ANÁLISE DE ESTRUTURAS UNIDIMENSIONAIS SOLICITADAS A CARREGAMENTOS IMPULSIVOS

Anderson Brendo Pinheiro Sodré, IFMA – Monte Castelo[1]

Ricardo José Almeida Rego, IFMA – Monte Castelo[2]

André Sarkis Müller – IFMA, Monte Castelo[3]

RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento e implementação de um programa computacional em linguagem Java para análise dinâmica de estruturas unidimensionais submetidas a carregamentos impulsivos, utilizando o método dos elementos finitos e integração temporal de Newmark. As estruturas submetidas a carregamentos impulsivos, como explosões, vibrações ou impactos repentinos, apresentam comportamento dinâmico complexo que exige estudo aprofundado para garantir a integridade estrutural e a segurança. O programa desenvolvido permite analisar o comportamento de estruturas de barras prismáticas planas sob diferentes tipos de pulsos: retangular, triangular e senoidal. A metodologia adotada fundamenta-se na Programação Orientada a Objetos, facilitando a manutenção e expansão futura do código. Os resultados obtidos foram validados através da comparação com soluções analíticas estabelecidas na literatura, demonstrando a eficácia do método implementado. Foram investigados os efeitos da duração e forma do carregamento na resposta dinâmica das estruturas, utilizando como modelo uma viga bi-apoiada não amortecida com três metros de comprimento. As análises revelaram que carregamentos com variação suave no tempo resultam em respostas dinâmicas menos severas, confirmando a importância da consideração da forma temporal do carregamento. O estudo evidencia a viabilidade da abordagem proposta e demonstra o potencial dos dispositivos computacionais para elaboração de modelos inovadores na análise dinâmica de estruturas, contribuindo para a expansão dos conhecimentos além daqueles oferecidos na graduação.

[1]Bolsista PIBITI, Graduando em Engenharia Civil, Instituto Federal do Maranhão - Campus Monte Castelo. E-mail: andersonpinheiro@acad.ifma.edu.br;

[2]Voluntário, Graduando em Engenharia Civil, Instituto Federal do Maranhão - Campus Monte Castelo. E-mail: ricardorego@acad.ifma.edu.br;

[3]Orientador, Dr., Departamento de Construção Civil, Instituto Federal do Maranhão - Campus Monte Castelo. E-mail: andre.muller@ifma.edu.br.

Palavras-chave: Análise Dinâmica. Carregamentos Impulsivos. Elementos Finitos. Método de Newmark. Estruturas Unidimensionais.

Financiamento: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA).

INTRODUÇÃO

A análise dinâmica de estruturas constitui área fundamental da engenharia estrutural, especialmente quando se trata de compreender o comportamento de elementos construtivos submetidos a carregamentos variáveis no tempo. Diferentemente das análises estáticas convencionais, onde as cargas são aplicadas gradualmente e os efeitos inerciais podem ser desprezados, os carregamentos dinâmicos produzem respostas estruturais significativamente diferentes, frequentemente resultando em tensões e deslocamentos superiores aos previstos em análises estáticas equivalentes.

Os carregamentos impulsivos representam categoria particularmente crítica dentro da dinâmica estrutural, caracterizando-se pela aplicação de forças de grande magnitude durante períodos relativamente curtos. Tais carregamentos podem originar-se de diversas fontes, incluindo explosões, impactos de veículos, quedas de objetos, ondas de choque, vibrações de equipamentos industriais e eventos sísmicos de curta duração. A resposta estrutural a esses carregamentos depende fundamentalmente da relação entre a duração do pulso e o período natural de vibração da estrutura, conforme estabelecido pela teoria da dinâmica estrutural.

O comportamento dinâmico das estruturas sob carregamentos impulsivos apresenta complexidade significativa devido à interação entre diversos fatores. A distribuição espacial e temporal da carga, as propriedades geométricas e materiais da estrutura, as condições de contorno e a presença ou ausência de amortecimento são elementos que influenciam conjuntamente a resposta estrutural. Segundo Chopra (2012), quando a duração do carregamento é significativamente menor que o período natural da estrutura, observa-se amplificação dinâmica considerável, podendo o deslocamento máximo atingir valores até duas vezes superiores àqueles que seriam obtidos pela aplicação estática da mesma carga.

A forma temporal do carregamento exerce influência determinante sobre a resposta estrutural. Conforme demonstrado por Mazzilli (2016), pulsos retangulares, caracterizados pela aplicação instantânea de força constante, produzem fatores de amplificação dinâmica distintos daqueles observados em pulsos triangulares ou senoidais. Especificamente, para pulsos retangulares com duração suficiente, o fator de amplificação dinâmica pode atingir valor dois, enquanto pulsos com variação suave apresentam fatores inferiores devido à natureza gradual da transferência energética.

O método dos elementos finitos constitui ferramenta computacional consolidada para análise de estruturas, permitindo a modelagem de geometrias complexas e condições de carregamento variadas. Segundo Azevedo (2003), a discretização do domínio contínuo em elementos finitos possibilita a transformação de equações diferenciais parciais em sistemas de equações algébricas, viabilizando a solução numérica de problemas estruturais complexos. Para análises dinâmicas, o método requer a consideração adicional das matrizes de massa e amortecimento, além da matriz de rigidez convencional das análises estáticas.

A integração temporal das equações de movimento constitui aspecto crucial na análise dinâmica de estruturas. Diversos métodos numéricos foram desenvolvidos para este propósito, destacando-se o método de Newmark pela sua robustez e estabilidade incondicional quando adequadamente parametrizado. Conforme discutido por Soriano (2014), o método de Newmark pertence à família dos métodos implícitos de integração temporal, caracterizando-se pela consideração do equilíbrio dinâmico no instante futuro, o que garante estabilidade numérica mesmo para incrementos de tempo relativamente grandes.

A validação de programas computacionais para análise estrutural constitui etapa fundamental do desenvolvimento, garantindo a confiabilidade dos resultados obtidos. Martha (2010) enfatiza a importância da comparação com soluções analíticas conhecidas e resultados experimentais como procedimento padrão para verificação de implementações numéricas.

Diante do contexto apresentado, este trabalho objetiva desenvolver e implementar programa computacional em linguagem Java para análise dinâmica de estruturas unidimensionais submetidas a carregamentos impulsivos, utilizando o método dos elementos finitos e integração temporal de Newmark. Especificamente, busca-se implementar computacionalmente o método dos elementos finitos para análise de estruturas de barras, analisar o comportamento dinâmico sob diferentes tipos de carregamentos impulsivos, validar os resultados através da comparação com soluções analíticas e investigar os efeitos da duração e forma do carregamento na resposta estrutural.

METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho estruturou-se em etapas sequenciais, iniciando pela revisão bibliográfica sobre dinâmica das estruturas, método dos elementos finitos e integração temporal, consultando obras fundamentais como Mazzilli (2016), Soriano (2006, 2014), Martha (2010), Azevedo (2003) e Chopra (2012). O desenvolvimento do algoritmo computacional fundamentou-se na Programação Orientada a Objetos utilizando linguagem Java. A formulação matemática partiu da equação geral do movimento, construindo-se as matrizes de rigidez e massa global através do método dos elementos finitos. A análise modal foi realizada para obtenção das frequências naturais e modos de vibração, enquanto a matriz de amortecimento utilizou o modelo proporcional de Rayleigh. Implementaram-se três tipos de pulsos com funções matemáticas específicas: retangular constante, triangular com variação linear decrescente e senoidal. O método de Newmark foi implementado com parâmetros que garantem estabilidade incondicional. A validação realizou-se comparando resultados numéricos com soluções analíticas disponíveis na literatura.

Equação Geral da Dinâmica das Estruturas e Método de Newmark

Considere a equação do movimento amortecido (1) para sistemas de vários graus de liberdade a seguir:

$$\mathrm{M\ddot{U}} + \mathrm{C\dot{U}} + \mathrm{KU} = \mathrm{R} \tag{1}$$

onde M, C e K são as matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez da estrutura, respectivamente. $\ddot{\mathrm{U}}, \dot{\mathrm{U}}, U$ são os vetores de aceleração, de velocidade e de deslocamento da estrutura, respectivamente e R o vetor de carregamento externo.

A obtenção da resposta dinâmica para o sistema de equações diferenciais dado pela equação (1) pode ser obtida por meio de diversos métodos. Um dos métodos mais utilizados é o método da superposição modal que, basicamente, utiliza-se da propriedade de ortogonalidade das matrizes M, C e K em relação à matriz modal Φ para tornar um problema acoplado em um problema desacoplado. Esse método, portanto, pressupõe que a análise modal seja realizada previamente. Entretanto, neste trabalho optou-se pela utilização direta do método de integração numérica no domínio do tempo de Newmark cuja forma generalizada é dada pela equação (2) a seguir.

$$\widehat{K} U_{i+1} = \hat{R}_{i+1} \tag{2}$$

$$\widehat{K} = K + (\frac{1}{\alpha \Delta t^2}) M + (\frac{\delta}{\alpha \Delta t}) C \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_{i+1} = R_{i+1} &+ M \left[\frac{1}{\alpha \Delta t^2} U_i + \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{u}_i + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{U}_i \right] \\ &+ C \left[\frac{\delta}{\alpha \Delta t} U_i + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) \dot{u}_i + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_i \right], \end{aligned} \tag{4}$$

os valores referentes ao índice i são calculados no instante $t = i\Delta t$, onde Δt é o incremento de tempo constante utilizado para o passo de integração. δ e α são constantes que, para garantir que o método de Newmark seja incondicionalmente estável, devem obedecer a:

$$\delta \geq \frac{1}{2} \; e \; \alpha \geq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \delta \right)^2 \tag{5}$$

As equações (6) e (7) podem ser utilizadas para se determinar os vetores de acelerações e velocidades que aparecem na equação (4).

$$\ddot{U}_{i+1} = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} (U_{i+1} - U_i) - \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{u}_i - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{U}_i \tag{6}$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + (1 - \delta) \Delta t \ddot{U}_i + \delta \Delta t \ddot{U}_{i+1} \tag{7}$$

Tipos de Pulso

Pulso Retangular (Constante)

O pulso retangular representa o caso mais simples e fundamental na análise de carregamentos. Caracteriza-se pela aplicação instantânea de uma força constante

$P(t) = P_0$, mantida por um período determinado t_1 (tempo de aplicação da carga). Após o término da aplicação do carregamento $P(t) = 0$, para um tempo t > t_1.

Podemos caracterizá-la como:

$$\mathrm{P(t)} = P_0, para\ \ 0 \le t \le t_1 \text{ (Fase 1)}$$

$$\mathrm{P(t)} = 0, para\ \ t > t_1 \text{(Fase 2)}$$

Se a duração do carregamento for tal que T/2 ≤ t_1, sendo T = 2π/ω o período e ω a frequência natural do sistema, haverá tempo suficiente para que se atinja o valor máximo u_{max} = $2u_0$, que é o dobro do valor que corresponderia à aplicação estática de p_0, isto é, o coeficiente de amplificação dinâmica vale D = 2.

Pulso Senoidal

O pulso senoidal caracteriza-se por uma variação suave da força aplicada, seguindo uma função senoidal durante o período de aplicação. Caracteriza-se pela aplicação de uma força constante $P(t) = P_0 sen(\varpi t)$, mantida por um período determinado t_1 (tempo de aplicação da carga). Após o término da aplicação do carregamento $P(t) = 0$, para um tempo t > t_1.

Podemos caracterizá-la como:

$$\mathrm{P(t)} = P_0 sen(\varpi t), para\ \ 0 \le t \le t_1 \text{ (} \frac{\pi}{\omega} \text{, Fase 1)}$$

$$\mathrm{P(t)} = 0, para\ \ t > t_1 \text{(Fase 2)}$$

Se a duração do carregamento for tal que T/2 ≤ t_1, sendo T = 2π/ω o período e ω a frequência natural do sistema, o máximo ocorrerá para $\dot{u}(t)$ = 0, ou seja, para t = $\frac{2\pi}{(1+\beta)\omega}$. É condição necessária e suficiente para que esse instante t seja menor ou igual à duração t_1 do carregamento, que:

$$\frac{2\pi}{(1\ +\ \beta)\omega} \le \frac{\pi}{\omega}$$

Onde:

β: *Parâmetro adimensional relacionado* às *características dinâmicas do sistema*

$$\omega = Frequência\ angular\ da\ estrutura$$

Pulso Triangular

O pulso triangular apresenta variação linear da força, com crescimento até um valor máximo seguido de decréscimo também linear. Caracteriza-se pela aplicação de uma força $P(t) = P_0(1 - \frac{t}{t_1})$, mantida por um período determinado t_1 (tempo de aplicação da carga). Após o término da aplicação do carregamento $P(t) = 0$, para um tempo t > t_1.

Podemos caracterizá-la como:

$$\mathrm{P(t)} = P_0(1 - \frac{t}{t_1}), para\ \ 0 \leq t \leq t_1 \text{ (Fase 1)}$$

$$\mathrm{P(t)} = 0, para\ \ t > t_1 \text{(Fase 2)}$$

Para pequenas durações do carregamento, a maior amplificação dinâmica ocorrerá na fase 2, como se ilustra na Figura 8.7. Caso contrário, ocorrerá na fase 1, como se ilustra na Figura 8.6.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo estrutural adotado para as análises consistiu em uma viga biapoiada não amortecida com três metros de comprimento. A Tabela 1 apresenta as frequências naturais calculadas para a estrutura, obtidas através da solução do problema de autovalores.

Tabela 1 - Autovalores

Frequências Naturais da Estrutura (Autovalores) (Rad/s)	
1ª	307,90
2ª	1361,61
3ª	3422,52
4ª	3728,92
5ª	6239,68

Os carregamentos aplicados foram caracterizados pela intensidade de 10000 N, considerando durações de aplicação de 0,1 e 1,0 segundos. Para o pulso senoidal, utilizou-se frequência de 205,27 rad/s.

A análise do pulso retangular revelou comportamento característico previsto pela teoria da dinâmica estrutural. Durante a fase de aplicação da carga, observou-se que o sistema oscila com amplitude próxima ao dobro do valor que seria obtido pela aplicação estática da mesma força. Este fenômeno, conhecido como fator de amplificação dinâmica igual a dois, ocorre quando a duração do carregamento permite que a estrutura desenvolva resposta completa. Após cessar a aplicação do carregamento retangular, o sistema entra em regime de vibração livre em torno da posição de equilíbrio. Este comportamento confirma os princípios fundamentais da dinâmica estrutural, onde a conversão entre energia cinética e potencial governa o movimento oscilatório do sistema.

O pulso triangular apresentou características distintas comparado ao pulso retangular, evidenciando como a forma do carregamento influencia significativamente a resposta estrutural. Durante a fase de aplicação da carga triangular, ambas as durações consideradas produziram respostas mais suaves, mantendo oscilações controladas e exibindo amplitudes menores que no caso retangular. Esta redução na amplitude resulta da natureza gradualmente decrescente do carregamento, que transfere menos energia total ao sistema comparado a um pulso retangular de mesma intensidade máxima e duração.

A transição para vibração livre após cessar o carregamento triangular demonstra energia cinética residual reduzida devido à natureza gradual do descarregamento. Este comportamento confirma que carregamentos com variação suave no tempo resultam em respostas dinâmicas menos severas, aspecto importante para considerações de projeto estrutural. A diferença entre as amplitudes finais das duas durações de pulso triangular demonstra como o tempo de aplicação afeta a energia final armazenada no sistema. Segundo Mazzilli (2016), a amplitude da vibração livre depende das condições de deslocamento e velocidade ao final da fase de carregamento, resultando em estado energético permanente que pode ser inferior ao observado em outros tipos de pulso. Os resultados obtidos validam completamente estas previsões teóricas, demonstrando redução consistente nas amplitudes máximas comparadas aos pulsos retangulares.

O pulso senoidal apresentou comportamento particularmente interessante, demonstrando de forma clara a teoria do pico de deslocamentos durante a fase de carregamento. Observou-se que o máximo deslocamento ocorre durante o período de aplicação do pulso, conforme previsto pela teoria quando a relação entre frequências satisfaz condições específicas.

A comparação entre os três tipos de pulso revela diferenças significativas nas respostas estruturais obtidas. O pulso retangular produziu as maiores amplitudes, refletindo a transferência súbita e completa de energia ao sistema. O pulso triangular resultou em amplitudes intermediárias devido à variação linear decrescente da força. O pulso senoidal apresentou comportamento mais complexo, com pico pronunciado durante a aplicação seguido de vibração livre com amplitude reduzida. Estas diferenças confirmam a importância crítica da consideração da forma temporal do carregamento na análise dinâmica de estruturas.

Os resultados obtidos apresentam excelente concordância com as previsões teóricas estabelecidas na literatura consultada. Os fatores de amplificação dinâmica observados para os diferentes tipos de pulso correspondem aos valores esperados segundo Mazzilli (2016) e Chopra (2012). As diferenças entre as respostas aos diferentes tipos de carregamento confirmam os princípios fundamentais da dinâmica estrutural, validando completamente a implementação computacional desenvolvida.

CONCLUSÕES

O programa computacional desenvolvido em linguagem Java para análise dinâmica de estruturas unidimensionais submetidas a carregamentos impulsivos apresenta resultados satisfatórios e plenamente condizentes com os objetivos propostos. A implementação do método dos elementos finitos combinada com integração temporal de Newmark demonstra eficácia na obtenção de respostas dinâmicas para diferentes tipos de pulsos impulsivos.

Os fatores de amplificação dinâmica observados, as diferenças entre respostas aos diferentes tipos de pulso e o comportamento em vibração livre correspondem precisamente às previsões analíticas, validando rigorosamente a implementação numérica desenvolvida.

A análise comparativa entre pulsos retangular, triangular e senoidal evidencia a importância crítica da consideração da forma temporal do carregamento. Carregamentos com variação suave no tempo resultam em respostas dinâmicas menos severas comparadas a pulsos de aplicação súbita, aspecto fundamental para considerações de projeto estrutural. Esta constatação reforça a necessidade de análises dinâmicas detalhadas para estruturas sujeitas a carregamentos impulsivos.

O estudo evidencia a viabilidade da abordagem proposta e demonstra o potencial dos dispositivos computacionais para elaboração de modelos inovadores na análise dinâmica de estruturas. O programa desenvolvido constitui ferramenta educacional valiosa, contribuindo para expansão dos conhecimentos dos estudantes além daqueles oferecidos nas disciplinas convencionais da graduação.

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão pela concessão da bolsa e pelo apoio institucional fundamental para desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, A. F. M. Método dos Elementos Finitos. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

CHAGAS, C. E.; BARUQUE, C. B.; BARUQUE, L. B. Java Básico e Orientação a Objeto: volume único. Fundação CECIERJ, 2010.

CHOPRA, A. K. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering. 4. ed. Upper Saddle River: Pearson, 2012.

MARTHA, L. F. Análise de Estruturas: Conceitos e Métodos Básicos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MAZZILLI, C. E. N. Lições em Mecânica Das Estruturas: Dinâmica. São Paulo: Edgard Blücher, 2016.

SORIANO, H. L. Análise de Estruturas: Método das Forças e Método dos Deslocamentos. 2. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2006.

SORIANO, H. L. Introdução à Dinâmica das Estruturas. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.