0,007	0,426 0,061	
despesa_servico_	despesa_energia 0,720 0,000	despesa_servico_	despesa_fiscal	populacao_atendi	

	despesa_energia	despesa_servico_	despesa_fiscal	populacao_atendi
despesa_servico_	0,720 0,000			
despesa_fiscal	0,636 0,003	0,675 0,001		
populacao_atendi	0,504 0,024	0,526 0,017	0,196 0,408	
populacao_atendi	0,319 0,171	0,217 0,359	0,023 0,925	0,570 0,009

Cell Contents: Spearman rho
P-Value

Fonte: Os autores

Para atender à regra de ouro de Banker, foi necessário excluir algumas variáveis. Assim, as variáveis finais do estudo foram reduzidas para 4 inputs e 2 outputs, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4: Variáveis finais

Inputs	Input 1: populacao_urbana
	Input 2: despesa_pessoal
	Input 3: despesa_produto_quimico
	Input 4: despesa_energia

Output	Output 1: populacao_atendida_agua
	Output 2: populacao_atendida_esgoto

Fonte: Os autores

Posteriormente, os dados foram normalizados para garantir que estivessem na mesma escala, conforme a figura 5.

Figura 5: Dados normalizados

DMUs	Inputs				Output	
	populacao_urbana	despesa_pessoal	despesa_produto_quimico	despesa_energia	populacao_atendida_agua	populacao_atendida_esgoto
Casa Nova	0,2370	0,2386	0,4346	0,0351	0,3346	0,1728
Jaguarari	0,1041	0,1252	0,1048	0,2588	0,0975	0,0496
Abaré	0,0611	0,0721	0,0638	0,0660	0,0563	0,0347
Sobradinho	0,1187	0,1380	0,0177	0,1916	0,1066	0,1117
Campo Formoso	0,1502	0,2269	0,1976	0,2934	0,1648	0,0246
Chorrochó	0,0154	0,0320	0,0378	0,0439	0,0274	0,0148
Santa Brígida	0,0291	0,0782	0,0289	0,1242	0,0326	0,0201
Juazeiro	1,0000	1,0000	1,0000	0,6280	1,0000	1,0000
Itiúba	0,0544	0,0905	0,1396	0,1518	0,0652	0,0019
Curaçá	0,0839	0,1523	0,2649	0,1082	0,1409	0,0584
Filadélfia	0,0493	0,0829	0,2037	0,1420	0,0536	0,0400
Santo Sé	0,1341	0,1711	0,3476	0,0147	0,1890	0,0259
Glória	0,0160	0,0593	0,0544	0,0622	0,0458	0,0084
Jeremoabo	0,1060	0,0981	0,0828	0,0827	0,0884	0,1369
Paulo Afonso	0,5761	0,7942	0,2237	0,3517	0,4678	0,2270
Pindobaçu	0,0628	0,0144	0,0683	0,0085	0,0918	0,0166
Remanso	0,1396	0,1547	0,1989	0,1903	0,1535	0,1341
Senhor do Bonfim	0,3463	0,4756	0,9452	1,0000	0,3330	0,0271
Canudos	0,0522	0,0674	0,0379	0,0652	0,0426	0,0346
Rodelas	0,0450	0,0153	0,0682	0,0018	0,0414	0,0481

Fonte: Os autores

Para a análise, foi utilizado o modelo BCC, pois não assume proporcionalidade entre inputs e outputs e envolve retornos variáveis de escala e sua orientação foi output, pois busca maximizar a eficiência com os mesmos insumos. Após essa definição, os dados foram executados no software SIAD e no VBA no Excel. Os resultados da eficiência composta demonstraram que a cidade de Chorrochó possui uma eficiência de 100%, e as cidades de Pindobaçu, Casa Nova e Santo Sé apresentaram uma eficiência superior a 95% de eficiência, conforme mostrado na figura 6.

Figura 6: Cidades eficientes

DMUs	EFICIÊNCIA CLÁSSICA	EFICIENCIA PESIMISTA	COMPOSTA	COMPOSTA*
Chorrochó	100,0000%	61,14224%	69,4289%	100,0000%
Pindobaçu	100,0000%	62,94692%	68,5265%	98,7003%
Casa Nova	100,0000%	63,51359%	68,2432%	98,2922%
Santo Sé	100,0000%	67,53577%	66,2321%	95,3956%
Curaçá	95,1616%	65,97291%	64,5943%	93,0367%
Glória	100,0000%	78,38280%	60,8086%	87,5840%
Remanso	91,7164%	78,87151%	56,4224%	81,2665%
Juazeiro	96,3535%	83,62329%	56,3651%	81,1839%
Sobradinho	100,0000%	94,52566%	52,7372%	75,9586%
Rodelas	100,0000%	95,06510%	52,4675%	75,5701%
Jeremoabo	100,0000%	98,37984%	50,8101%	73,1829%
Paulo Afonso	100,0000%	100,00000%	50,0000%	72,0161%
Santa Brígida	80,8748%	100,00000%	40,4374%	58,2429%
Abaré	71,8308%	91,43388%	40,1984%	57,8987%
Campo Formoso	68,5303%	89,00375%	39,7633%	57,2719%
Filadélfia	75,2114%	100,00000%	37,6057%	54,1643%
Canudos	73,5807%	100,00000%	36,7904%	52,9900%
Jaguarari	68,5876%	98,89949%	34,8440%	50,1867%
Itiúba	58,7912%	100,00000%	29,3956%	42,3391%
Senhor do Bonfim	50,0445%	100,00000%	25,0222%	36,0401%

Fonte: Os autores

Para além disso foi analisado o elemento do infinitesimal não arquimediano. Inicialmente, o valor do ϵ ótimo foi calculado utilizando o Solver e o VBA do Excel, encontrando um valor de 0,0000000618, conforme ilustrado na figura 7.

Figura 7: Infinitesimal não arquimediano

Variáveis		u1	u2	u3	u4	v1	v2	E	
Valores otimizados		6,18154E-08	6,18154E-08	6,18154E-08	6,18154E-08	6,93776E-07	1,08158E-06	0,0000000618	
DMUs	DMUS	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Soma Y	Soma x
Casa Nova	1	42256	3038118,14	318840	141564,3	73092	32500	0,085860702	0,218874567
Jaguarari	2	18568	1593895,19	76887,98	1043031,08	21299	9333	0,024871086	0,168903249
Abaré	3	10897	917569,64	46820,7	266112,09	12297	6518	0,015581078	0,076737578
Sobradinho	4	21160	1757028,76	12950	722283,13	23274	20995	0,038546466	0,1584589
Campo Formoso	5	26781	2889536,11	144922,21	1163487,64	36003	4638	0,029983541	0,119604254
Chorrochó	6	2790	408105,44	27708,41	176819,79	5990	2790	0,007173316	0,263227597
Santa Brígida	7	5185	995357,25	21215,76	500389,93	7123	3772	0,038040174	0,030866858
Juazeiro	8	178300	12734447,76	733572,12	2530883,75	218427	188033	0,09021473	0,085070682
Itiúba	9	9706	1152069,41	102383,47	611732,51	14247	356	0,354911522	0,094092154
Curaçá	10	14955	1939216,32	194340	436000,71	30774	10980	1	0,645088478
Filadélfia	11	8792	1055961,33	149436,25	572177,05	11709	7518	0,010269262	0,11595894
Santo Sé	12	23908	2179211,71	254958,5	59399,63	41279	4872	0,01254715	0,105689679
Glória	13	2859	75428,11	39930,27	250576,4	10011	1572	0,159762595	0,126536628
Jeremoabo	14	18896	1249687,49	60753,22	333168,16	19303	25735	0,01024933	0,094170218
Paulo Afonso	15	102725	10113643,57	164106,05	1417421,93	102191	42676	0,03307805	0,155618851
Pindobaçu	16	11196	184000	50100	34300	20948	3120	0,008645626	0,064831587
Remanso	17	24896	1970164,57	145930	766918,45	33529	25206	0,041226339	0,102768371
Senhor do Bonfim	18	61738	6056747,93	893391,36	4030290,39	72747	5101	0,117055007	0,061542032
Canudos	19	9306	858847,69	27773,18	262947,93	9306	6500	0,117055007	0,061542032
Rodelas	20	8031	194400	50000	7200	9040	9040	0,129226667	0,129226667
Restrição do epsilon		0	0	0	0	-6,3196E-07	-1,01976E-06	0,013486527	0,071636287
								0,016049189	0,016049189
									0
									0,645088478
									0,539398799
									0,518551849
									0,55091826
									0,523377432
									0,588902517
									0,583546446
									0,032852018
									0,645088478
									0,515858811
									0,030862971
									0,58938718
									0,645088478

Fonte: Os autores

Após isso, foi calculado o valor da eficiência composta através do infinitesimal não arquimediano, conforme a figura 8.

Figura 8: Infinitesimal não arquimediano

DMUs	EFICIÊNCIA CLÁSSICA	EFICIÊNCIA PESIMISTA	COMPOSTA	COMPOSTA*
Chorrochó	96,9133%	65,00000%	65,9567%	94,9989%
Pindobaçu	100,0000%	66,00000%	67,0000%	96,5016%
Casa Nova	86,6986%	63,51359%	61,5925%	88,7131%
Santo Sé	87,8289%	67,53577%	60,1466%	86,6305%
Curaçá	87,3463%	65,97291%	60,6867%	87,4085%
Glória	94,3814%	78,38280%	57,9993%	83,5377%
Remanso	87,0770%	78,87151%	54,1028%	77,9254%
Juazeiro	35,4912%	83,62329%	25,9339%	37,3532%
Sobradinho	88,0396%	94,52566%	46,7570%	67,3451%
Rodelas	100,0000%	95,06510%	52,4675%	75,5701%
Jeremoabo	93,8458%	98,37984%	47,7330%	68,7509%
Paulo Afonso	38,7764%	98,00000%	20,3882%	29,3656%
Santa Brígida	91,4929%	95,00000%	48,2465%	69,4905%
Abaré	93,8844%	91,43388%	51,2252%	73,7809%
Campo Formoso	76,7656%	89,00375%	43,8809%	63,2027%
Filadélfia	90,5830%	100,00000%	45,2915%	65,2344%
Canudos	94,1850%	100,00000%	47,0925%	67,8284%
Jaguarari	85,5968%	98,89949%	43,3486%	62,4360%
Itiúba	89,4310%	100,00000%	44,7155%	64,4048%
Senhor do Bonfim	38,5774%	100,00000%	19,2887%	27,7820%

Fonte: Os autores

Os resultados indicaram que a cidade de Chorrochó foi a mais eficiente, alcançando 94% de eficiência. Dessa forma, em ambas as análises realizadas, Chorrochó destacou-se como a cidade com maior eficiência, tornando-se uma referência para as demais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste estudo foi avaliar a eficiência dos municípios do norte da Bahia em relação ao saneamento básico, utilizando a Análise Envoltória de Dados (DEA). A partir das análises realizadas, identificou-se que a cidade de Chorrochó apresentou o melhor desempenho, destacando-se como a mais eficiente entre as avaliadas. Apesar de



seu pequeno porte, Chorrochó demonstrou superioridade e será utilizada como referência para os demais municípios.

REFERÊNCIAS

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. **Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis**. Management Science, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>>. Acesso em: 13 out. 2025.

COOK, W. D.; SEIFORD, L. M. **Data envelopment analysis (DEA): thirty years on**. European Journal of Operational Research, v. 192, n. 1, p. 1-17, 2009.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. **Measuring the efficiency of decision-making units**. European Journal of Operational Research, v. 2, p. 429-444, 1978.

G1. **Quase metade da população baiana ainda não é atendida por rede de esgoto, aponta IBGE**. 2024. Disponível em: <https://g1.globo.com/ba/bahia/noticia/2024/02/23/populacao-nao-e-atendida-por-rede-de-esgoto-na-bahia-censo-2022.ghml>. Acesso em: 5 dez. 2024.

LINS, M.P.E.; ANGULO-MEZA, L. **Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão**. Rio de Janeiro: Editora da COPPE/UFRJ, 2000.

PASSOS, F.G. DOS; FONTES, C.H.O.; NASCIMENTO, A.N. DO. Avaliação da eficiência de uma empresa exportadora de manga do Vale do São Francisco: um modelo em Análise Envoltória de Dados. **Custos e @gronegocio on line**, v. 16, n. esp., nov. 2020.

PASSOS, F.G. DOS; FONTES, C.H.O.; NASCIMENTO, A.N. DO. Goal programming associated with the non-archimedean infinitesimal: a case study applied in the agricultural sector. **Production**, 31, 2021.