

ANÁLISE DO EFEITO DE CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO EM ESTRUTURAS TRELIÇADAS PLANAS SUBMETIDAS A CARREGAMENTOS RESSONANTES

Gustavo Ramos Araújo Almeida¹

André Sarkis Müller²

RESUMO

Com os avanços científicos envolvendo novos materiais, métodos construtivos e ferramentas computacionais na construção civil, possibilitando a execução de estruturas cada vez mais esbeltas. Nesse contexto, as treliças planas destacam-se por sua leveza e elevada capacidade resistente, sendo amplamente empregadas em diversas aplicações da engenharia. No entanto, essas estruturas estão sujeitas a carregamentos estáticos e dinâmicos, como vibrações por cargas ressonantes, que podem comprometer sua estabilidade e vida útil. Diante disso, desenvolveu-se um algoritmo em Java para analisar os efeitos do controle passivo de vibrações em treliças planas sob excitações dinâmicas. O algoritmo foi integrado ao Lacker, software ainda em fase de desenvolvimento pelo grupo de pesquisa do Instituto Federal do Maranhão, com o objetivo de fornecer um ambiente computacional adequado, especialmente no que se refere à estrutura de entrada e leitura de dados, para a análise dinâmica de estruturas e a implementação de um novo módulo de controle passivo. A validação funcional do algoritmo foi realizada por meio de comparação com resultados consolidados encontrados na literatura, com base em estudos reconhecidos na área abordada por este trabalho.

Palavras-Chave: Treliças planas; Análise dinâmica; Amortecimento estrutural; Modelagem computacional; Engenharia civil.

Este projeto de iniciação científica (PIBITI) foi contemplado com bolsa pelo IFMA.

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, a Engenharia Estrutural tem avançado significativamente com o desenvolvimento de novos materiais, métodos construtivos e ferramentas

¹ Aluno de Bacharelado em Engenharia Civil pelo IFMA/ Campus Monte Castelo; E-mail: gramos@acad.ifma.edu.br

² Prof. Dr. no curso Bacharelado em Engenharia Civil do IFMA/ Campus Monte Castelo; E-mail: andre.muller@ifma.edu.br

computacionais, permitindo a análise e o projeto de sistemas cada vez mais complexos e eficientes. Desse modo, tornou-se viável projetar e construir estruturas com geometrias mais esbeltas. Entre elas, destacam-se as treliças planas compostas por perfis metálicos delgados, amplamente utilizadas em edificações de pequeno e médio porte e frequentemente submetidas a diversos tipos de carregamento. No entanto, essa esbeltez também aumenta sua vulnerabilidade à deterioração ao longo do tempo, um processo complexo e multifatorial.

Segundo Mazzilli et al. (2016), vibrações induzidas por cargas dinâmicas estão entre os principais fatores que contribuem para a deterioração estrutural. Historicamente, tais efeitos foram negligenciados nos cálculos estruturais e considerados apenas por meio de fatores de impacto ou de amplificação aplicados às cargas estáticas, uma abordagem que se mostra inadequada diante de fenômenos de ressonância. Em estruturas com baixo amortecimento, excitações próximas à frequência natural podem causar grandes deslocamentos, resultando em desconforto, danos e até risco de colapso (Menezes, 2020). Assim, compreender o comportamento dessas estruturas sob cargas dependentes do tempo é essencial.

Para garantir o desempenho da estrutura nos estados limites último e de serviço, segundo Den Hartog (1985), uma forma de mitigar os efeitos de cargas harmônicas em estruturas é modificando suas propriedades físicas originais. Entretanto, essa abordagem nem sempre é viável devido a restrições arquitetônicas, construtivas ou estéticas, que podem impedir a adoção de soluções eficazes para controlar vibrações excessivas.

Atualmente, alguns estudos propõem outras metodologias para controlar vibrações excessivas em treliças planas. Um desses métodos é o uso de dispositivos de controle dinâmico, como os amortecedores de massa sintonizados (TMDs), que são posicionados na estrutura original de acordo com sua frequência natural e têm se mostrado uma alternativa eficaz e relativamente de baixo custo (Rossato, 2020).

Esses dispositivos são compostos, basicamente, por uma massa, uma mola e, em determinadas configurações, um amortecedor (componente que pode ser dispensado para reduzir custos). O TMD é sintonizado de modo que sua frequência natural se aproxime da frequência natural da estrutura ou do modo vibratório que se deseja controlar. Assim, quando submetido a uma excitação, o TMD gera forças inerciais que atuam em oposição

às forças inerciais induzidas pela excitação externa na estrutura, contribuindo para a redução da resposta vibratória (Menezes, 2020).

Neste contexto, o presente trabalho teve como objetivo desenvolver um algoritmo capaz de analisar a influência de dispositivos TMD em uma treliça plana submetida a excitação ressonante. A avaliação foi conduzida por meio da comparação dos deslocamentos estruturais obtidos nos cenários com e sem o acoplamento do TMD, dispositivo escolhido em razão de sua concepção relativamente simples e de sua modelagem direta, baseada na introdução de parâmetros adicionais de massa, rigidez e amortecimento à estrutura principal. Adicionalmente, foram realizadas variações sistemáticas nos parâmetros do TMD (massa, rigidez e amortecimento), com o intuito de avaliar qualitativamente diferentes condições de implementação e seus efeitos na resposta dinâmica da estrutura.

2 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do algoritmo computacional destinado a avaliar a influência de Amortecedores de Massa Sintonizados (TMD) em treliças planas, adotou-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a discretização dos elementos implementados. Após um estudo teórico inicial, foram definidos o modelo estrutural e o carregamento harmônico, procedendo-se à análise dinâmica para identificar o modo natural de vibração. Em seguida, os algoritmos referentes ao elemento de treliça, ao TMD e à sua massa discreta foram incorporados ao software Lacker (ainda em fase de desenvolvimento pelo grupo de pesquisa do IFMA – Campus Monte Castelo), possibilitando a investigação das variações nos parâmetros do amortecedor e seus efeitos sobre a resposta estrutural.

2.1 O Problema Dinâmico

A resposta dinâmica de uma estrutura depende de suas características físicas e das propriedades da excitação aplicada (Mazzilli et al., 2016; Müller, 2024). Considere a equação de movimento amortecida para estruturas com um ou múltiplos graus de liberdade:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{r}, \quad (1)$$

onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura. Os vetores $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$ e \mathbf{u} representam, respectivamente, a aceleração, a velocidade e o deslocamento da estrutura, e \mathbf{r} é o vetor de carregamento externo.

A resposta dinâmica do sistema de equações diferenciais representado pela Eq. (1) pode ser determinada utilizando diferentes abordagens. Neste trabalho, optou-se pela aplicação direta do método de integração numérica no tempo de Newmark, cuja formulação generalizada é dada por:

$$\hat{\mathbf{K}}\mathbf{u}_{i+1} = \hat{\mathbf{r}}_{i+1}, \quad (2)$$

em que

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \frac{1}{\alpha\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{\delta}{\alpha\Delta t^2}\mathbf{C}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}}_{i+1} = & \mathbf{r}_{i+1} + \mathbf{M} \left[\frac{1}{\alpha\Delta t}\mathbf{u}_i + \frac{1}{\alpha\Delta t}\dot{\mathbf{u}}_i + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right)\ddot{\mathbf{u}}_i \right] \\ & + \mathbf{C} \left[\frac{\delta}{\alpha\Delta t}\mathbf{u}_i + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1\right)\dot{\mathbf{u}}_i + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2\right)\frac{\Delta t}{2}\ddot{\mathbf{u}}_i \right] \end{aligned} \quad (4)$$

os valores para o índice i são obtidos no instante $t = i\Delta t$, onde Δt representa o passo de tempo constante adotado na integração. As constantes δ e α devem satisfazer as seguintes condições para garantir a estabilidade incondicional do método de Newmark:

$$\delta \geq \frac{1}{2} \text{ e } \alpha \geq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} + \delta\right)^2 \quad (5)$$

Os vetores de aceleração e velocidade podem ser determinados pelas seguintes equações:

$$\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} = \frac{1}{\alpha\Delta t^2}(\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_i) - \frac{1}{\alpha\Delta t}\dot{\mathbf{u}}_i - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right)\ddot{\mathbf{u}}_i \quad (6)$$

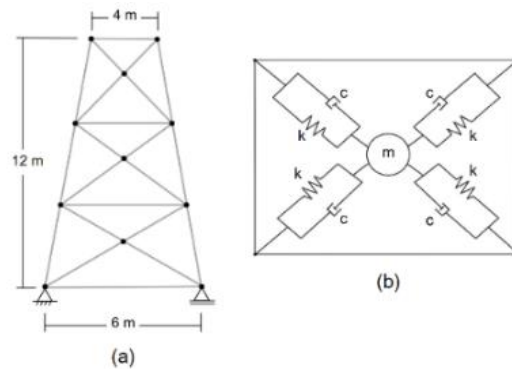
$$\dot{\mathbf{u}}_{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_i + (1 - \delta)\Delta t\ddot{\mathbf{u}}_i + \delta\Delta t\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} \quad (7)$$

2.2 Modelos Estruturais

O modelo estrutural analisado corresponde a uma torre metálica plana de 12 m de altura, composta por perfis de aço I305x305x283, com barras articuladas nos nós e comportamento linear assumido. A estrutura, apoiada sobre fundação rígida, apresenta configuração típica de treliças planas, com contraventamentos para garantir estabilidade global. Os elementos trabalham exclusivamente à tração ou compressão, com um grau de liberdade por nó no sistema local e deslocamentos lineares nos eixos x e y.

O amortecedor de massa sintonizado (TMD) foi modelado com quatro elementos conectados aos nós da treliça, contendo uma massa discreta concentrada no centro. Os elementos do TMD possuem rigidez e amortecimento compatíveis aos da treliça plana. A posição ótima do dispositivo foi definida a partir de estudo prévio, sendo selecionado o segundo patamar da torre por apresentar a maior redução dos deslocamentos máximos em comparação ao sistema sem amortecedor.

Figura 1. (a) Modelo de treliça plana; (b) Modelo de TMD no segundo patamar da estrutura.



Fonte: autoria própria (2025)

2.3 Implementação Computacional

Uma vez que o Método dos Elementos Finitos foi adotado para discretizar o modelo estrutural contínuo em elementos mais simples (elementos de barra), foram utilizadas matrizes para a implementação dos elementos de treliça plana, elementos que compõem o TMD e para a massa discreta concentrada.

As matrizes de rigidez local \mathbf{K}_l e de massa \mathbf{M}_l para o modelo de treliça adotado são:

$$\mathbf{K}_l = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_l = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para os cálculos, foram definidos o módulo de elasticidade E , a área da seção A , o comprimento da barra l e o peso específico ρ . A transformação das matrizes locais para o sistema global foi realizada por meio da matriz clássica de transformação bidimensional (2D):

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Com relação à matriz de amortecimento, a parcela proveniente da estrutura foi desconsiderada, visto que o objetivo deste trabalho é analisar a influência do TMD em uma estrutura sob excitação ressonante. A supressão do amortecimento estrutural permite evidenciar de forma mais clara o efeito do dispositivo na resposta dinâmica.

Para implementar o modelo na rotina de cálculo, as molas e amortecedores que conectam dois nós foram tratados de forma semelhante às barras, de modo que a matriz de rigidez do elemento TMD é idêntica à apresentada na Eq. (8). A matriz de amortecimento \mathbf{C} e as matrizes adicionais de massa são mostradas na Eq. (10):

$$\mathbf{C} = C_a \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_m = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

onde C_a é o valor de amortecimento dos elementos de TMD acoplados à massa concentrada, e m representa o valor da massa concentrada associada a cada grau de liberdade.

E para fazer a análise dinâmica, a forma do carregamento externo periódico utilizado nos cálculos é:

$$\mathbf{p}(t) = p_0 \cdot \sin(\bar{\omega}t) \quad (11)$$

onde p_0 é a amplitude máxima da carga e $\bar{\omega}$ é a frequência angular de excitação da carga. O carregamento harmônico horizontal foi aplicado no nó superior esquerdo da treliça, onde ocorrem os maiores deslocamentos. Em uma análise modal preliminar, foram determinadas a frequência natural da estrutura e a posição ótima para instalação do TMD (plataforma central da torre).

2.4 Parâmetros Para os Perfis de Aço e Carregamento Periódico

Os valores para os parâmetros adotados nos perfis de aço que compõe a treliça estão na tabela 1.

Tabela 1. Propriedades para a seção de aço adotadas.

Parâmetro	Valor (unidade)
E	200 (GPa)
A	78.54 (cm ²)
ρ	7850 (kg/m ³)

Fonte: autoria própria (2025)

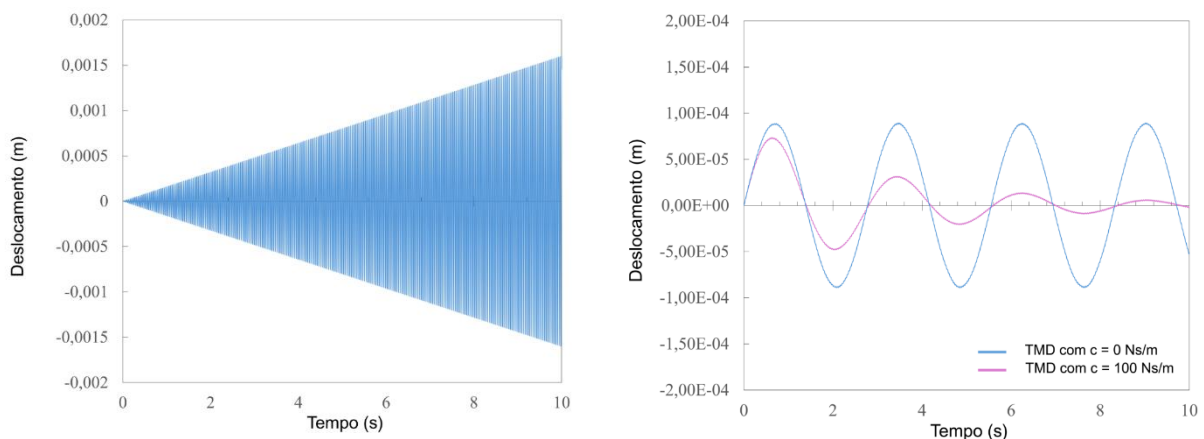
Usando esses valores, foram construídas as matrizes de massa e rigidez da estrutura sem o TMD. A partir dessas matrizes, obteve-se o vetor de frequência natural, com o primeiro componente $\omega = 170 \text{ rad/s}$. Para a carga periódica aplicada à estrutura, adotou-se o valor correspondente ao primeiro modo de vibração:

$$p(t) = 100 \sin(170t) \text{ N} \quad (12)$$

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para fomentar os resultados, analisou-se o histórico de 10 segundos dos deslocamentos da estrutura sob carga harmônica, comparando os resultados sem e com o Amortecedor de Massa Sintonizado, além de variar seus parâmetros.

Figura 2. (a) Deslocamentos no topo da estrutura sem TMD; (b) deslocamentos no topo da estrutura com TMD acoplado.

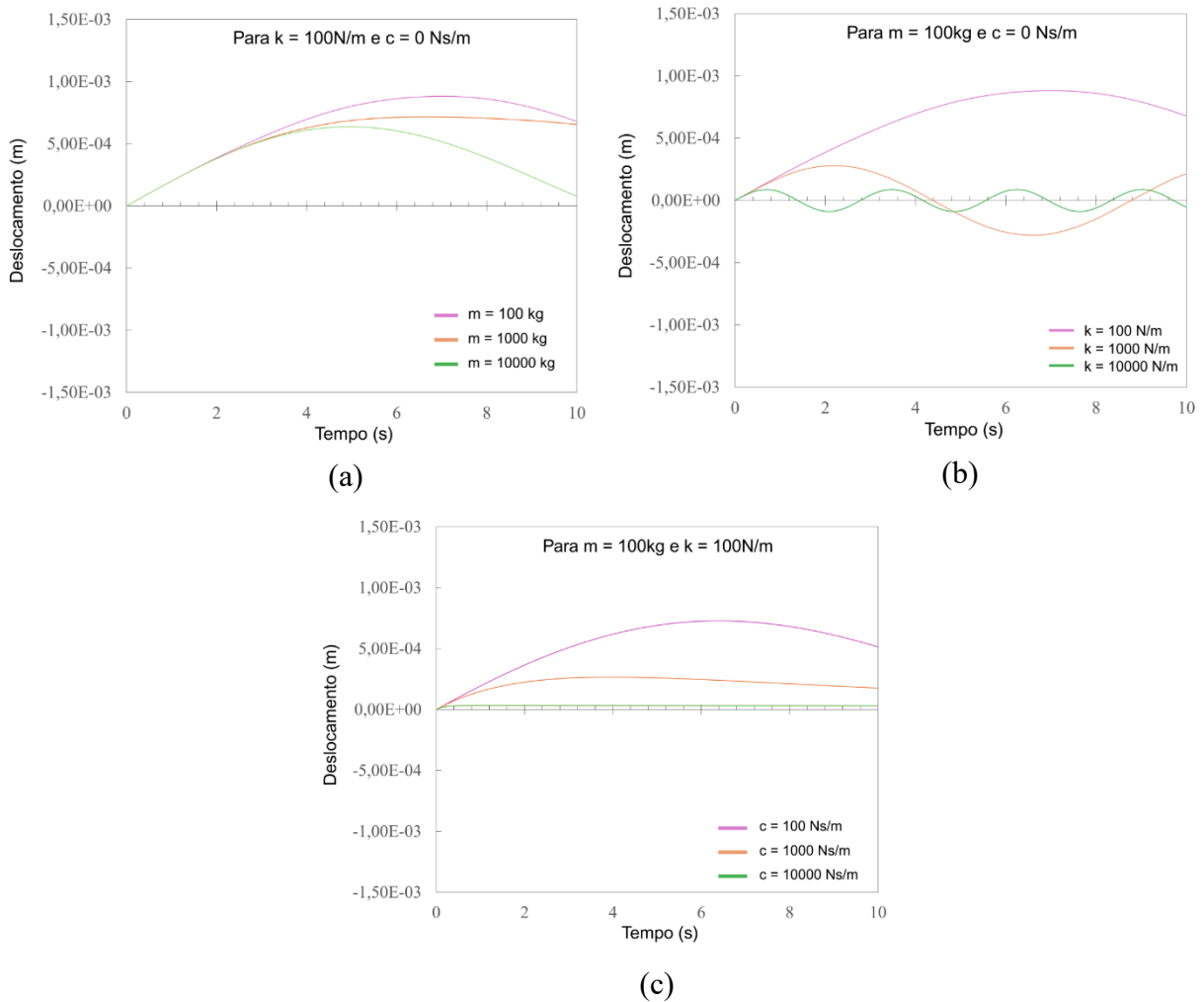


Fonte: autoria própria

Fica claro, ao analisar a figura 2(a), que à medida que o intervalo de tempo aumenta, o histórico de deslocamentos também aumenta em razão da ressonância que a estrutura sofre, uma vez que a carga aplicada tem frequência igual ao primeiro modo de vibração natural da treliça.

O acoplamento de um amortecedor visa reduzir os deslocamentos máximos da estrutura, exigindo a definição adequada de massa, rigidez e amortecimento. Para identificar a combinação mais eficiente, foram realizados testes variando cada parâmetro isoladamente, a fim de avaliar sua influência na resposta dinâmica.

Figura 3. (a) Deslocamento para variação de rigidez; (b) deslocamento para variação de massa; (c) deslocamento para variação de amortecimento.



Fonte: autoria própria (2025).

A variação da rigidez k (Fig. 3(a)) apresentou impacto mais significativo tanto na frequência de resposta quanto na redução da amplitude máxima, especialmente para valores mais elevados, que reduziram consideravelmente os deslocamentos máximos da estrutura. A variação da massa m (Fig. 3(b)) contribuiu para a redução das amplitudes de deslocamento apenas quando foram adotadas massas muito elevadas (da ordem de 10^4 kg), o que pode ser inviável para estruturas muito esbeltas. Assim, em um TMD sem amortecimento, ajustar a rigidez é mais eficaz para o controle de vibrações do que simplesmente aumentar a massa concentrada no sistema. Por sua vez, o amortecimento c

(Fig. 3(c)) reduziu substancialmente a amplitude dos deslocamentos ao dissipar energia, sem alterar de forma significativa a frequência de resposta. Contudo, valores muito altos de amortecimento podem elevar os custos de implementação do TMD.

A análise conjunta de massa, rigidez e amortecimento mostra que rigidez elevada reduz a eficácia do amortecimento, pois diminui a velocidade relativa da massa em relação aos apoios. Já uma rigidez menor aumenta esse movimento, potencializando a ação do amortecimento. Assim, a rigidez ajusta a sintonia do sistema, enquanto o amortecimento regula a intensidade e a taxa de dissipação das vibrações (Kamali-Asl e Farzampour, 2017).

Com base nos resultados obtidos na variação dos parâmetros do amortecedor, e visando tornar o uso do TMD o mais econômico possível, foram adotados os valores de massa igual a 100 kg, rigidez de 10 kN/m e amortecimento de 10 Ns/m. E foram realizadas duas análises: (1) considerando apenas massa e rigidez, sem amortecimento; e (2) com a aplicação de amortecimento crítico.

A análise dos deslocamentos apresentados na Fig. 2(b) evidencia a influência do TMD na resposta dinâmica da estrutura. Após o regime transitório, os deslocamentos se estabilizam, evidenciando a dissipação eficaz de energia pelo dispositivo. No sistema sem amortecimento, a estabilização ocorre mais rapidamente, mas com amplitudes maiores. Já no sistema com amortecimento, a amplitude inicial é semelhante, porém decresce gradualmente até valores próximos de zero. Essa redução no histórico de deslocamentos está semelhante aos resultados de Kamali-Asl e Farzampour (2017), que analisaram o desempenho de TMDs sob excitações harmônicas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma análise do controle da resposta dinâmica em treliças planas submetidas a cargas ressonantes, com o objetivo de implementar o uso de Amortecedores de Massa Sintonizados (TMD) de forma viável em relação aos seus parâmetros essenciais (massa, rigidez e amortecimento). Os resultados demonstram que esses dispositivos constituem uma solução eficiente para mitigar deslocamentos máximos, contribuindo para a maior durabilidade e segurança estrutural. Entretanto, seu desempenho está diretamente condicionado à correta definição de seus parâmetros. Uma

sintonia inadequada pode não apenas reduzir a eficiência do controle, mas também tornar o sistema economicamente inviável. Assim, a implementação bem-sucedida do TMD requer uma análise detalhada das condições dinâmicas da estrutura e da sintonia do dispositivo, de modo a assegurar o equilíbrio entre desempenho técnico e viabilidade econômica.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a todos que contribuíram para o desenvolvimento do software Lacker utilizado nesta pesquisa, ao Instituto Federal do Maranhão pelo apoio com recursos humanos e financeiros, e ao Departamento de Construção Civil do campus Monte Castelo.

REFERÊNCIAS

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical vibrations**. 12. ed. New York: Dover Publications, 1985.

Kamali-Asl, Arash & Farzampour, Alireza. **Performance of Tuned Mass Dampers in Vibration Response Control of Base-Excited Structures**. Journal of Civil, Construction and Environmental Engineering. 2017. 2. 87-94. 10.11648/j.jccee.20170203.11.

MAZZILLI, C. E. N.; ANDRÉ, J. C.; BUCALEM, M. L.; CIFÚ, S. **Lições em mecânica das estruturas: Dinâmica**. São Paulo: Blucher, 2016.

MENEZES, L. M. D. **Otimização de amortecedores de massa sintonizados no controle de vibrações em vigas e placas**. Dissertação para pós-graduação em Engenharia Civil – UFA. Maceió, 2020.

Müller, A. S. **Análise não-linear física simplificada de estruturas reticuladas de concreto armado submetidas a carregamento dinâmico**. Instituto Federal do Maranhão. Sem. da disciplina PEF 5711 – Fundamentos de Mecânica Computacional, 2024.

ROSSATO, Bibiana Bertolin. **Otimização de parâmetros de amortecedores de massa sintonizados para uso em edifícios altos submetidos à ação do vento**. 2020. 115 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Ufrs, Porto Alegre, 2020.

Soto, M. G.; Adeli, H. **Tuned Mass Dampers**. *Archives of Computational Methods in Engineering*, v.20. 2020.