

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E AVALIAÇÃO DA ROBUSTEZ DO PROCESSO DE SOLDAGEM FCAW VIA METODOLOGIA NBI

Leonardo Elias Pereira – leonardoelias.estudante@unifei.edu.br

Gabriel Victor de Lima – d25101099@unifei.edu.br

Anderson Paulo de Paiva – andersonppaiva@unifei.edu.br

Palavras-chave: Soldagem FCAW, Otimização Multiobjetivo, Metodologia NBI, Superfície de Resposta (RSM), Robustez do Processo.

1. INTRODUÇÃO

O processo de soldagem *Flux-Cored Arc Welding* (FCAW) destaca-se pela elevada taxa de deposição, produtividade e adaptabilidade, sendo amplamente utilizado na fabricação e manutenção de estruturas metálicas. Comparado a processos como SMAW e GMAW, o FCAW oferece maior eficiência e tolerância a contaminantes superficiais, o que o torna apropriado para ambientes industriais complexos.

O desempenho do processo depende fortemente de parâmetros como tensão, corrente e velocidade de alimentação do arame, que influenciam a geometria e as propriedades mecânicas da solda. Trabalhos clássicos (RODRIGUES; PAIVA; COSTA, 2009) demonstraram que a Metodologia de Superfície de Resposta (RSM) é eficiente para modelar variáveis como penetração (p) e índice de convexidade (IC), embora seu caráter determinístico limite a análise da variabilidade inerente à soldagem (ZENG et al., 2025).

Para superar essa limitação, este estudo aplica o método Normal Boundary Intersection (NBI) como ferramenta de otimização multiobjetivo, visando equilibrar desempenho médio e robustez do processo. A abordagem proposta permite otimizar simultaneamente a média e a variância das respostas p e IC, fornecendo maior confiabilidade e repetibilidade ao processo FCAW em condições industriais.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 Referencial teórico

2.1.1 Soldagem FCAW

O processo FCAW utiliza um arame tubular consumível, cujo núcleo contém fluxo em pó responsável pela geração de escória e proteção gasosa. Essa configuração reduz a necessidade de gás externo, combinando alta produtividade e eficiência metalúrgica. Dentre as variáveis de resposta, duas se destacam: penetração (p) e índice de convexidade (IC).

A penetração é a profundidade de fusão do metal de base, expressa em milímetros, e diretamente relacionada à resistência mecânica da junta. Já o índice de convexidade (IC) descreve a forma do cordão de solda e é calculado conforme a Equação (1):

$$IC = \frac{r}{b} \times 100\% \quad (1)$$

em que r representa o reforço e b a largura do cordão.

2.1.2. Superfície de Resposta

A RSM é um conjunto de técnicas estatísticas e matemáticas utilizadas para modelar processos e encontrar condições operacionais ótimas com base em experimentos planejados. Em sua forma quadrática genérica, o modelo é expresso por:

$$f(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2)$$

Onde:

- β_0 é o termo de intercepto;
- β_i são os coeficientes dos efeitos lineares;
- β_{ii} representam os efeitos quadráticos;
- β_{ij} correspondem aos efeitos de interação entre as variáveis de entrada;
- ε é o termo do erro experimental.

Os coeficientes são estimados pelo método dos mínimos quadrados ordinários (OLS).

Para o ajuste completo de modelos de segunda ordem, utiliza-se o Planejamento Composto Central (CCD), que combina pontos fatoriais, axiais e centrais, possibilitando estimativas de erro puro e detecção de interações.

A análise da matriz Hessiana desses modelos permite identificar a natureza do ponto estacionário: mínimo (autovalores positivos), máximo (autovalores negativos) ou ponto de sela (autovalores mistos). Em soldagem, funções do tipo sela são frequentes, dificultando a determinação de condições ótimas globais e justificando o uso de abordagens multiobjetivo.

2.1.3 Interseção Normal à Fronteira (NBI)

A otimização multiobjetivo busca soluções de compromisso entre funções conflitantes, representadas pela Fronteira de Pareto. O método clássico das somas ponderadas combina objetivos por meio de pesos, mas tende a gerar soluções não uniformes e a ignorar regiões não convexas.

O método NBI, proposto por Das e Dennis (1998), supera essa limitação ao gerar soluções distribuídas uniformemente na fronteira de Pareto, independentemente da convexidade das funções. O NBI utiliza uma linha de utopia, conectando os ótimos individuais de cada objetivo, e traça vetores normais que interceptam a fronteira, produzindo pontos Pareto-ótimos de forma sistemática.

Cada subproblema é resolvido de forma escalar, garantindo ampla cobertura da fronteira e maior controle sobre o equilíbrio entre desempenho e estabilidade do processo.

2.2. Metodologia

2.2.1 Base experimental

A base experimental foi extraída de Rodrigues, Paiva e Costa (2009), que estudaram o processo FCAW com três variáveis de entrada: tensão de soldagem (V), velocidade de alimentação do arame (Va) e distância bico-peça (CTWD). O planejamento CCD compreendeu 20 ensaios, incluindo pontos fatoriais, axiais e centrais. As respostas avaliadas foram penetração (p) e índice de convexidade (IC).

Os pontos centrais replicados permitiram estimar a variância experimental, fundamental para a análise de robustez adotada neste estudo.

Tabela 1 - Matriz do planejamento experimental (CCD) em valores codificados e respostas observadas para p e IC.

X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁ ²	X ₂ ²	X ₃ ²	X ₁₂	X ₁₃	X ₂₃	p	IC
1,000	-1,000	-1,000	-1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,890	32,100
1,000	1,000	-1,000	-1,000	1,000	1,000	1,000	-1,000	-1,000	1,000	1,930	21,680
1,000	-1,000	1,000	-1,000	1,000	1,000	1,000	-1,000	1,000	-1,000	2,40	55,490
1,000	1,000	1,000	-1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	-1,000	-1,000	2,880	26,100
1,000	-1,000	-1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	-1,000	-1,000	1,550	29,580
1,000	1,000	-1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	-1,000	1,000	-1,000	1,940	25,520
1,000	-1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	-1,000	-1,000	1,000	1,910	50,570
1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	2,850	24,700
1,000	-1,682	0,000	0,000	2,828	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,900	50,000
1,000	1,682	0,000	0,000	2,828	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,400	23,80
1,000	0,000	-1,682	0,000	0,000	2,828	0,000	0,000	0,000	0,000	1,600	32,940
1,000	0,000	1,682	0,000	0,000	2,828	0,000	0,000	0,000	0,000	3,400	44,210
1,000	0,000	0,000	-1,682	0,000	0,000	2,828	0,000	0,000	0,000	2,800	25,050
1,000	0,000	0,000	1,682	0,000	0,000	2,828	0,000	0,000	0,000	1,900	23,750
1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,900	27,270
1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,280	24,910
1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,300	26,850
1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,150	26,790
1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,300	25,060
1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,350	27,150

Fonte: Autores.

2.2.2 Modelagem Estatística

As superfícies de resposta foram ajustadas por modelos quadráticos completos, com cálculo da variância de predição conforme a Equação (3):

$$Var[Ef(\mathbf{x})] = \sigma^2 [\mathbf{z}^T(\mathbf{x})(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{z}(\mathbf{x})] \quad (3)$$

Os coeficientes foram obtidos via OLS, e a qualidade dos modelos foi verificada por R² e teste F.

A otimização foi estruturada como um problema biobjetivo:

$$\text{Maximizar } \bar{p}(x) \text{ e Minimizar } \text{Var}(p, x), \quad (3)$$

com restrição para o Índice de Convexidade ($22\% \leq \text{IC} \leq 30\%$).

A resolução dos subproblemas NBI foi conduzida por meio do algoritmo *Sequential Least Squares Programming* (SLSQP), utilizando 21 valores de ponderação w entre 0 e 1 para mapear a fronteira de Pareto.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Ajuste dos modelos e análise de convexidade

Os modelos quadráticos apresentaram bom ajuste aos dados experimentais, com R^2 superiores a 78%. A análise da matriz Hessiana revelou funções do tipo sela para ambas as respostas, indicando que os pontos ótimos se localizam nas fronteiras da região experimental.

Tabela 2 - Análise de convexidade via autovalores da Hessiana.

Função	Autovalores da Hessiana	Diagnóstico
p (mm)	-0,107; 0,033; 0,092	Sela
IC (%)	-0,879; 1,369; 6,572	Sela

Fonte: Autores.

A Tabela 3 apresenta as métricas de qualidade e ANOVA, confirmando a significância estatística dos modelos ($p < 0,05$). Embora o modelo de penetração apresente menor R^2 ajustado, ele ainda explica 78,6% da variabilidade — valor aceitável em processos de soldagem sujeitos a alta dispersão.

Tabela 3: Métricas de qualidade e análise de variância para os modelos quadráticos ajustados.

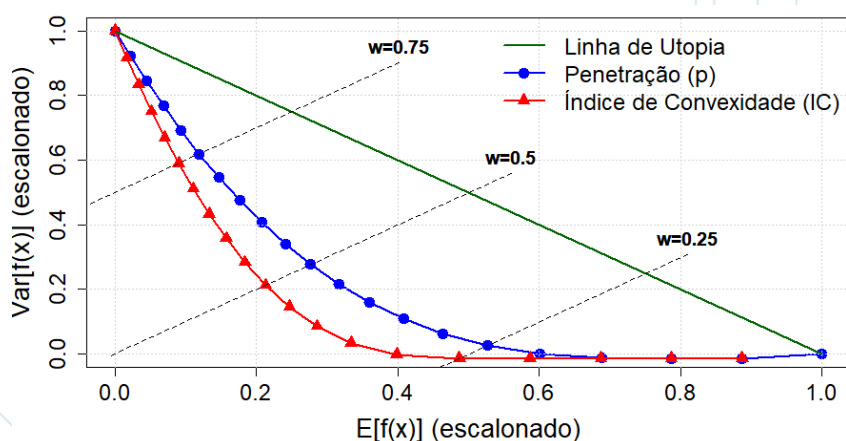
Função	R^2 (%)	R^2_{adj} (%)	F	$gl_{reg}; gl_{erro}$	p-valor	σ^2
p (mm)	88,74	78,60	8,75	9; 10	0,001	0,047
IC (%)	98,30	96,77	64,18	9; 10	< 0,001	3,372

Fonte: Autores.

3.2 Fronteiras de Pareto e interpretação

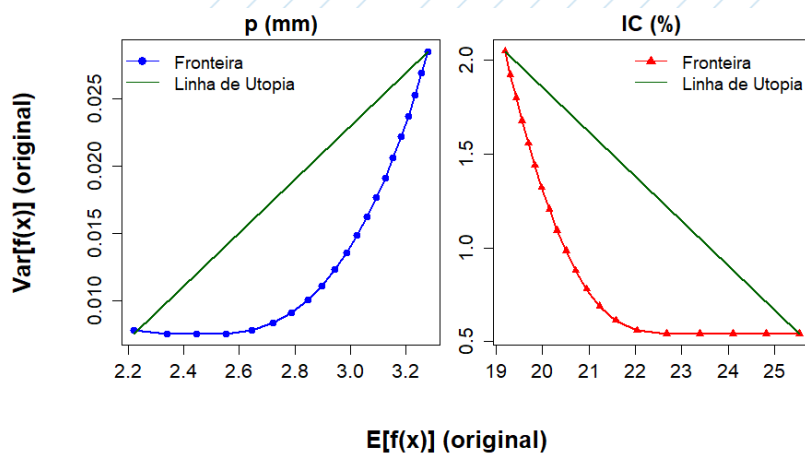
A aplicação do método NBI gerou 21 soluções Pareto-ótimas para cada resposta. As Figuras 1 e 2 ilustram as fronteiras obtidas nos espaços escalonado e original, respectivamente.

Figura 1 - Fronteiras de Pareto no espaço de objetivos escalonados.



Fonte: Autores.

Figura 2 - Fronteiras de Pareto nas unidades originais para p e IC.



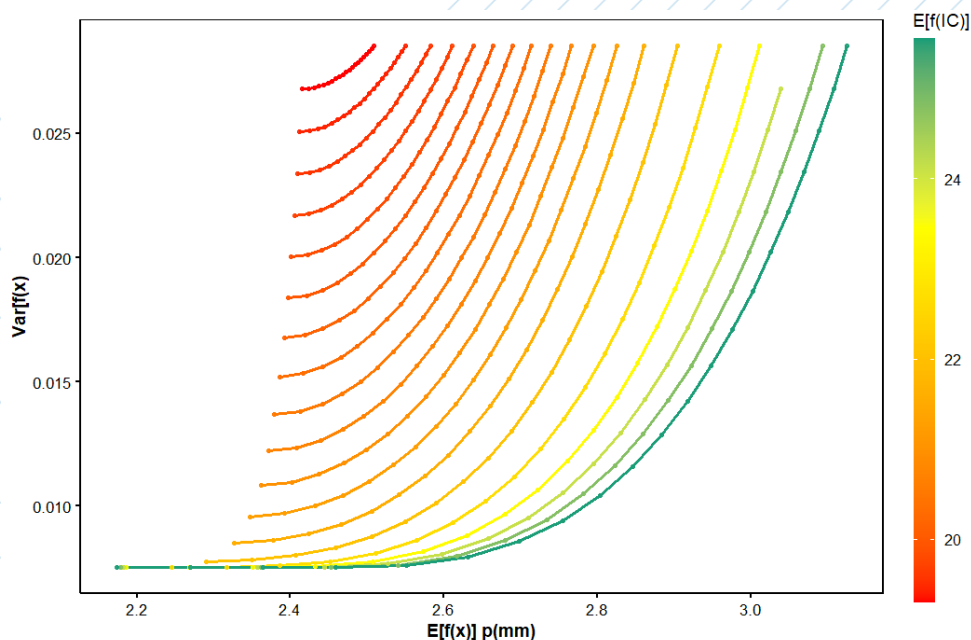
Fonte: Autores.

As fronteiras exibem o comportamento clássico de trade-off: o aumento da média da penetração resulta em leve elevação da variância, enquanto a redução da variância sacrifica parte do desempenho médio. No caso do IC, a variação é mais acentuada, indicando maior sensibilidade do índice às flutuações de processo. Essa sensibilidade se deve à natureza composta do IC, calculado a partir de grandezas (r e b) suscetíveis à propagação de erros de medição.

3.3 Efeito da restrição do Índice de Convexidade

A Figura 3 apresenta o efeito da limitação do IC sobre as soluções de Pareto para a penetração.

Figura 3 - Efeito da restrição do Índice de Convexidade (IC) nas fronteiras de Pareto da penetração (p).



Fonte: Autores.

Limites inferiores a 22% de IC deslocam a fronteira para regiões de maior variabilidade, restringindo as soluções viáveis e elevando a dispersão da penetração. Por outro lado, restrições dentro do intervalo 23–30% ampliam a fronteira e reduzem a variância, proporcionando soluções mais estáveis e consistentes.

Essa análise confirma os limites industriais citados por Rodrigues *et al.* (2009) e acrescenta evidência estatística de que limites muito rigorosos de IC comprometem tanto a geometria quanto a confiabilidade da soldagem.

Em termos práticos, os pontos próximos ao mínimo de variância devem ser priorizados quando a repetibilidade for essencial (por exemplo, em produção seriada). Já os pontos de máxima penetração são adequados quando o desempenho mecânico é o objetivo principal, aceitando-se maior variabilidade. As soluções intermediárias da fronteira fornecem o equilíbrio ideal entre desempenho e estabilidade.

3.4 Comparação com estudos anteriores

Ao comparar os resultados com o modelo determinístico de Rodrigues *et al.* (2009), observa-se que o presente estudo amplia a análise da RSM ao incorporar simultaneamente a média e a variância das respostas. Essa formulação permite identificar regiões de operação mais robustas e estatisticamente consistentes, melhorando a previsibilidade do processo.

Além disso, as fronteiras NBI revelam que regiões com IC inferior a 22% não apenas resultam em geometrias indesejadas, mas também apresentam variância ampliada da penetração — evidenciando a interdependência entre forma e estabilidade do cordão.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho demonstrou a eficácia da integração entre a Metodologia de Superfície de Resposta (RSM) e o método NBI na otimização robusta do processo de soldagem FCAW. A formulação biobjetivo permitiu equilibrar simultaneamente desempenho e variabilidade, resultando em soluções Pareto-ótimas que descrevem o compromisso entre penetração e índice de convexidade (IC).

Os modelos quadráticos revelaram superfícies do tipo sela, confirmando a necessidade de abordagens multiobjetivo. A aplicação do NBI possibilitou o mapeamento uniforme da fronteira de Pareto, evidenciando que manter o IC entre 22% e 30% garante melhor estabilidade geométrica e menor variabilidade da penetração.

Conclui-se que a otimização conjunta de média e variância é uma ferramenta eficaz para aprimorar a repetibilidade e a previsibilidade do processo FCAW, representando um avanço frente à modelagem determinística tradicional. Como perspectiva futura, recomenda-se a validação experimental dos pontos Pareto-ótimos e a incorporação de novas funções de custo, como taxa de deposição e consumo energético, para ampliar a aplicabilidade industrial do modelo.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos à CAPES, CNPq e FAPEMIG pelo suporte, e ao NOMATI-UNIFEI pelo apoio técnico e materiais disponibilizados.

REFERÊNCIAS

DAS, I.; DENNIS, J. E. Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems. **SIAM J. Optimization**, v. 8, n. 3, 1998.

MOHAMAT, S. A. *et al.* **The effect of Flux Core Arc Welding (FCAW) processes on different parameters**. Elsevier, 2012.

PATARROYO, A. *et al.* Validating the weldability with flux core arc welding “FCAW” for deteriorated naval steels. **Ship Science & Technology**, 2010.

RODRIGUES, L. O.; DE PAIVA, A. P.; DA COSTA, S. C. Optimization of the FCAW process by weld bead geometry analysis. **Welding International**, v. 23, n. 4, p. 261–269, 2009.

ZENG, Z. *et al.* Modeling and strategies for arc welding penetration control algorithm: a review. **Discover Mechanical Engineering**, Springer Nature, 2025.