

ROBÔ DE DUAS RODAS TIPO PÊNULO INVERTIDO: ESTUDO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DO CLÁSSICO À LÓGICA FUZZY

Lucas Vinícius Lima Santos¹; Edil Jarles de Jesus Nascimento².

Resumo

O pêndulo invertido é um problema clássico no estudo de sistemas de controle, sendo amplamente estudado devido à sua natureza instável e às suas aplicações em tecnologias modernas, como veículos autônomos e sistemas de estabilização de aeronaves. Desse modo, o trabalho tem como proposta apresentar uma metodologia de controle para um protótipo de robô equilibrista do tipo pêndulo invertido e este resumo apresenta o estado final de desenvolvimento da pesquisa. O trabalho foi dividido essencialmente em quatro etapas principais: revisão bibliográfica, modelagem matemática, modelagem computacional e implementação física do protótipo, seguidas pela escrita do relatório final. Entre os resultados relevantes do projeto destacam-se o levantamento do estado da arte, formulação do modelo matemático, simulação computacional, construção do protótipo físico e acionamento inicial do robô. Contudo, a parte dos testes de trajetória do robô apresentou falhas, que não foram sanadas em tempo hábil até a conclusão da pesquisa. Assim, este trabalho apresenta os principais resultados, o estado final do projeto de pesquisa e os desafios enfrentados ao longo de sua execução.

Palavras-chave: Pêndulo Invertido; Sistemas de Controle; Robótica; Robô Equilibrista.

Financiamento: Este projeto foi fomentado pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – Campus Imperatriz.

Introdução

Um problema clássico da área de engenharia de controle e automação é o controle de um arranjo de pêndulo invertido. As aplicações desse problema podem ser relacionadas ao lançamento de foguetes ao espaço, controle de equilíbrio de robôs, entre outros (SILVA et al., 2013).

¹ Estudante do Curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica do IFMA do Campus Imperatriz; E-mail: lucaslima@acad.ifma.edu.br.

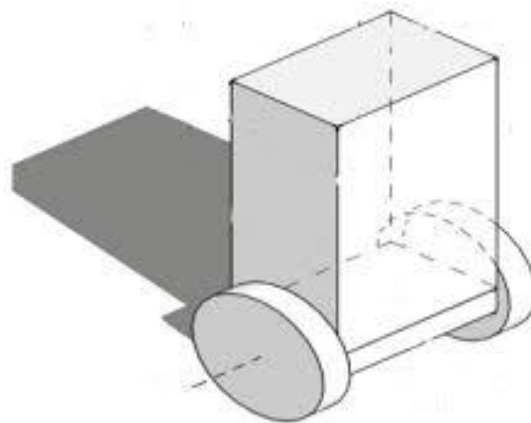
² Professor Me. do Curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica do IFMA do Campus Imperatriz; E-mail: edil.itz@ifma.edu.br.

O sistema de pêndulo invertido consiste em uma haste acoplada em uma base móvel que deve ser equilibrada verticalmente através de uma força externa aplicada à base da haste. Por conta dessa característica, o sistema é naturalmente instável, o que o torna um objeto de estudo importante para a área da engenharia (CZECH, 2024). É possível comparar esse sistema com a brincadeira de equilibrar um cabo de vassoura na palma da mão, onde é necessário mover a mão constantemente a fim de manter o equilíbrio do cabo de vassoura (RIBEIRO, 2007).

Por ser um sistema amplamente estudado, o robô pêndulo invertido possui diversas configurações. Neste trabalho, é dado enfoque para o modelo de pêndulo invertido sobre duas rodas, cuja configuração básica é mostrada na Figura 1.

Por conta de sua natureza instável, o controle de um sistema de pêndulo invertido pode utilizar uma vasta gama de controladores, haja vista que possui uma região de operação linear próximo do seu ponto de equilíbrio, permitindo a implementação de controladores PID nesse tipo de plataforma (AN; LI, 2013). Além disso, o pêndulo invertido pode implementar métodos de controle não lineares elaborados, como controle *fuzzy*.

Figura 1 – Pêndulo invertido sobre duas rodas



Fonte: MATEUS, 2015.

A proposta deste projeto justifica-se no aprimoramento da compreensão de sistemas dinâmicos não lineares, haja vista que a estabilização de robôs de duas rodas é fundamental para o aumento de sua mobilidade e eficácia em setores logísticos, segurança e transporte independente. É de suma importância garantir a segurança e confiabilidade

desses robôs em ambientes dinâmicos, promovendo a sua aceitação e implementação com sucesso na sociedade.

Portanto, o presente trabalho visa estudar as principais técnicas de controle para robôs de duas rodas do tipo pêndulo invertido e desenvolver uma metodologia para ser testada e implementada em um robô físico, buscando um posterior aprimoramento da técnica de controle utilizada.

Metodologia

O projeto de pesquisa foi desenvolvido através de metodologias bibliográficas e experimentais de natureza aplicada, com a etapa inicial sendo de estudo teórico e revisão de literatura referente aos robôs de duas rodas e aos sistemas de pêndulo invertido, com ênfase no pêndulo invertido sobre duas rodas e técnicas de controle aplicadas a esses sistemas. Após essa etapa, as atividades de pesquisa se voltaram para a obtenção do modelo matemático do pêndulo invertido, e posterior construção de um modelo computacional simulado baseado nas equações obtidas. Com os resultados dessas etapas consolidadas, as etapas subsequentes são voltadas para a montagem do protótipo físico e acionamento do sistema.

A fase inicial de pesquisa bibliográfica utilizou o Google Scholar como plataforma principal de pesquisa e buscou-se trabalhos recentes, isto é, escrito a partir de 2020, para avaliar o estado da arte da área do projeto. Ao todo, foram analisados 6 (seis) produções, sendo a maioria dissertações e/ou trabalhos de conclusão de curso.

O levantamento do modelo matemático do robô foi feito através de pesquisas bibliográficas, baseando-se nos trabalhos estudados na etapa anterior e também em livros da disciplina de Controle. Após a fase de estudo do modelo matemático, as equações principais do modelo são destacadas, dando ênfase às variáveis de interesse para o sistema estudado, que são a posição angular e a posição linear do robô.

Para a etapa de construção do modelo computacional, foi utilizada uma simulação feita no simulador *CoppeliaSim*, da empresa *Coppelia Robotics*. O *software* em questão permite a simulação de modelos já prontos tanto de robôs fixos quanto de robôs móveis, além de permitir a construção e simulação de protótipos modelados pelo próprio usuário. Junto a isso, o programa também permite a aplicação de sistemas de controle nos modelos criados, tornando a simulação mais robusta.

Concluídas as etapas anteriores, prosseguiu-se para a montagem do modelo físico do protótipo. Inicialmente, as peças do robô físico foram modeladas através do *software*

Autodesk *Fusion 360*, que conta com a modelagem completa de peças mecânicas, permitindo também a modelagem segmentada dos componentes que podem ser utilizados posteriormente na construção de um projeto maior. Após a modelagem 3D, é feito o processo de pré-impressão (fatiamento) das peças modeladas, utilizando o *software Creality Slicer*, que é a ferramenta padrão da fabricante da impressora 3D Ender 5 Pro. Após esses processos, a impressão 3D das peças é feita em plástico ABS de 1,75mm de diâmetro na cor branca.

Para o acionamento e controle do robô, utilizou-se o Arduino Uno com microcontrolador ATmega328p de 8 bits, sensor MPU6050 com giroscópio e acelerômetro, módulo ponte H e duas baterias de 3,7V para alimentação do conjunto e dos motores atuadores. O código utilizado no projeto foi desenvolvido através do software de código aberto Arduino IDE aplicando a linguagem C/C++ adaptada para Arduino. A metodologia de controle aplicada no algoritmo foi o controle PID (proporcional-integral-derivativo), sintonizado através do método de Cohen-Coon (COHEN; COON, 1953).

Após a calibração dos componentes eletrônicos do robô, são definidas no código as funções *Forward()*, *Reverse()* e *Stop()*, que servem para movimentar o robô para frente, para trás e para pará-lo, respectivamente. Definidas essas funções, é criada uma classe PID, onde são definidos os parâmetros do controlador e o *setpoint*.

Resultados e Discussão

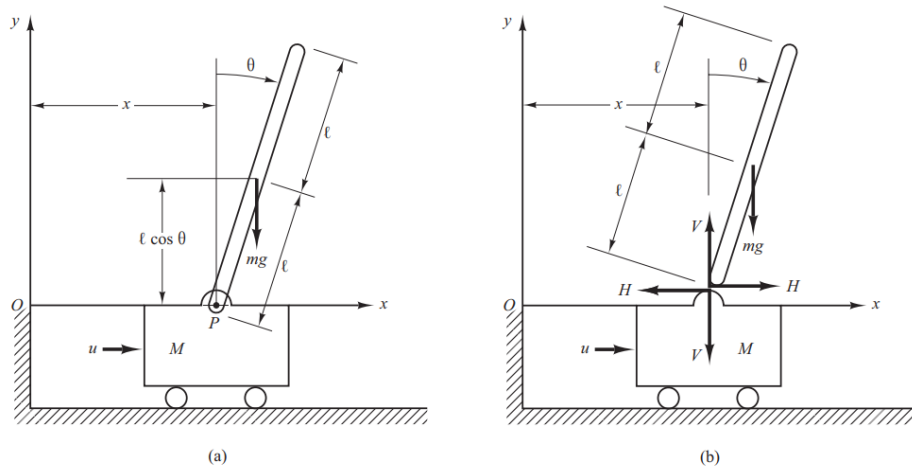
Os resultados obtidos no projeto são referentes às etapas de revisão bibliográfica, modelagem matemática, simulação computacional e montagem do protótipo físico. Ao final da execução do projeto, foi obtido um modelo computacional do robô pêndulo invertido e também um protótipo físico do sistema estudado.

A pesquisa bibliográfica para revisão do estado da arte constatou que o controle de sistemas de pêndulo invertido frequentemente é feito através de controlador PID (proporcional-integral-derivado), aplicando uma linearização do modelo matemático. Contudo, a pesquisa não encontrou trabalhos que aplicassem técnicas de controle moderno, como baseadas na lógica *fuzzy*, por exemplo.

Na etapa de obtenção do modelo matemático, o modelo mais completo analisado foi aquele apresentado por Pires (2023), baseado no modelo apresentado por Ogata (2010)

e mostrado na Figura 2, onde as variáveis de interesse são a posição angular da haste (θ) e a posição linear da base móvel (x).

Figura 2 – Sistema de Pêndulo Invertido. (a) Características do sistema e (b) Diagrama de corpo livre



Fonte: OGATA, 2010.

O autor assume que as variáveis θ e $\dot{\theta}$ são suficientemente pequenas, permitindo a linearização do modelo de tal forma que $\text{sen}(\theta) = \theta$ e $\text{cos}(\theta) = 1$. Com isso, as equações da aceleração angular ($\ddot{\theta}$) e da aceleração escalar (\ddot{x}) podem ser escritas como:

$$\ddot{\theta} = \frac{(M + m)}{Ml} g\theta - \frac{1}{Ml} u \quad (1)$$

$$\ddot{x} = -\frac{m}{M} g\theta + \frac{1}{M} u \quad (2)$$

Onde:

- m = massa da haste;
- M = massa da base móvel;
- g = constante de aceleração da gravidade;
- l = distância do centro de gravidade da haste ao corpo móvel;
- u = força externa na base móvel;

Aplicando a transformada de Laplace em (1), tomando $u = f$ e considerando como nulas as condições iniciais, a função de transferência da posição angular da haste será

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{-1}{Mls^2 - (M + m)g} \quad (3)$$

De forma análoga, aplica-se a transformada de Laplace em (2), resultando em

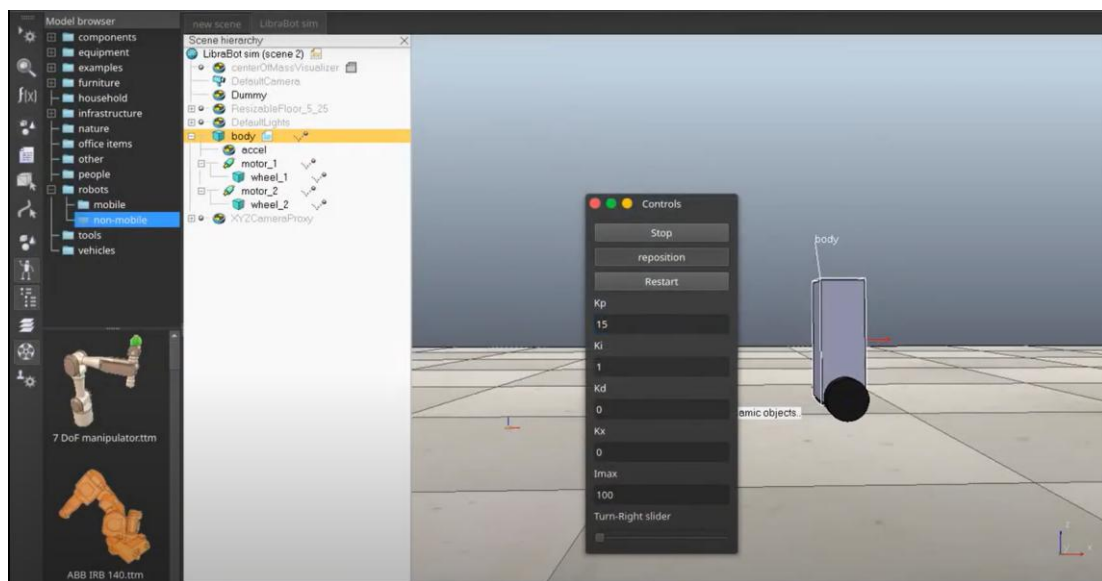
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2} - \frac{mg}{Ms^2} \cdot \frac{\theta(s)}{F(s)} \quad (4)$$

Substituindo os dados de (3) em (4), a função de transferência da posição linear será dada por

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{ls^2 - g}{Mls^4 - (M + m)gs^2} \quad (5)$$

Prosseguindo para a etapa da simulação virtual, a equipe de pesquisa enfrentou limitações de poder computacional. Por conta disso, optou-se por utilizar uma simulação já pronta de um modelo semelhante ao estudado e que estivesse sob licença de código aberto. O modelo utilizado está disponível em repositório no GitHub, que pode ser acessado pelo link: <https://github.com/zakimadaoui/librabot>. A seguir, a Figura 3 apresenta uma captura de tela do simulador, mostrando o modelo do robô e também a janela de um controlador PID adicionado na simulação

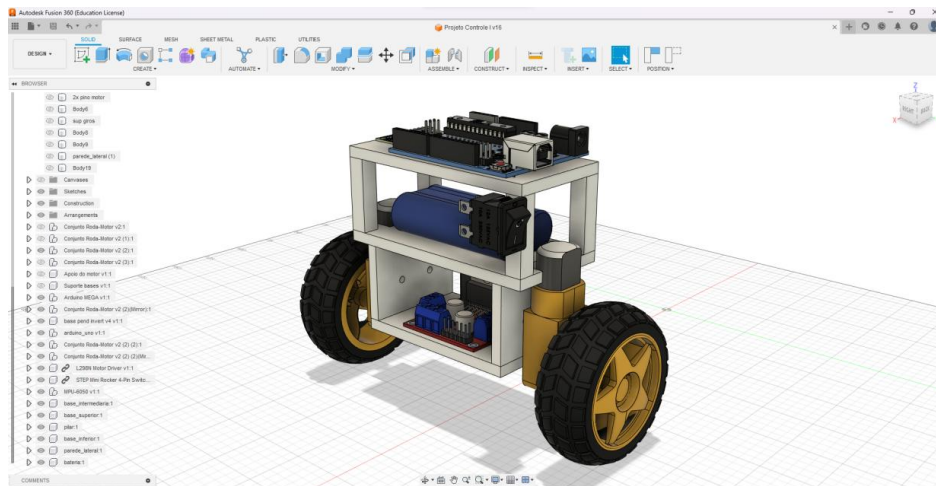
Figura 3 – Modelo computacional em funcionamento



Fonte: Autoria própria.

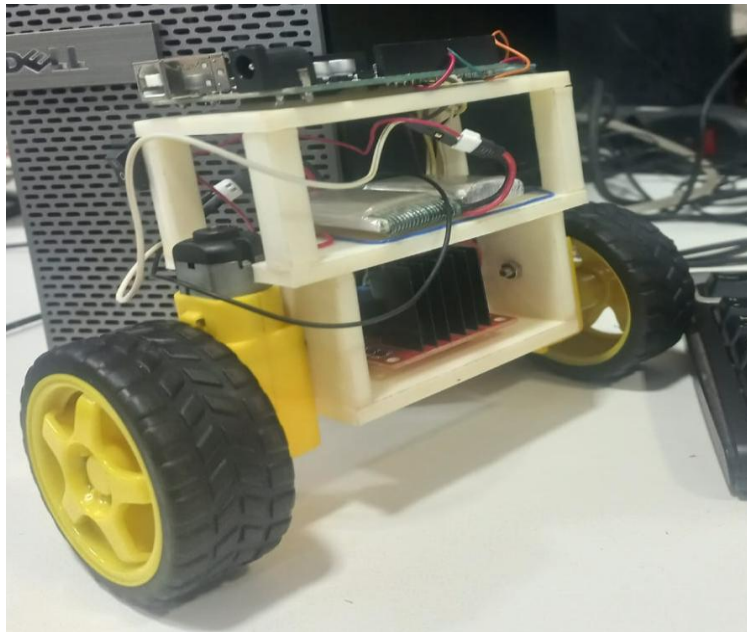
A etapa subsequente de montagem do robô físico é feita seguindo o procedimento descrito na seção de metodologia. A Figura 4 apresenta o ambiente virtual do software de modelagem 3D com a representação dos componentes eletrônicos do robô, enquanto a Figura 5 apresenta o resultado final da montagem do robô.

Figura 4 – Modelagem 3D do robô



Fonte: A autoria própria.

Figura 5 – Robô equilibrista finalizado



Fonte: A autoria própria

Após a montagem do protótipo físico, a parte de teste do robô é feita inicialmente calibrando os sensores do robô e todo seu conjunto eletrônico, seguido da parte de sintonização do controlador PID e testes em trajetória do robô.

Ao final do processo de sincronização do controlador, os parâmetros do PID obtidos foram:

- $K_p = 20$;
- $K_i = 250$; e
- $K_d = 0,9$.

Os testes em trajetória do robô tiveram resultados dentro do esperado, considerando a natureza linear do controlador empregado. O robô consegue manter o equilíbrio em uma faixa estreita de ângulo, que varia de, aproximadamente $-3,5^\circ$ a $3,5^\circ$. Contudo, em ângulos fora dessa região de atuação linear, observou-se que o controlador não atuava de forma eficaz e o robô acabava caindo e não recuperava o equilíbrio.

Conclusão

Diante dos resultados obtidos, conclui-se que o projeto obteve resultados satisfatórios em todas as etapas. Contudo, sugere-se que o sistema de controle seja aprimorado em trabalhos futuros, buscando alternativas de controle não-linear para permitir que o robô mantenha seu equilíbrio mesmo com distúrbios acentuados em seu ângulo de inclinação, isto é, muito maiores que a região de atuação linear do PID.

Por fim, os avanços obtidos nesta pesquisa podem ser benéficos para a comunidade acadêmica do IFMA – Campus Imperatriz, especialmente para os discentes do curso de Engenharia Elétrica. O protótipo físico montado pode servir de material didático para as disciplinas de Controle e Robótica, enriquecendo o currículo desses componentes curriculares. Além disso, o presente trabalho pode servir como ferramenta de revisão bibliográfica para pesquisadores da área de controle, especialmente no campo de estudo de sistemas do tipo pêndulo invertido.

Agradecimentos

Agradecemos ao Instituto Federal do Maranhão, em especial ao Campus Imperatriz pelo apoio financeiro e de infraestrutura prestado ao projeto.

Referências

AN, W.; LI, Y. **Simulation and Control of a Two-wheeled Self-balancing Robot**. In: Proc. of the IEEE, International Conference on Robotics and Biomimetics – ROBIO 2013. Shenzhen, China, p. 456-461, 2013.

COHEN, G. H.; COON, G. A. *Theoretical Consideration of Retarded Control Transactions*. ASME, v. 75, p. 827-834, 1953.

CZECH, A. S. **Estudo do Sistema Pêndulo Invertido e Implementação de um Controlador PID Para Um Robô De Duas Rodas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecatrônica) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2024.

KEYESTUDIO. **KS0193 keyestudio *Self-Balancing Car Kit***. Disponível em: <https://docs.keyestudio.com/projects/KS0193/en/latest/KS0193.html>. Acesso em 25 de setembro de 2025.

MADAOU, Z. **Librabot**. Disponível em: <https://github.com/zakimadaoui/librabot>. In: GitHub.

MATEUS, J. A. M. ***Análisis de controlador difuso contra pid para vehículo autobalanceado de dos ruedas***. Fundacion Universitaria los Libertadores, BOGOTA D.C, 2015.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

PIRES, L. S. **Técnicas de Controle para Robôs Tipo Pêndulo Invertido**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2023.

RIBEIRO, R. **Implementação de um sistema de controle de um pêndulo invertido**. Dissertação de Mestrado (Pós-Graduação em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Itajubá, 2007.

SILVA, H. V. D, et al. **Estudo comparativo entre os controladores Fuzzy e PID aplicados ao controle de um pêndulo invertido utilizando plataforma *lego mindstorms nxt***. In: *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*.