

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MÉDIA-VARIÂNCIA DO PROCESSO FCAW APLICANDO RSM E O MÉTODO NBI

Nivaldo Gonçalves de Faria – d2024101989@unifei.edu.br
Leonardo Elias Pereira – leonardoelias.estudante@unifei.edu.br
Bianca Lapa Ribeiro – d2025100547@unifei.edu.br
Anderson Paulo de Paiva – andersonppaiva@unifei.edu.br

Palavras-chave: FCAW, Metodologia de Superfície de Resposta, Análise de Curvatura, Método NBI.

1. INTRODUÇÃO

O processo de Soldagem com Arame Tubular (FCAW – *Flux-Cored Arc Welding*) destaca-se na indústria metalmeccânica pela elevada taxa de deposição e boa qualidade do cordão, sendo amplamente utilizado em aplicações estruturais. Segundo Rodrigues, Paiva e Costa (2009), o FCAW combina alta produtividade e flexibilidade operacional, mantendo boas propriedades mecânicas na junta soldada em comparação aos processos MIG/MAG convencionais. Entretanto, seu desempenho depende da seleção precisa dos parâmetros de soldagem — tensão, velocidade de alimentação do arame e distância do bico de contato à peça (CTWD) — que influenciam a penetração, o reforço e a geometria do cordão. Como esses efeitos são interdependentes e não lineares, o uso de métodos estatísticos torna-se essencial para modelagem e otimização.

A Metodologia de Superfície de Resposta (RSM) é amplamente empregada para modelar experimentalmente a relação entre variáveis de entrada e respostas do processo (MONTGOMERY, 2017). Essa técnica ajusta modelos polinomiais de segunda ordem, permitindo estimar efeitos lineares, quadráticos e de interação. Contudo, a RSM tradicional analisa respostas de forma independente, o que limita seu uso quando múltiplas respostas apresentam comportamentos conflitantes.

Para superar essa limitação, técnicas de otimização multiobjetivo, como o método *Normal Boundary Intersection* (NBI), têm sido aplicadas para encontrar soluções de compromisso entre respostas simultâneas. O NBI destaca-se pela capacidade de gerar fronteiras de Pareto bem distribuídas, mesmo em superfícies não convexas. A integração entre DOE, RSM e NBI permite modelar e otimizar respostas múltiplas, fornecendo uma

visão mais completa do processo. Este estudo propõe, portanto, uma metodologia integrada para análise e otimização multiobjetivo do processo FCAW, buscando maximizar a penetração e minimizar o índice de convexidade do cordão de solda.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 Referencial teórico

A Metodologia de Superfície de Resposta (RSM) combina estatística e matemática para modelar processos experimentais com base em um número reduzido de experimentos (MONTGOMERY, 2017). O modelo polinomial de segunda ordem é expresso por:

$$f(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (1)$$

onde:

- $f(x)$ é a variável de resposta (ex: Identação, Diâmetro).
- x_i são as variáveis codificadas de entrada (fatores).
- β_0 é o coeficiente do ponto central.
- β_i são os coeficientes de efeito linear.
- β_{ij} são os coeficientes dos termos de interação de dois fatores.
- β_{ii} são os coeficientes dos termos quadráticos (curvatura pura).
- ε é o erro aleatório.

A análise da curvatura da superfície, obtida pela matriz Hessiana das derivadas segundas, permite identificar a natureza do ponto estacionário encontrado (BOX; DRAPER, 2007):

- Convexo (mínimo local): todos os autovalores positivos;
- Côncavo (máximo local): todos os autovalores negativos;
- Ponto de sela: autovalores de sinais opostos.

A Matriz Hessiana é o dobro da matriz dos coeficientes quadráticos e de interação (B):

$$H=2B \quad (2)$$

A matriz B dos coeficientes é definida por:



$$B = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \frac{\beta_{12}}{2} & \frac{\beta_{13}}{2} & \dots & \frac{\beta_{1k}}{2} \\ \frac{\beta_{12}}{2} & \beta_{22} & \frac{\beta_{23}}{2} & \dots & \frac{\beta_{2k}}{2} \\ \frac{\beta_{13}}{2} & \frac{\beta_{23}}{2} & \beta_{33} & \dots & \frac{\beta_{3k}}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\beta_{1k}}{2} & \frac{\beta_{2k}}{2} & \frac{\beta_{3k}}{2} & \dots & \beta_{kk} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Para estimar corretamente esses efeitos, utiliza-se o Delineamento Composto Central (CCD), que combina pontos fatoriais, axiais e centrais, garantindo robustez estatística e estimativas confiáveis de erro puro (MONTGOMERY, 2017). Entretanto, superfícies de resposta do tipo sela, conforme Myers e Montgomery (2009), são comuns em processos industriais e tornam a identificação de um ótimo global mais complexa.

Problemas com múltiplos objetivos conflitantes requerem uma análise de compromisso entre metas, expressa pela Fronteira de Pareto (COELLO, 2007). Métodos tradicionais de soma ponderada (WSUM) apresentam limitações em regiões não convexas (GAUDÊNCIO *et al.*, 2019). O método NBI, proposto por Das e Dennis (1998), projeta vetores normais a partir da linha de utopia, gerando pontos equidistantes e uniformemente distribuídos na fronteira, independentemente da escala dos objetivos.

2.2 Metodologia

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos a partir do trabalho de Rodrigues, Paiva e Costa (2009), que investigaram a otimização do processo de soldagem com arame tubular (FCAW) por meio da análise da geometria do cordão de solda. O delineamento experimental adotado foi do tipo Delineamento Composto Central (*Central Composite Design* – CCD). O planejamento envolveu cinco variáveis de entrada: corrente de soldagem (I), tensão de arco (V), velocidade de alimentação do arame (Va), velocidade de soldagem (Vs) e distância do bico de contato à peça (CTWD).

As respostas analisadas foram os parâmetros geométricos do cordão de solda — largura (W), penetração (P) e reforço (R) — que são indicadores diretos da qualidade e da

eficiência da soldagem. O delineamento incluiu replicações no ponto central, o que permitiu estimar a variabilidade experimental. O experimento foi analisado com auxílio dos softwares Minitab 19 e Excel®.

As variáveis de processo foram transformadas em escala codificada para melhorar a condição numérica e facilitar a comparação entre fatores, utilizando o padrão de codificação:

- $x_i = 0$ (ponto central),
- $x_i = \pm 1$ (pontos fatoriais),
- $x_i = \pm \alpha$ (pontos axiais).

A superfície de resposta foi ajustada por meio de um modelo quadrático completo em variáveis codificadas, conforme a equação matricial (4):

$$\hat{Y} = X\beta \quad (4)$$

em que $\hat{Y}$ representa o vetor de respostas previstas, X a matriz de planejamento e β o vetor de coeficientes estimados.

A robustez do modelo foi avaliada considerando simultaneamente a média e a variância das respostas. A propagação de incertezas foi modelada utilizando a expansão de Taylor de primeira e segunda ordem. O problema multiobjetivo foi resolvido pelo algoritmo *Generalized Reduced Gradient* (GRG), aplicando o método NBI para gerar a fronteira de Pareto.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Otimização Robusta Média-Variância via NBI

A otimização do processo FCAW, conforme investigada por Rodrigues, Paiva e Costa (2009), utilizou com sucesso a Metodologia de Superfície de Resposta (RSM) para identificar um conjunto singular de parâmetros operacionais ótimos. Esta abordagem clássica foca em otimizar o valor esperado das respostas (Penetração e Índice de

Convexidade). Contudo, tal metodologia não quantifica a incerteza associada às previsões do modelo, negligenciando a variabilidade do processo.

No presente trabalho, os modelos RSM quadráticos foram utilizados em uma estrutura de Otimização Robusta Média-Variância. Aplicou-se a técnica NBI, conforme descrito na seção 2.1.2, para gerar a Fronteira de Pareto, tratando o Valor Esperado (E) e a Variância (V) de cada resposta como dois objetivos conflitantes. Esta abordagem permite não apenas encontrar o ponto de melhor desempenho médio, mas também o ponto de maior robustez (mínima variância) e todos os *trade-offs* entre eles.

3.2 Análise Crítica dos Resultados (Penetração)

Para a maximização da Penetração (P), a Fronteira de Pareto, ilustrada na Figura 1, revela um forte conflito entre desempenho e robustez. Os valores dos pontos âncora (desempenho máximo e robustez máxima) estão detalhados na Tabela 1.

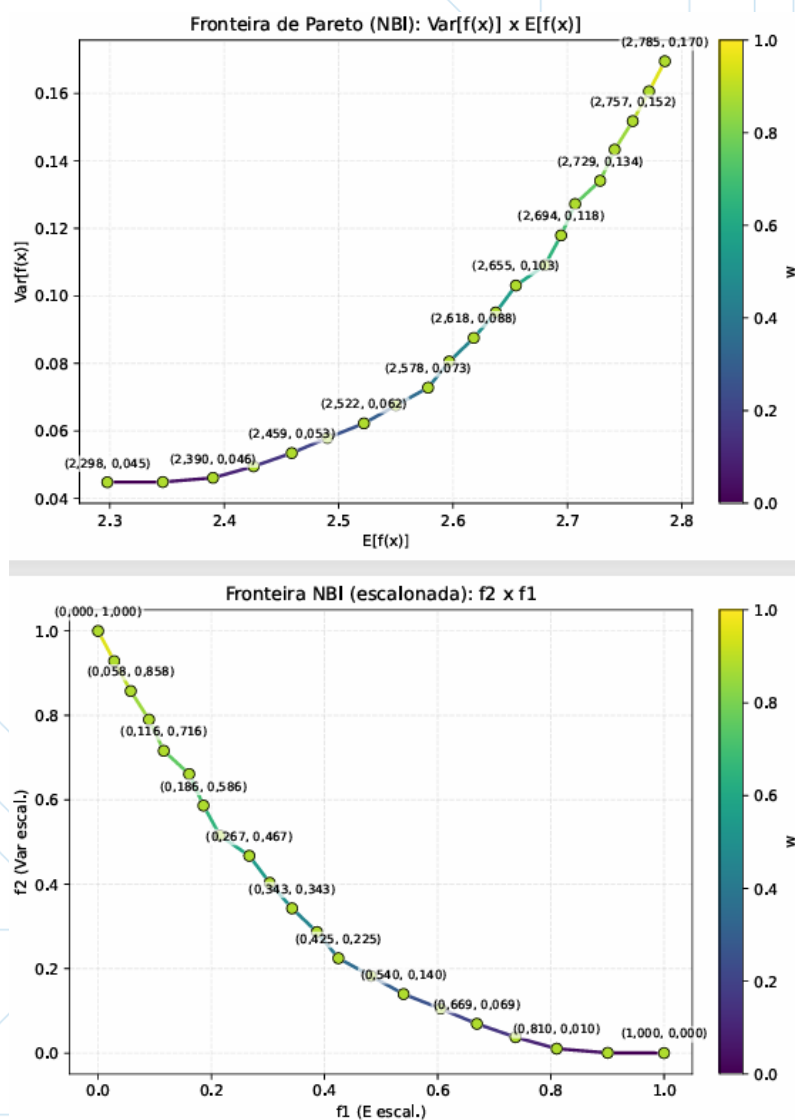
O ponto de máximo desempenho (Âncora E) atinge uma penetração esperada $E[P] = 2,785$ mm, porém com uma variância elevada de $V[P] = 0,170$. Em contraste, o ponto de máxima robustez (Âncora V) garante uma variância mínima de $V[P] = 0,045$, ao custo de uma penetração média menor, de $E[P] = 2,298$ mm. O artigo de 2009, ao focar apenas no valor médio, não captura este *trade-off* crucial, que é vital para a garantia da qualidade na produção.

Tabela 1: Pontos Âncora (Média vs. Variância) para a Penetração (P).

Âncora	E	V	x
E (max/min E)	2,785	0,170	[-0.0161 0.957 1.3829]
V (min V)	2,298	0,045	[0.0948 0.4498 0.2821]

Fonte: dos autores.

Figura 1: Fronteira de Pareto Média-Variância para a otimização da Penetração (P).



Fonte: dos autores.

3.3 Análise Crítica dos Resultados (Índice de Convexidade)

Inversamente, na minimização do Índice de Convexidade (IC), a otimização robusta revelou um cenário ideal, conforme Figura 2. A fronteira mostra que o ponto de mínimo $E[IC]$ esperado (neste caso, o ponto de Âncora V) é de $E[IC] = 26,558\%$.

Notavelmente, este também é o ponto de mínima variância, $V[IC] = 12,967\%$. Os detalhes dos pontos âncora para o IC são apresentados na Tabela 2. Neste caso, a solução

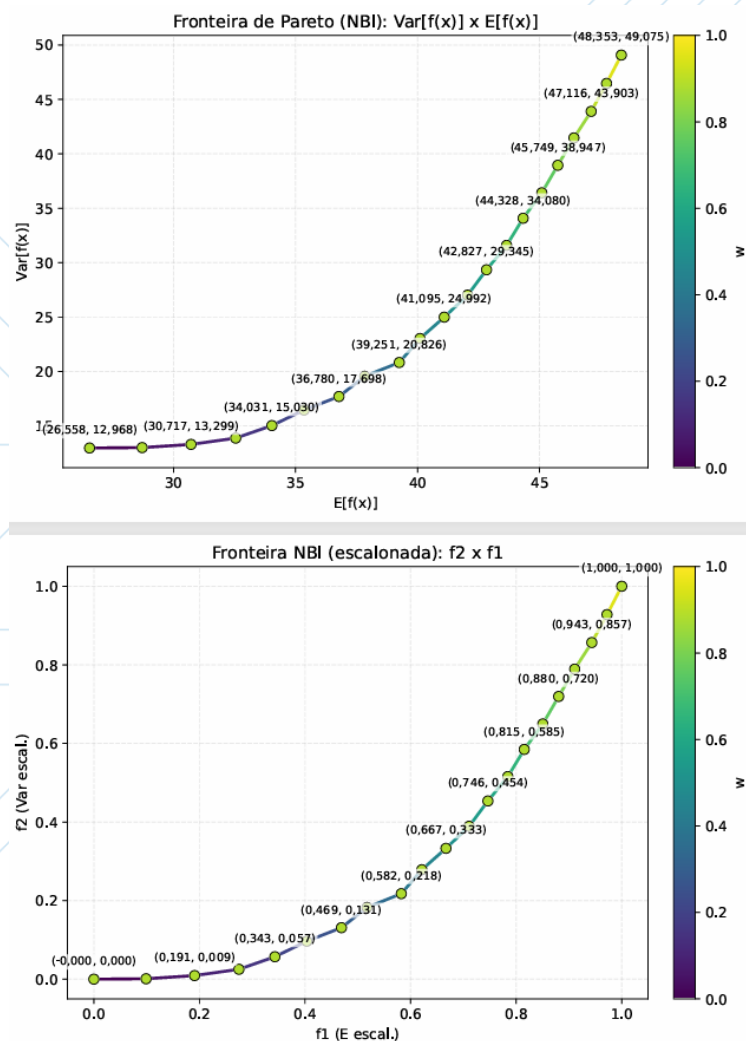
de melhor desempenho é, fortuitamente, também a mais robusta e previsível, eliminando a necessidade de um *trade-off* entre média e variância.

Tabela 2: Pontos Âncora (Média vs. Variância) para o Índice de Convexidade (IC).

Âncora	E	V	x
E (max/min E)	48,354	49,075	[0.0894 1.4487 -0.8496]
V (min V)	26,558	12,967	[0.3617 -0.2427 0.3179]

Fonte: dos autores.

Figura 2: Fronteira de Pareto Média-Variância para a otimização do Índice de Convexidade (IC).



Fonte: dos autores.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A integração entre DOE, RSM e NBI ampliou significativamente o potencial de modelagem e otimização do processo FCAW. Os principais avanços observados incluem:

- Melhoria na precisão preditiva: a redução do MSE de 80,808 para 0,279 e da variância preditiva de 12,96 para 0,045 comprova o ganho de estabilidade e confiabilidade do modelo proposto.
- Otimização simultânea: o método NBI possibilitou maximizar a penetração e minimizar o índice de convexidade de forma integrada.
- Fronteira de Pareto analítica: a geração automática da fronteira de Pareto permitiu a identificação de soluções de compromisso sem depender de sobreposição gráfica.
- Robustez e generalização: o modelo apresenta aplicabilidade a outros processos de soldagem.
- Relevância prática: maior eficiência térmica e qualidade geométrica, melhorando a reprodutibilidade dos cordões de solda.

Dessa forma, conclui-se que o acoplamento entre as metodologias DOE, RSM e NBI representa um avanço científico e tecnológico no campo da engenharia de soldagem. O presente estudo amplia os resultados obtidos por Rodrigues *et al.* (2009), substituindo a abordagem empírica por uma estrutura analítica baseada em superfícies de resposta e fronteiras de Pareto, que fornece não apenas as condições ótimas de operação, mas também a confiabilidade estatística das previsões

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos são expressos à CAPES, CNPq e FAPEMIG pelo suporte fornecido. Esta pesquisa também foi viabilizada pelo apoio da NOMATI-UNIFEI.

REFERÊNCIAS

BOX, GEORGE E. P.; DRAPER, Norman R. **Response surfaces, mixtures, and ridge analyses**. 2 ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2007.

COELLO, C. A. C.; LAMONT, G. B.; VELDHUIZEN, D. A. V. **Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems**. New York: Springer, 2007. 610 p.

DAS, I.; DENNIS, J.E. Normal boundary intersection: a new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. **SIAM Journal of Optimization**, 8, p. 631-657. 1998.

GAUDÊNCIO, J.H.D.; DE ALMEIDA, F.A.; SABIONI, R.C. *et al.* Fuzzy multivariate mean square error in equispaced pareto frontiers considering manufacturing process optimization problems. **Engineering with Computers**, 35, p. 1213–1236, 2019. <https://doi.org/10.1007/s00366-018-0660-0>

MYERS, Raymond H.; MONTGOMERY, Douglas C. **Response Surface Methodology: process and product optimization using designed experiments**. 3 ed. Nova York: John Wiley & Sons, 2009.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 9. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2017.

RODRIGUES, L. O. *et al.* Optimization of the FCAW process by weld bead geometry analysis. **Welding International**, v. 23, n. 4, p. 261-269, 2009. DOI: 10.1080/09507110802543468.