

ABERTURA DE BANDAS PROIBIDAS UTILIZANDO METAMATERIAIS PIEZOELÉTRICOS COM CIRCUITO *SHUNT*

Maykon Lindoso Brito Autor¹; Marvin Barros de Miranda Sales Autor²; Dr. Edson Jansen Pedrosa de
Miranda Junior Orientador³

Resumo: Este trabalho investiga a propagação de ondas mecânicas em uma viga de Euler-Bernoulli com periodicidade unidimensional (1D), considerando diferentes configurações: viga homogênea, com descontinuidades estruturais e com inclusão de materiais piezoelétricos (PZT) acoplados a circuitos resistivos *shunt*. O objetivo principal é analisar a formação de bandas proibidas, i.e., faixas de frequências em que a propagação de ondas é inibida e compreender o efeito da piezoeletricidade na modulação da resposta vibracional do sistema. A metodologia emprega o Método dos Elementos Finitos (MEF), implementado no software COMSOL Multiphysics, com base no Teorema de Floquet-Bloch, apropriado para estruturas periódicas. A modelagem considera o acoplamento eletromecânico dos elementos PZT e sua interação com um circuito externo, permitindo a análise do comportamento dinâmico da viga. Os resultados indicam que a viga homogênea não apresenta bandas proibidas. Com a introdução de descontinuidades, surgem duas bandas nas faixas de 2874,30 a 3705,60 Hz e de 12906 a 13396 Hz. A inclusão de PZT desloca essas bandas para frequências mais baixas, entre 2549,80 e 2898,80 Hz e 10515 a 11658 Hz, devido à ressonância local e à dissipação promovida pelo circuito *shunt*. Os modos de vibrar foram identificados, auxiliando na caracterização dos intervalos de atenuação. Conclui-se que a combinação de descontinuidades estruturais com materiais piezoelétricos é uma estratégia eficaz para o controle passivo de ondas, com aplicações promissoras em vigas de Euler-Bernoulli e dispositivos de filtragem vibracional.

Palavras-chave: Controle de vibração; viga de Euler-Bernoulli; circuito resistivo; elementos finitos.

¹ Estudante do Curso de Ciência e Tecnologia de Materiais do IFMA do Campus Monte Castelo; E-mail: b.lindoso@acad.ifma.edu.br ² Estudante do Curso de Ciência e Tecnologia de Materiais do IFMA do Campus Monte Castelo; E-mail: marvinsales@acad.ifma.edu.br ³ Professor do Curso de Ciência e Tecnologia de Materiais do IFMA do Campus Monte Castelo; E-mail: edson.jansen@ifma.edu.br

INTRODUÇÃO

A presença de vibrações indesejadas em estruturas mecânicas é um desafio recorrente em diversas áreas da engenharia. Essas vibrações excessivas podem comprometer o desempenho das estruturas e causar, em casos críticos, levar até falhas catastróficas (Fuller e Flotow, 1995). Por esse motivo, o estudo e o desenvolvimento de técnicas para atenuação de vibrações têm sido foco de crescente atenção na literatura científica e na inovação de tecnologias aplicadas.

Dentre as abordagens mais promissoras para o controle de vibrações, destaca-se a utilização de materiais piezoelétricos acoplados a estruturas flexíveis, como vigas (Seba *et al.*, 2006; Moura, 2021). Materiais estes que possuem a capacidade de converter energia mecânica em elétrica ou vice-versa, permitindo seu uso de forma estratégica tanto para o controle ativo e passivo de vibrações. O acoplamento de atuadores piezoelétricos a estruturas permite alterar dinamicamente o comportamento vibracional do sistema, oferecendo uma resposta adaptativa eficiente (Crawley e Javier, 1987; Santana, 2007).

A incorporação de materiais piezoelétricos (PZT) em estruturas periódicas tem demonstrado modificar significativamente suas propriedades de propagação de ondas (Chen, 2018; Pang *et al.*, 2010), resultando na formação de bandas de frequência proibida, onde a propagação de onda nesta é suprimida. Para identificar e analisar essas bandas é fundamental estudar o diagrama de dispersão para compreender a influência desses materiais nas frequências de propagação das ondas mecânicas.

Diante desse contexto, este trabalho tem como objetivo principal analisar o comportamento de propagação de ondas mecânicas em uma viga, comparando os casos com e sem a presença de um material piezoelétrico acoplado e circuito desviado. A investigação concentra-se na construção e interpretação dos diagramas de dispersão, visando compreender a influência do material piezoelétrico e também do circuito desviado na modificação das características de dispersão das ondas ao longo do sistema. Para isso, emprega-se o método dos elementos finitos (MEF) na obtenção da estrutura de bandas, permitindo uma análise precisa dos efeitos induzidos pela piezoelectricidade e do circuito no domínio da frequência.

METODOLOGIA

O estudo teve início com a definição da geometria e das propriedades físicas do sistema, com o objetivo de explorar a formação de bandas de frequência proibida por meio de simulações utilizando o MEF implementado no software COMSOL Multiphysics. A estrutura analisada consiste em uma viga de Euler-Bernoulli com periodicidade unidimensional (1D).

A Figura 1a apresenta uma vista frontal do sistema composto por uma haste de alumínio acoplada a elementos PZT de dupla camada, destacando os principais parâmetros geométricos: o parâmetro de rede (a_b), comprimento do PZT (a_p), espessura da haste de alumínio (h_b) e a espessura do PZT (h_p). Já na Figura 1b mostra uma vista superior do sistema, incluindo um circuito externo conectado aos elementos piezoelétricos por meio de uma impedância elétrica (Z). As propriedades materiais e dimensões utilizadas na modelagem da célula unitária estão destacadas na Tabela 1, incluindo os parâmetros do material piezoelétrico, da haste de alumínio e do circuito externo acoplado.

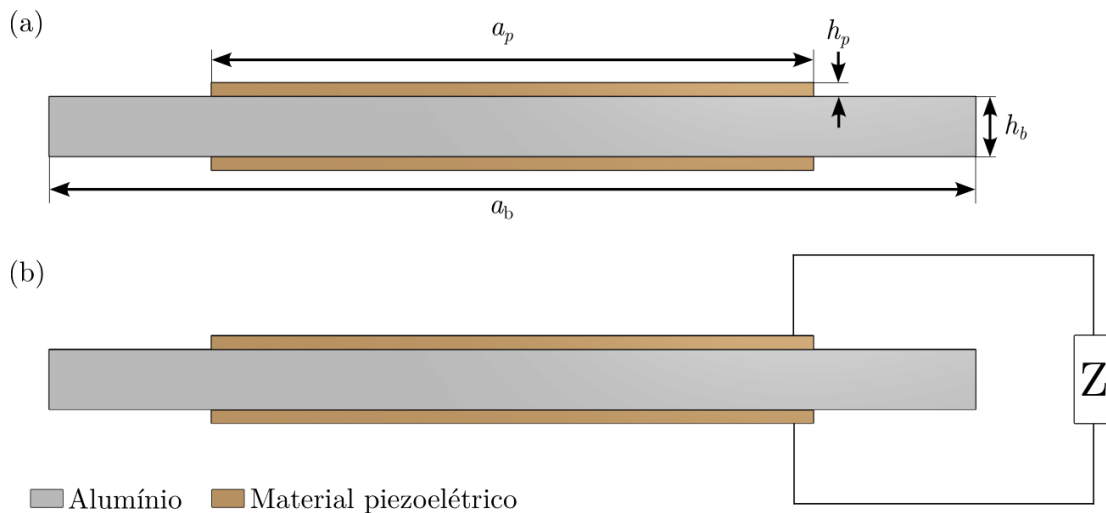


Figura 1: a) Dimensões da célula unitária do sistema vista frontal, parâmetro de rede (a_b); comprimento do arranjo piezoelétrico (a_p); espessura da haste de alumínio (h_b); espessura do arranjo piezoelétrico (h_p).

b) Vista superior com parâmetro da impedância elétrica (Z).

Tabela 1: Geometria e propriedades do sistema composto de haste de alumínio (b) e do arranjo piezoelétrico (p) como materiais (Miranda Jr *et al.*, 2021).

Geometria/Propriedades	Valor
Parâmetro de rede (a_b)	0,054 [m]
Comprimento do arranjo piezoelétrico (a_p)	0,0351 [m]
Espessura da haste de alumínio (h_b)	0,0035 [m]
Espessura do arranjo piezoelétrico (h_p)	0,0008 [m]
Densidade de massa do alumínio (ρ_b)	2700 [kg/m ³]
Densidade de massa do piezoelétrico (ρ_p)	7800 [kg/m ³]
Módulo de Young do alumínio (ε_b)	69 [GPa]
Módulo de Young do alumínio (ε_p)	63 [GPa]
Impedância (Z)	50 [Ω]

A propagação de ondas nessas estruturas é descrita a partir da solução da equação de equação de onda elástica, considerando-se as condições de periodicidade impostas do meio. Nessa abordagem, as soluções assumem a forma de função de Floquet-Bloch, que incorporam a periodicidade da estrutura e permitem a análise completa do comportamento da propagação de ondas a partir de uma única célula unitária. Esse formalismo é essencial para entender as propriedades vibracionais do sistema, especialmente em estruturas com periodicidade unidimensional (1D). A análise é facilitada pela consideração da zona irreduzível de Brillouin (ZIB), representada na Figura 2, a qual delimita os vetores de onda necessários para descrever completamente os modos de propagação. Embora a ZIB seja originalmente associada ao estudo de estados eletrônicos em cristais, seu conceito é amplamente utilizado na análise de cristais fonônicos e metamateriais, sendo uma ferramenta fundamental para a identificação de bandas proibidas e para a caracterização das propriedades dinâmicas dos materiais periódicos.

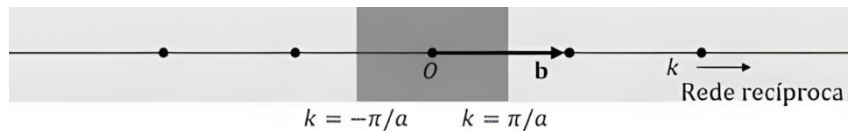


Figura 2: ZIB 1D destacada em cinza escuro nos intervalos de k ($-\pi/a, \pi/a$) na rede recíproca (Gomes, 2024).

Seguindo a formulação do Teorema de Floquet-Bloch, foi adotada para tratar problemas com periodicidade e propagação de ondas, este estudo incorporou materiais piezoelétricos ao modelo estrutural, considerando seu comportamento eletromecânico acoplado e não linear. A interação com um circuito elétrico externo, do tipo *shunt*, foi representada por elementos resistivos conectados ao sistema piezoelétrico, com o objetivo de controlar a resposta vibracional da viga por meio da dissipação de energia, alterando a amplitude e a frequência das vibrações. A análise numérica permitiu a modelagem integrada de fenômenos mecânicos e elétricos acoplados utilizando o MEF para discretizar em diversos pequenos elementos finitos, nos quais cada elemento representou uma parte contínua da estrutura, cuja solução aproximada é obtida com base no Teorema de Floquet-Bloch.

O modelo considerou as propriedades do material PZT, sua orientação no plano ZX, e a conexão com o resistor de impedância $Z = 50 [\Omega]$. A malha utilizada na simulação foi composta por 6.286 elementos quadrados de superfície, com tamanho máximo de elemento de 2×10^{-4} , tamanho mínimo de $1,08 \times 10^{-6}$, taxa máxima de crescimento de 1,1, fator de curvatura de 0,2 e resolução de regiões estreitas igual a 1,0. Esse conjunto de parâmetros permitiu obter uma descrição precisa do comportamento dinâmico da estrutura piezoelétrica acoplada a circuitos resistivos para controle vibracional.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram simulados casos onde a viga não teria descontinuidade (homogênea) e sem a presença de PZT; posteriormente para o caso com descontinuidade (cristal fonônico) somente no alumínio e sem a presença de PZT e por fim, com descontinuidade e acoplamento de material PZT, como visto na Figura 2. A partir da análise, observou-se que a presença de descontinuidades na geometria do material influenciou diretamente na abertura e fechamento das zonas de bandas proibidas. Na Figura 3a, referente ao material sem descontinuidade, não há formação de bandas proibidas evidentes, evidenciando um espectro contínuo de propagação de ondas, i.e., não dispersivo. Já na Figura 3b, a introdução de descontinuidades na estrutura promove a abertura de regiões de banda proibida formadas devido ao Espalhamento de Bragg, representadas pelas faixas em cinza localizadas nas faixas de frequência de 2874,30 a 3705,60 Hz e de 12906 a 13396 Hz que indicam frequências nas quais a propagação é suprimida. Por fim, na Figura 3c), com a

inserção do material PZT combinado ao alumínio, mantendo a descontinuidade geométrica, observa-se a intensificação e o alargamento das zonas proibidas que passaram a ocorrer entre 2549,80 e 2898,80 Hz e entre 10515 e 11658 Hz, demonstrando que a hibridização do sistema não apenas mantém, mas amplia a eficiência do material em restringir a propagação de ondas em determinadas faixas de frequência.

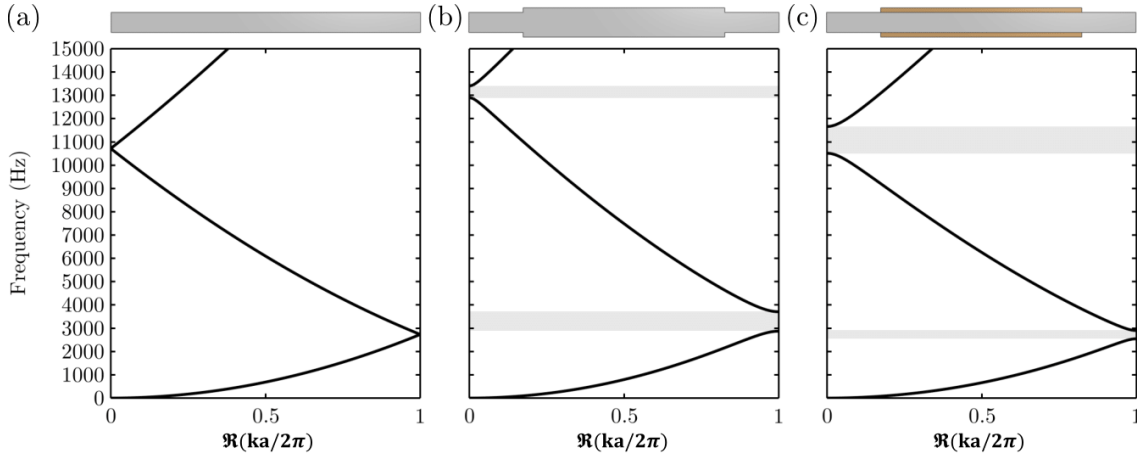


Figura 3: Diagrama de dispersão. a) O alumínio (em cinza) não acoplado ao circuito desviado sem descontinuidade. b) O alumínio (em cinza) com descontinuidade e não acoplado ao circuito desviado. c) O alumínio (em cinza) junto com o material PZT (em marrom) não acoplado ao circuito *shunt*.

Na figura 4, observou-se o impacto do acoplamento elétrico, circuito resistivo, sobre as bandas proibidas do material PZT. Na Figura 4a, sem o circuito resistivo, as curvas de dispersão apresentam zonas proibidas menos evidentes e relativamente estreitas, com limitação na capacidade de atenuação de ondas dentro da faixa de frequências visto na Figura 3c. Já, na Figura 4b, quando o circuito resistivo foi acoplado ao PZT, notou-se uma modificação significativa no espectro: há maior abertura das bandas proibidas, representada pelas regiões em cinza, além de um deslocamento das frequências, indicando maior eficiência no bloqueio da propagação de ondas e evidencia que o acoplamento resistivo atua como um mecanismo adicional de dissipação e controle. Foram observados quatro modos de propagação de ondas, denominados A, B, C e D, correspondendo às frequências de abertura e fechamento das bandas proibidas. Os modos A e B delimitam a primeira banda proibida, com frequências de 1842,10 Hz e 2541,40 Hz, respectivamente. Já os modos C e D definem a segunda banda proibida, com frequências de 9345,20 Hz e 10447,00 Hz.

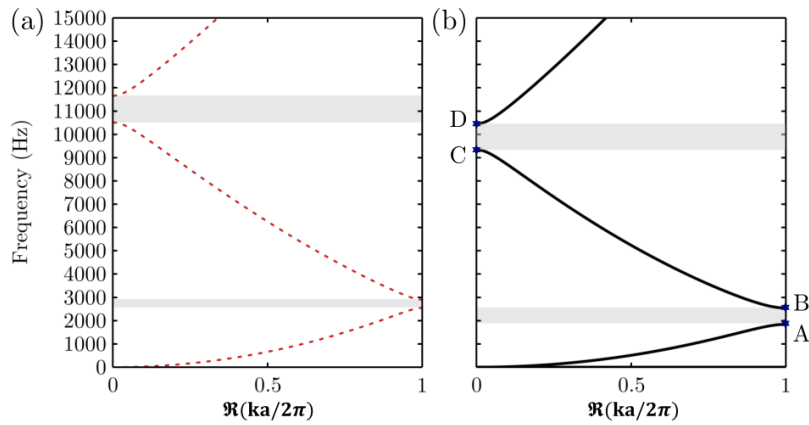


Figura 4: a) Modelo sem circuito acoplado (linha vermelha pontilhada) conforme a Fig.1a e b) modelo com circuito resistivo acoplado (linha preta contínua) conforme a Fig.1b.

Na Figura 5 são mostrados os modos de vibrar da viga piezoelétrica nos pontos A (1842,10 Hz), B (2541,40 Hz), C (9345,20 Hz) e D (10447,00 Hz), correspondentes às frequências de interesse relacionadas à abertura e fechamento das bandas proibidas observadas anteriormente. Nota-se que cada modo apresenta distribuição distintas de deslocamento, campo elétrico, energia e tensão, o que evidencia diferentes mecanismos de interação entre a estrutura e o acoplamento piezoelétrico.

Nos modos A e B, associados a frequências mais baixas, predominam deslocamentos mais simples, com maior concentração de tensão mecânica localizada, o que favorece a conversão em resposta elétrica e contribui para o início da abertura da banda proibida. Já nos modos C e D, em frequências mais altas, os padrões vibracionais se tornam mais complexos, com maiores variações de energia armazenada e distribuição de tensões ao longo da viga, refletindo diretamente estabilidade e manutenção das zonas proibidas.

Os acoplamentos entre as vibrações estruturais e a resposta do material piezoelétrico transforma a interação entre deslocamento, tensão e campo elétrico em redistribuição de energia no sistema, criando condições para a abertura ou fechamento de bandas proibidas, porque a superposição dessas respostas determina em quais frequências a propagação das ondas é permitida ou suprimida. Isso mostra o grande potencial desses modos para aplicações em controle de vibrações e manipulação de ondas mecânicas.

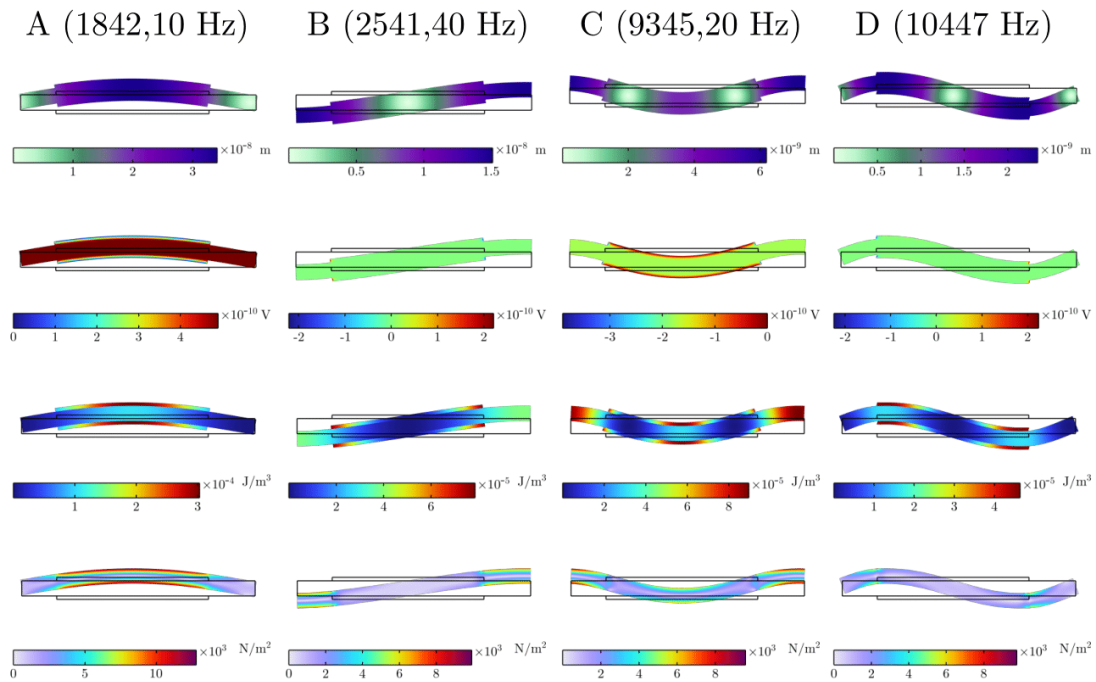


Figura 5: Modos de vibrar organizados de cima para baixo em: deslocamento, campo elétrico, energia e tensão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, foi analisado o comportamento da propagação de ondas mecânicas em uma viga de Euler-Bernoulli com periodicidade unidimensional, considerando diferentes configurações: sem descontinuidades, com descontinuidades estruturais e com inclusão de materiais PZT acoplados a circuitos resistivos *shunt*. Os resultados mostraram que a presença de descontinuidades no material de alumínio já é suficiente para gerar bandas proibidas em faixas específicas de frequências, devido ao Espalhamento de Bragg. No entanto, a adição de elementos piezoelétricos resultou em um deslocamento dessas bandas para frequências mais baixas, evidenciando a influência do acoplamento eletromecânico e da ressonância local introduzida pelo PZT e o circuito resistivo.

A análise dos modos de propagação também permitiu identificar com precisão as frequências de abertura e fechamento das bandas proibidas. Foram observados quatro modos principais (A, B, C e D), que delimitam duas regiões de atenuação de ondas nas faixas de 1842,10 a 2541,40 Hz e de 9345,20 a 10447,00 Hz, demonstrando a eficácia da modelagem na identificação de regiões de bloqueio de propagação.

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer ao IFMA pela oportunidade de estudo, ao PPGCTM pelo local de estudos, ao LVPO pelo disponibilizar um local de estudos e testes experimentais, simulações e modelagem computacional, a FAPEMA (Número de referência da bolsa 2025.240202.01125) pelo auxílio financeiro e suporte econômico e CAPES (Número de referência 88887.959941/2024-00).

REFERÊNCIAS

CHEN S. Wave propagation in acoustic metamaterials with resonantly shunted cross-shape piezos. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2018;29(13):2744-2753. doi:10.1177/1045389X18778367.

CRAWLEY, E. F.; JAVIER, L. "Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures." *AIAA Journal* 25 (1987): 1373-1385.

FULLER, C. R.; FLOTOW, A. H., Active control of sound and vibration. *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 15, no. 6, pp. 9-19, Dec. 1995, doi: 10.1109/37.476383.

GOMES, C. B. F. Atenuação de ondas e vibração mecânica utilizando metamateriais hierárquicos 1D. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Maranhão, Programa de Pós-Graduação em Engenharia dos Materiais, p. 115, 2024.

MIRANDA, E. J. P, et al. "Elastic wave propagation in metamaterial rods with periodic shunted piezo-patches." *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*. Vol. 263. No. 2. Institute of Noise Control Engineering, 2021.

MOURA, B. B. Modelos espectrais de vigas acopladas à piezoelétricos shunt para atenuação de vibração e de ondas elásticas. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, p. 96, 2021.

PANG, YU, et al. "A study of the band structures of elastic wave propagating in piezoelectric/piezomagneticlayered periodic structures." *Smart materials and structures* 19.5 (2010): 055012.

SANTANA, D. C. Modelagem numérica e otimização de shunts piezoelétricos aplicados ao controle de vibrações. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, p. 197, 2007.

SEBA, B, et al. Vibration attenuation using a piezoelectric shunt circuit based on finite element method analysis. *Smart Material and Structures*, 2006.